BAC PRO 3 ans

PREMIÈRE TERMINALE PROFESSIONNELLES

Groupement C

# Maths

I. Baudet - L. Breitbach - P. Dutarte - D. Laurent

**Sous la direction de G. Barussaud**

**CORRIGÉ**

FOUCHER

**Votre site associé :**
**www.editions-foucher.fr/mathsciences**
Inscrivez-vous et déclarez vos prescriptions !

Sur le site associé maths-sciences, vous trouverez :
– l'ensemble du guide pédagogique en format PDF ;
– les fichiers corrigés des activités informatiques.
Les fichiers de travail sont présentés dans le guide pédagogique par le logo .
Vous pourrez aussi prendre connaissance de l'ensemble des produits Foucher dans votre matière.



ISBN 978-2-216-11667-6

# Sommaire

## Classe de Première

# Classe de Terminale

# Indicateurs statistiques

# 1

## Activités

**Page 5**

La valeur 18,1 est entre le troisième quartile et le maximum. La distance moyenne de déplacement dans les Bouches-du-Rhône est supérieure à 75 % des distances moyennes des autres départements.

**Pages 6 et 7**

### Est-ce que je sais ?

**1.** La moyenne trimestrielle de Mehdi est :

$$\frac{2 \times (8+11+10)+(13+15+11+16)}{10}$$
$= 11{,}3.$

**2. a)** C'est exact : 50 % des communes françaises ont un nombre d'habitants inférieur ou égal à 422.
**b)** 75 % des communes françaises ont un nombre d'habitants inférieur ou égal à 1 041.

### Activité 1

**1. a)** Le taux de criminalité moyen pour 1 000 habitants durant cette période est 63,13 (crimes ou délits).
**b)** L'écart type vaut, à $10^{-2}$ près, 3,56 (crimes ou délits pour 1 000 habitants).
**2. a)** La ligne horizontale rouge, correspondant au taux de criminalité moyen, est situé au centre des données.
**b)** L'écart vertical entre la droite rouge et chacune des deux droites horizontales bleues vaut environ 3,6 et correspond à l'écart type.
**c)** Il y a 8 valeurs sur 20 à l'extérieur des deux droites bleues donc 12 sur 20 entre les deux droites bleues, c'est-à-dire :

$$\frac{12}{20} \times 100 = 60\ \%.$$

### Activité 2

**1. a)** Il y a 20 valeurs. Le salaire minimal médian est la demi-somme des valeurs de rang 10 et 11 c'est-à-dire :

$$Me = \frac{470+522}{2} = 496\ €.$$

Dans la moitié des pays le salaire minimal est inférieur à 496 € et dans la moitié des pays le salaire minimal est supérieur à 496 €.
**b)** Le premier quartile est au rang $\frac{1}{4} \times 20 = 5$. Il vaut $Q_1 = 217$ € et correspond à la Slovénie.
Le troisième quartile est au rang $\frac{3}{4} \times 20 = 15$. Il vaut $Q_3 = 1\ 254$ € et correspond à la France.
75 % des pays ont un salaire minimal inférieure ou égal à celui de la France.
**2. a)** L'écart interquartile vaut $Q_3 - Q_1 = 1\ 254 - 217 = 1\ 037$ €.
**b)** Il y a 14 pays, sur les 20 pays, a avoir un salaire minimal inférieur à l'écart interquartile.

**c)** L'écart interquartile est plus de 11 fois supérieur au salaire minimal de la Bulgarie (la série statistique est très dispersée).

## Activité 3

**a)** Durant le mois le plus pluvieux, il tombe en moyenne 65 mm de pluie à Paris.
**b)** La moyenne des précipitations de 75 % des mois à Marseille est inférieure à la moitié des moyennes à Paris.
**c)** Le trait à l'intérieur de la boîte correspondant à Marseille est inférieur au trait à l'intérieur de la boîte correspondant à Paris.
**d)** Le lieu où la dispersion est la plus grande est celui où la boîte et les moustaches sont les plus longues (c'est Marseille).

## J'utilise un logiciel

**Pages 11 – 12**

**Coupe du monde de football**

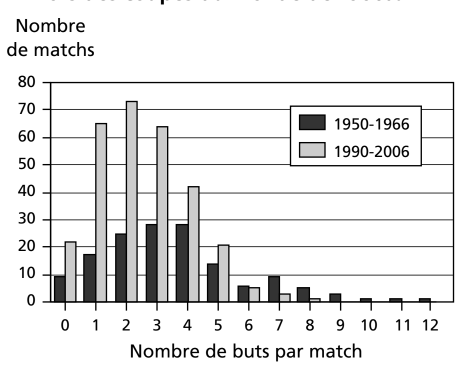
Voir fichier « **01_coupes_du_monde_corrige.xls** » ou « **01_coupes_du_monde_corrige.ods** ».
**1. a)** Le nombre minimal de buts marqués par match est 0 et le nombre maximal est 12.
**b)** La moyenne du nombre de buts marqués par match est $\bar{x} \approx 2{,}91$ et l'écart type est $\sigma \approx 1{,}99$.
**2.** Filtre sur les finales :
- La France a disputé deux fois la finale.

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Année | Niveau de la compétition | Pays | Buts | Pays | Buts | Tirs au but | | Nb de buts par match (hors tirs au but) |
| 19 | 1930 | (Tous) | Argentine | 2 | Uruguay | 4 | | | 6 |
| 36 | 1934 | (10 premiers…) (Personnalisé…) | Italie | 2 | Tchécoslovaquie | 1 | | | 3 |
| 55 | 1938 | 1/2 finale | Hongrie | 2 | Italie | 4 | | | 6 |
| 77 | 1950 | 1/4 de finale | Brésil | 1 | Uruguay | 2 | | | 3 |
| 103 | 1954 | 1/8 de finale | Hongrie | 2 | Rfa | 3 | | | 5 |
| 138 | 1958 | 1er tour 2ème tour | Brésil | 5 | Suède | 2 | | | 7 |
| 170 | 1962 | Finale | Brésil | 3 | Tchécoslovaquie | 1 | | | 4 |
| 202 | 1966 | Petite finale | Angleterre | 4 | Rfa | 2 | | | 6 |
| 234 | 1970 | (Vides) (Non vides) | Brésil | 4 | Italie | 1 | | | 5 |
| 272 | 1974 | Finale | Pays Bas | 1 | Rfa | 2 | | | 3 |
| 310 | 1978 | Finale | Argentine | 3 | Pays Bas | 1 | | | 4 |
| 362 | 1982 | Finale | Italie | 3 | Rfa | 1 | | | 4 |
| 414 | 1986 | Finale | Argentine | 3 | Rfa | 2 | | | 5 |
| 466 | 1990 | Finale | Argentine | 0 | Rfa | 1 | | | 1 |
| 518 | 1994 | Finale | Brésil | 0 | Italie | 0 | 3 | 2 | 0 |
| 582 | 1998 | Finale | Brésil | 0 | France | 3 | | | 3 |
| 646 | 2002 | Finale | Allemagne | 0 | Brésil | 2 | | | 2 |
| 710 | 2006 | Finale | France | 1 | Italie | 1 | 3 | 5 | 2 |
| 716 | | | | | | | | | |

- C'est lors de la finale de 1958 qu'il a été marqué le plus de buts.

**3. a)**

**Comparaison du nombre de buts par matchs lors des coupes du monde de football**




**b)** Les indicateurs pour les deux périodes sont les suivants :

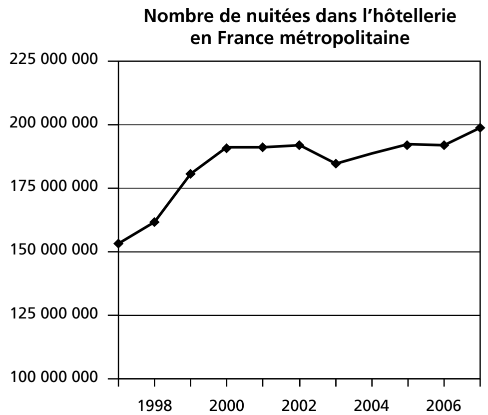
| | 1950-1966 | 1990-2006 |
|---|---|---|
| Min | 0 | 0 |
| Q1 | 2 | 1 |
| **Mé** | **3** | **2** |
| Q3 | 5 | 3 |
| Max | 12 | 8 |
| **e** | **12** | **8** |
| **Q3-Q1** | **3** | **2** |

La médiane, l'étendue et l'écart interquartile sont plus importants pour la période 1950-1966 que pour la période 1990-2006. On a tendance à marquer moins de buts par match dans la période 1990-2006 et les scores sont plus réguliers.

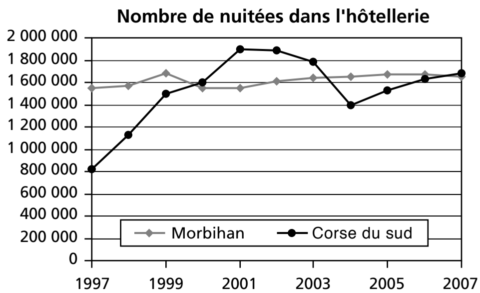
**Nuits en hôtel**

Voir fichier « **01_nuitees_hotellerie_corrige.xls** » ou « **01_nuitees_hotellerie_corrige.ods** ».

**1.**



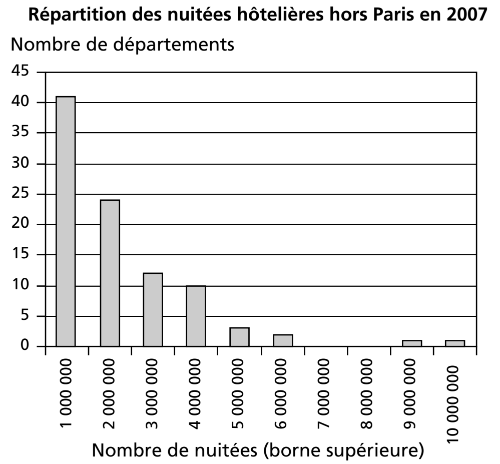

**2.**




| | Morbihan | Corse-du-Sud |
|---|---|---|
| **Moyenne** | **1619081** | **1532369** |
| **Médiane** | **1643792** | **1604617** |
| **Q1** | 1561876,5 | 1446669,5 |
| **Q3** | 1663131 | 1730668 |
| **Q3-Q1** | **101254,5** | **283998,5** |
| **Étendue** | **134690** | **1070161** |
| **Écart type** | **51494** | **306794** |

Ces deux départements ont une tendance centrale (moyenne et médiane) assez comparable, mais les valeurs sont plus dispersées (écart interquartile et étendue plus importants) en Corse-du-Sud.

**3.**




Le couple (médiane, écart interquartile) semble mieux adapté car la série est très asymétrique (les rectangles les plus importants sont à gauche).

| **Sans Paris** | |
|---|---|
| **Moyenne** | **Médiane** |
| 1 718 080,95 | 1 118 591,00 |
| **Écart type** | **Q3-Q1** |
| 1 651 686,74 | 1 892 393,00 |

| **Avec Paris** | |
|---|---|
| **Moyenne** | **Médiane** |
| 2 072 156,29 | 1 122 016,50 |
| **Écart type** | **Q3-Q1** |
| 3 822 268,94 | 1 900 540,25 |

Si l'on prend en compte Paris, la moyenne et l'écart type augmentent beaucoup (alors que la médiane et l'écart interquartiles changent très peu).

# Exercices et problèmes

**Pages 13 à 17**

## Exercices

### Déterminer et interpréter mode, moyenne et écart type

**1.** 1. Classe $A$ : mode 10. Classe $B$ : modes 6 et 14.
2. Classe $A$ : $e = 8$. Classe $B$ : $e = 18$.
3. Classe $A$ : $\bar{x} = 10{,}625$ ; $\sigma \approx 2{,}02$. Classe $B$ : $\bar{x} = 10{,}875$ ; $\sigma \approx 4{,}82$.
**2.** 1. Mode : 22 milliards de m$^3$.
2. $\bar{x} \approx 18$ milliards de m$^3$ ; $\sigma \approx 9$ milliards de m$^3$.
3. Les précipitations en Bourgogne sont supérieures à la moyenne.
4. L'écart type.
**3.** 1. 50 % des salariés de l'entreprise gagnent moins de 2 000 €.
2. Moyenne 2 100 € ; écart type 600 €.
**4.** Tableau complété :

| $x_i$ | $n_i$ | $(x_i - \bar{x})$ | $(x_i - \bar{x})^2$ | $n_i\,(x_i - \bar{x})^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 5 | 20 | – 2,4 | 5,76 | 115,2 |
| 7 | 35 | – 0,4 | 0,16 | 5,6 |
| 9 | 15 | 1,6 | 2,56 | 38,4 |
| 11 | 10 | 3,6 | 12,96 | 129,6 |
| Total | 80 | | | 288,8 |

On a $\bar{x} = 7{,}375$ que l'on peut arrondir à 7,4 CV.
$\bar{E} = 3{,}61$.
$\sqrt{\bar{E}} = 1{,}9$. C'est très proche de la valeur $\sigma$ affichée par la calculatrice lorsque la moyenne n'est pas arrondie.
**5.** 1. Oui car l'histogramme a approximativement une forme « en cloche ».
2. $\bar{x} \approx 170$ ; $\sigma \approx 10$.
3. Il y a 70 personnes dans l'intervalle [160 ; 180] soit 70 %.
Il y a 79 personnes dans l'intervalle [150 ; 190] soit 79 %.

### Déterminer et interpréter la médiane et l'écart interquatile

**6.** 1. 2 – 5 – 5 – 6 – 7 – 7 – 7 – 7 – 8 – 9 – 9 – 9 – 9 – 10 – 10 – 10 – 10 –10 – 11 – 12 – 12 – 13 – 13 – 13 – 13 – 13 – 14 – 14 – 15 – 16 – 19.
2. $Me = 10$. La moitié des élèves ont une note inférieure ou égale à 10.
3. $Q_1 = 7$ ; $Q_3 = 13$ ; $Q_3 - Q_1 = 6$.
**7.** 1. Le salaire moyen en Autriche est 1,51 fois plus important pour les hommes que pour les femmes.
2. Femmes :

| | Femmes |
|---|---|
| Pologne | 5 506 |
| Rep. tchèque | 5 925 |
| Hongrie | 6 700 |
| Portugal | 12 412 |
| Grèce | 14 376 |
| Autriche | 26 514 |
| **France** | **26 586** |
| Suède | 29 052 |
| Pays-Bas | 30 900 |
| Belgique | 32 715 |
| Royaume-Uni | 33 562 |
| Allemagne | 34 522 |
| Danemark | 40 884 |

Médiane 26 586 € (France) ; écart interquartile 32 715 – 12 412 = 20 303 €.
Hommes :

| | Hommes |
|---|---|
| Pologne | 6 663 |
| Rep. tchèque | 8 285 |
| Hongrie | 9 905 |
| Portugal | 16 133 |
| Grèce | 17 889 |
| **France** | **32 316** |
| Suède | 35 770 |

| | Hommes |
|---|---|
| Belgique | 37 822 |
| Autriche | 40 022 |
| Pays-Bas | 40 300 |
| Allemagne | 43 945 |
| Royaume-Uni | 46 518 |
| Danemark | 50 676 |

Médiane 35 770 € (Suède) ; écart interquartile 40 300 − 16 133 = 24 167 €.

Rapport :

| | Rapport |
|---|---|
| Belgique | 1,16 |
| Pologne | 1,21 |
| **France** | **1,22** |
| Suède | 1,23 |
| Grèce | 1,24 |
| Danemark | 1,24 |
| Allemagne | 1,27 |
| Portugal | 1,3 |
| Pays-Bas | 1,3 |
| Royaume-Uni | 1,39 |
| Rep. tchèque | 1,4 |
| Hongrie | 1,48 |
| Autriche | 1,51 |

Médiane 1,27 ; écart interquartile 1,39 − 1,23 = 0,16.

3. Pour le salaire moyen des femmes, la France est à la médiane, et un peu en-dessous pour les hommes.

Pour le rapport entre le salaire des hommes et celui des femmes, la France est en-dessous du premier quartile.

### Interpréter des boîtes à moustaches

**8.** Série 1 – boîte *C* ; série 2 – boîte *B* ; série 3 – boîte *D* ; série 4 – boîte *A*.

**9.** 1. En 2000, la médiane est au-dessus de la valeur 5.

2. En 2007, le troisième quartile (la fin de la boîte) est en-dessous de 4.

3. L'évolution de la tendance centrale est à la baisse.

4. L'écart interquartile (longueur de la boîte) et l'étendue (écart entre les extrémités des « moustaches ») sont plus importants en 2000 qu'en 2007.

### Choisir des résumés adaptés

**10.** Le graphique 2.

**11.** 1. Le couple médiane et écart interquartile.

2. Médiane 25. Troisième quartile 37,5.

3. Le département des Landes est au-dessus de la médiane mais en-dessous du troisième quartile.

### Interpréter des indicateurs pour comparer des séries statistiques

**12.** 1. Moyennes aux trois épreuves :

| Épreuve A | Épreuve B | Épreuve C |
|---|---|---|
| 10,63 | 8,93 | 10,97 |

L'épreuve qui semble la moins réussie est l'épreuve B.

2. Écart type pour l'épreuve A : 1,94.

3. L'épreuve dont les résultats sont les plus homogènes est l'épreuve A.

L'épreuve dont les résultats sont les plus hétérogènes est l'épreuve C.

**13.** 1. $\bar{x}_{UE} \approx 900{,}7$ et $\bar{x}_{USA} \approx 1\,439{,}8$ (millions de spectateurs par an).

2. $e_{UE} = 1\,006 - 810 = 196$ ; $e_{USA} = 1\,597 - 1\,364 = 233$ ; $Me_{UE} = 917$ ; $Me_{USA} = 1\,437$ ; $Q_{1\ UE} = 844$ ; $Q_{3\ UE} = 935$ ; $Q_{3\ UE} - Q_{1\ UE} = 91$ ; $Q_{1\ USA} = 1\,385$ ; $Q_{3\ USA} = 1\,484$ ; $Q_{3\ USA} - Q_{1\ USA} = 99$.

3. La tendance centrale est plus grande aux États-Unis que dans l'Union Européenne. La dispersion est plus grande aux États-Unis que dans l'Union Européenne.

## Problèmes

### Problème 1

**1.** Durant la saison 2006/2007.

**2.** Durant la saison 2008/2009, durant la moitié des matchs il a été marqué moins

de 23 buts et durant la moitié des matchs il a été marqué plus de 22 buts.
**3.** La tendance centrale est assez stable, autour de 22 buts par journée.
**4.** Écarts interquartiles :

| 02-03 | 03-04 | 04-05 | 05-06 | 06-07 | 07-08 | 08-09 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 7,75 | 6,75 | 7,5 | 5 | 5,75 | 5 |

D'après les écarts interquartiles, le nombre de buts le plus dispersé est en 2003/2004 et le moins dispersé est en 2006/2007 et 2008/2009.

**Problème 2**

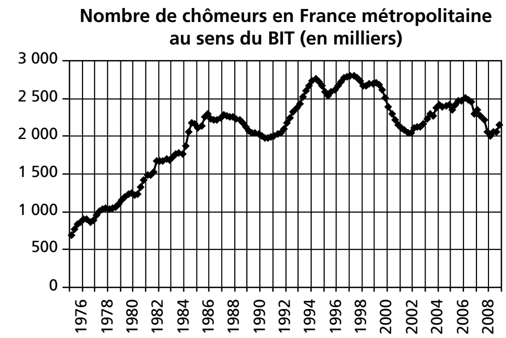
**1.** La médiane des fréquences de « pile » est, dans les trois cas, 0,5.
La moitié des échantillons ont une fréquence de pile inférieure ou égale à 0,5 et la moitié des échantillons ont une fréquence de « pile » supérieure ou égale à 0,5.
**2.** La série la plus dispersée est celle des échantillons de taille 10 et la moins dispersée est celle des échantillons de taille 1 000.
**3.**
– le nombre d'échantillons de taille 10 dont la fréquence de piles est supérieure à 0,6 est approximativement 25 % de 200 c'est-à-dire 50 ;
– le nombre d'échantillons de taille 1 000 dont la fréquence de piles est supérieure à 0,6 est 0 ;
– le nombre d'échantillons de taille 10 dont la fréquence de piles est comprise entre 0,4 et 0,6 est approximativement 50 % de 200 c'est-à-dire 100 ;
– le nombre d'échantillons de taille 1 000 dont la fréquence de piles est comprise entre 0,4 et 0,6 est 100 % de 200 c'est-à-dire 200.

**Problème 3**

**1.** La classe modale est celle des ventes comprises entre 400 € et 450 €.
**2.** 38 clients sur 300 ont dépensé plus de 450 €, c'est-à-dire une fréquence d'environ 0,127.
**3.** La médiane est supérieure à la moyenne.
**4.** Le « client type » correspond à la médiane.
**5.** Le comptable de l'entreprise choisit la moyenne.
**6.** On peut estimer : $\bar{x} = 340$ € ; $\sigma = 114$ €.

**Problème 4**

Voir fichier « **01_chomage_corrige.xls** » ou « **01_chomage_corrige.ods** ».
**1. a)** Évolution du chômage :




**b)** Le nombre de chômeurs a tendance à augmenter jusqu'en 1985, puis fluctue à un niveau élevé.
**2.** Résultats en milliers de chômeurs :

| | |
|---|---|
| Moyenne | 2 046 |
| Étendue | 2 116 |
| Écart type | 549,937086 |

**3.** En milliers, $n - \bar{x} = 2\,455 - 2\,046 = 409$.
Cette différence est inférieure à l'écart type.

## Je teste mes connaissances

**Page 18**

1. A
2. B
3. A
4. C
5. A
6. A
7. B
8. A et C
9. B
10. B

# Fonctions de référence et opérations

# 2

## Activités

**Page 19**

– Si le prix du mètre augmente, le nombre de mètres de tissu que l'on peut acheter diminue.

| Prix du mètre mètres (en €) | 1 | 3 | 10 | 15 |
|---|---|---|---|---|
| Nombre de mètres | 90 | 30 | 9 | 6 |

– La réponse à la première question est confirmée.

– Nombre de mètres $= \dfrac{90}{x}$

– $f(10) = \dfrac{90}{10} = 9$.

Un antécédent de 30 par $f$ est 3 car $f(3) = 30$.

**Pages 20 et 21**

### Est-ce que je sais ?

**1. a**. $-3 < x \leq 5$

**b**. ]4 ; 7[

**2.** Le graphique ② donne la courbe représentative de la fonction carré.

La fonction carré est décroissante sur ]$-\infty$ ; 0] et croissante sur [0 ; $+\infty$[.

| $x$ | $-\infty$ | 0 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | 0 | |

## Activité 1

**1. a**. L'inverse de $-1$ est $-1$. L'inverse de 2 est $\dfrac{1}{2}$ ou 0,5.

**b**. 0 n'a pas d'inverse car le produit de 0 par un nombre quelconque n'est jamais égal à 1.

**2. a**. $xy = 1$

Si $x = 0{,}4$, alors $y = 2{,}5$.

Les valeurs de $y$ diminuent lorsque les valeurs de $x$ augmentent.

**b**. Dans la situation étudiée, les valeurs de $x$ sont positives.

**c**. On peut choisir $x$ variant de 0 à 5 avec un pas de 1 et $y$ variant de 0 à 5 avec un pas de 1.

La fonction inverse est décroissante sur l'intervalle [0,1 ; 4]. Donc lorsque les valeurs de $x$ augmentent, les valeurs de $y$ diminuent.

## Activité 2

**a**. L'aire d'un carré de 2,5 cm de côté est 6,25 cm².

Le côté d'un carré dont l'aire est 0,49 cm² est 0,7 cm.

**b**. $A = c^2$ ; $c = \sqrt{A}$. Lorsque $A$ augmente, $c$ augmente.

**c**. La fonction racine carrée est croissante sur l'intervalle [0 ; 6]. Donc lorsque les valeurs de $x$ augmentent, les valeurs de $y$ augmentent.

## Activité 3

**b**. Les fonctions $f$ et $g$ sont décroissantes sur [$-3$ ; 0[. Elles ont le même sens de variation.

**d**. La fonction $h$ est croissante sur [– 3 ; 0[. Elle varie en sens contraire de la fonction $f$.
**e**. La fonction $f$ est représentée par la courbe ②. La fonction $g$ est représentée par la courbe ③. La fonction $h$ est représentée par la courbe ①.

## J'utilise un logiciel

**Pages 25 et 26**

### 1. Construire la représentation graphique d'une fonction de la forme $f + g$

**1. Étude théorique**

Voir fichier « **02_p25_26_corrige.xls** » ou « **02_p25_26_corrige.ods** ».

**a.** La fonction $f$ est décroissante sur [20 ; 120] car c'est le produit de la fonction inverse par un réel positif, 3 267. La fonction $g$ est une fonction croissante car c'est une fonction affine dont le coefficient $a$, égal à 0,75, est positif.
**b.** Formule de la cellule B2 : =3267/A2
Formule de la cellule C2 : =0,75*A2-72
**c**. Les courbes représentatives des fonctions $f$ et $g$ confirment le sens de variation donné à la question a.
**d.** $h(20) = 106,35$ ; $h(30) = 59,4$.
**e.** On ne peut pas donner le sens de variation de la fonction $f + g$ car les fonctions $f$ et $g$ n'ont pas le même sens de variation sur [20 ; 120].
**f.** Formule de la cellule D2 : =B2+C2
La plus petite valeur de $h(x)$ trouvée dans le tableau est 27, pour $x = 66$.
Ce n'est pas forcément le minimum de $h$ ; ce pourrait être par exemple 26,99 pour une valeur non entière de $x$.
**g.**

| $x$ | 20 | 66 | 120 |
|---|---|---|---|
| $h(x)$ | 106 ↘ | 27 | ↗ 45 |

**2. Application à un problème concret**

**a.** $CM(n) = \dfrac{C(n)}{n} = \dfrac{0,75n^2 - 72n + 3\,267}{n} = \dfrac{0,75n^2}{n} - \dfrac{72n}{n} + \dfrac{3\,267}{n}$.
Donc, après simplification, on obtient : $CM(n) = 0,75n - 72 + \dfrac{3\,267}{n}$.
**b.** Le coût moyen de production pour $n = 30$ est 59,40 €.
**c.** Le nombre de pièces est un nombre entier. Le minimum du coût moyen de production est 27 € pour 66 pièces produites.

### 2. Comparer les carrés de deux nombres de même signe

**1. Carrés de deux nombres positifs**

**a.** La fonction carré est croissante sur $[0 ; +\infty[$.
**c.** Lorsque les valeurs de $x$ augmentent, les valeurs de $x^2$ augmentent.
**d.** $7,5^2 < 8,1^2$ car $7,5 < 8,1$ et la fonction carré est croissante pour $x$ positif.

**2. Carrés de deux nombres négatifs**

**a.** La fonction carré est décroissante sur $]-\infty ; 0]$.
**c.** Lorsque les valeurs de $x$ augmentent, les valeurs de $x^2$ diminuent.
**d.** $(-2,1)^2 > (-1,7)^2$ car $-2,1 < -1,7$ et la fonction carré est décroissante pour $x$ négatif.

## Exercices et problèmes

**Pages 27 à 31**

### Exercices

**Fonction carré**

**1.** $f(3) = 9$ ; $f(100) = 10\,000$ ; $f(0,4) = 0,16$ ; $f\left(\dfrac{2}{3}\right) = \dfrac{4}{9}$ ; $f\left(\dfrac{10}{7}\right) = \dfrac{100}{49}$ ; $f(\sqrt{5}) = 5$ ; $f(\sqrt{16}) = 16$ ; $f(10^4) = 10^8 = 100\,000\,000$.

**2.** Mathieu a oublié les parenthèses autour de – 3.
$f(-3) = (-3)^2 = 9$.

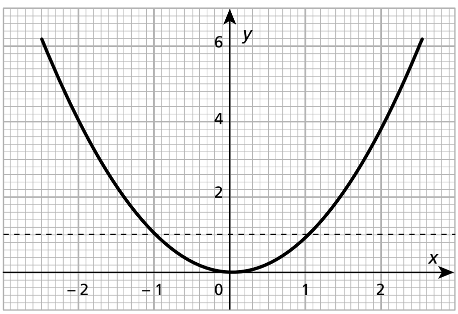
**3.** $f(-20) = 400$ ; $f(-0{,}1) = 0{,}01$ ; $f\left(-\dfrac{5}{4}\right) = \dfrac{25}{16}$ ; $f\left(-\sqrt{7}\right) = 7$ ; $f(-10^3) = 10^6 = 1\,000\,000$.

**4. a.**

| $x$ | – 2,5 | – 2 | – 1,5 | – 1 | – 0,5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $x^2$ | 6,25 | 4 | 2,25 | 1 | 0,25 |

| $x$ | 0 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^2$ | 0 | 0,25 | 1 | 2,25 | 4 | 6,25 |

**b.** Tracé de la courbe :




**c.** 9 ; 1 et 10 ont deux antécédents. – 4 n'a pas d'antécédent. 0 a un seul antécédent.
**d.** Les antécédents de 13 sont $\sqrt{13}$ et $-\sqrt{13}$.
**5.** Les phrases exactes sont les phrases b), c) et e).
**6.** Par exemple :
*x* Min : – 5 ; *x* Max : 5 ; pas : 1 ; *y* Min : 0 ; *y* Max : 25 ; pas : 5
**7.** Tableau de variation de la fonction carré :

| $x$ | $-\infty$ | 0 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $\searrow$ | 0 | $\nearrow$ |

**8.** $4{,}55^2 > 0{,}14^2$ ; $(-0{,}4)^2 < (-10)^2$.

**9.** $0^2 < (-0{,}6)^2 < 1{,}2^2 < \left(\dfrac{5}{3}\right)^2 < 7^2 < (-10)^2$.

**Fonction inverse**

**10.** Mathilde a confondu inverse et opposé.
$f(-8) = -\dfrac{1}{8} = -0{,}125$.

**11.** $f(5) = \dfrac{1}{5} = 0{,}2$ ; $f(-2) = -\dfrac{1}{2} = -0{,}5$ ; $f(0{,}5) = 2$ ; $f(0{,}1) = 10$ ; $f(-1) = -1$ ; $f(-10) = -\dfrac{1}{10} = -0{,}1$.

**12.** $f\left(\dfrac{2}{5}\right) = \dfrac{5}{2}$ ; $f\left(\dfrac{1}{4}\right) = 4$ ; $f\left(-\dfrac{7}{3}\right) = -\dfrac{3}{7}$ ; $f\left(-\dfrac{5}{6}\right) = -\dfrac{6}{5}$.

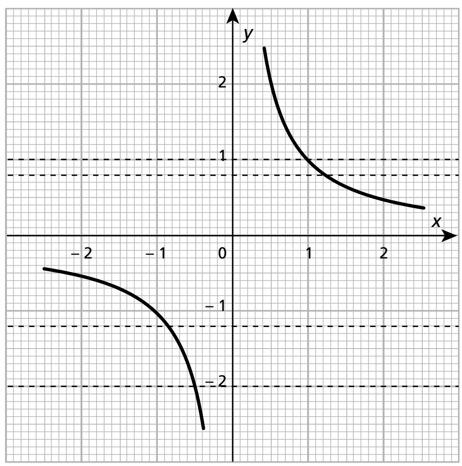
0 est le seul nombre qui n'a pas d'inverse.

**13. a.** Tableau de valeur complété :

| $x$ | – 2,5 | – 2 | – 1,5 | – 1 | – 0,5 | – 0,4 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\dfrac{1}{x}$ | – 0,4 | – 0,5 | – 0,7 | – 1 | – 2 | – 2,5 |

| $x$ | 0,4 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\dfrac{1}{x}$ | 2,5 | 2 | 1 | 0,7 | 0,5 | 0,4 |

**b.**




1 ; – 2 ; 0,8 ; – 1,2 ont chacun un antécédent.
**14.** Les phrases exactes sont les phrases a) et e).
**15.** Par exemple :
*x* Min : – 5 ; *x* Max : 0 ; pas : 1 ; *y* Min : – 5 ; *y* Max : 0 ; pas : 1.
**16.** $\dfrac{1}{2{,}25} > \dfrac{1}{3{,}14}$ car $2{,}25 < 3{,}14$ et la fonction inverse est décroissante pour *x* strictement positif.

$\frac{1}{-5} < \frac{1}{-5{,}5}$ car $-5 > -5{,}5$ et la fonction inverse est décroissante pour $x$ strictement négatif.

**17**. $\text{inv}\left(\frac{1}{-7}\right) < \text{inv}(-5) < \text{inv}(-10) < \text{inv}(9) < \text{inv}\left(\frac{8}{3}\right) < \text{inv}(0{,}2)$.

**Fonction cube**

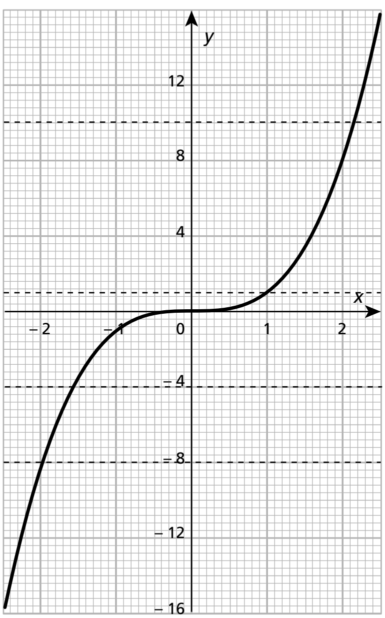
**18**. $f(2) = 8$ ; $f(2{,}5) = 15{,}625$ ; $f(-3) = -27$ ; $f(-0{,}1) = -0{,}001$ ; $f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{27}$.

**19**. **a**. Tableau de valeur complété :

| $x$ | – 2,5 | – 2 | – 1,5 | – 1 | – 0,5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $x^3$ | – 15,625 | – 8 | – 3,375 | – 1 | – 0,125 |

| $x$ | 0 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^3$ | 0 | 0,125 | 1 | 3,375 | 8 | 15,625 |

**b**. Tracé de la coube (voir graphique ci-dessous).




**c**. 10 ; 1 ; – 8 ; – 4 et 0 ont chacun un antécédent.

**20**. Les phrases exactes sont les phrases a) et c).

**21**. Par exemple :
$x$ Min : – 4 ; $x$ Max : 4 ; pas : 1 ; $y$ Min : – 70 ; $y$ Max : 70 ; pas : 10.

**22**. Tableau de variation complété :

| $x$ | $-\infty$ $\qquad$ $+\infty$ |
|---|---|
| $f(x)$ | ↗ |

**Fonction racine carrée**

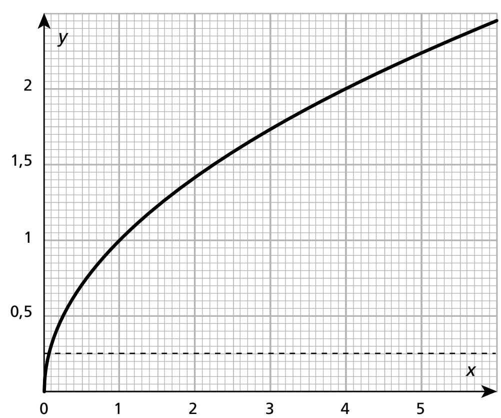
**23**. $f(1) = 1$ ; $f(6) = \sqrt{6} \approx 2{,}45$ ; $f(49) = 7$ ; $f(1\,000) = \sqrt{1\,000} \approx 31{,}62$ ; $f\left(\frac{1}{25}\right) = \frac{1}{5}$.

**24**. **a**. Tableau de valeurs complété :

| $x$ | 0 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\sqrt{x}$ | 0 | 0,7 | 1 | 1,2 | 1,4 | 1,6 |

| $x$ | 3 | 3,5 | 4 | 4,5 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\sqrt{x}$ | 1,7 | 1,9 | 2 | 2,1 | 2,2 | 2,5 |

**b**.




**c**. 2 et 1 ont chacun un antécédent ; – 4 n'a pas d'antécédent.

**25**. Les phrases exactes sont les phrases a), b), c) et e).

**26**. Par exemple :
$x$ Min : 0 ; $x$ Max : 10 ; pas : 1 ; $y$ Min : 0 ; $y$ Max : 3,5 ; pas : 1.

**27**. Tableau de variation :

| $x$ | 0 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | ↗ | |

**Opérations sur les fonctions**

**28**. Pour la fonction $f$, $a = 1$ ; $c = -5$.
Pour la fonction $g$ : $a = -1$ ; $c = 0,2$.
Pour la fonction $h$ : $a = 0,2$ ; $c = 8$.

**29**. **a**. La fonction $g$ varie en sens contraire de la fonction carré car $-1,8$ est négatif.

| $x$ | $-2$ | | $0$ | | $5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | $-7,2$ | ↗ | $0$ | ↘ | $-45$ |

**b**. La fonction $x \mapsto 0,7x^2$ a le même sens de variation que la fonction carré car 0,7 est positif.
L'addition d'une constante, positive ou négative, à une fonction ne change pas son sens de variation.

| $x$ | $-2$ | | $0$ | | $5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $h(x)$ | $-0,2$ | ↘ | $-3$ | ↗ | $14,5$ |

**30**. Les fonctions $f$, $h$ et $i$ ont le même sens de variation que la fonction carré car leur coefficient $a$ est positif.

**31**. Pour la fonction $f$, $d = -3$ ; pour la fonction $g$, $d = \frac{1}{7}$ ; pour la fonction $h$, $d = -\frac{3}{5}$.

**32**. **a**. La fonction $f$ varie en sens contraire de la fonction inverse car $-8$ est négatif.

| $x$ | $0,4$ | | $5$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-20$ | ↗ | $-1,6$ |

**b**. La fonction $g$ a le même sens de variation que la fonction inverse car $\frac{2}{9}$ est positif.

| $x$ | $0,4$ | | $5$ |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | $0,56$ | ↘ | $0,04$ |

**33**. Les fonctions $h$ et $i$ ont le même sens de variation que la fonction cube car le coefficient qui multiplie $x^3$ est positif.

**34**. Les fonctions carré et cube ont le même sens de variation sur les intervalles $[0 ; +\infty[$ et $[1 ; 5]$.

## Problèmes

**Problème 1**

**1**. **a**. Charges fixes par pièce : $\frac{1\,800}{n}$.

Coût unitaire de fabrication = charges fixes + prix de fabrication = $\frac{1\,800}{n} + 30$.

**b**. Pour 400 pièces, coût unitaire = 34,50 € ; pour 500 pièces, coût unitaire = 33,60 €.

**2**. **a**. La fonction inverse est décroissante sur $[50 ; 500]$.

La fonction $x \mapsto \frac{1\,800}{x}$ a le même sens de variation que la fonction inverse car 1 800 est positif. Elle est donc décroissante.
La fonction $f$ a le même sens de variation que la fonction $x \mapsto \frac{1\,800}{x}$ car on ajoute une constante. Elle est donc décroissante.

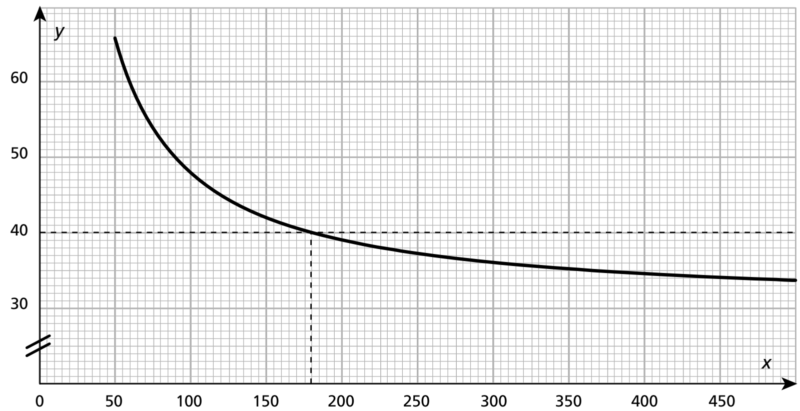
**b**. Tableau de variation de la fonction $f$ :

| $x$ | $50$ | | $500$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $66$ | ↘ | $33,6$ |

**c**. Tableau de valeurs complété :

| $x$ | 50 | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 66 | 48 | 39 | 36 | 34,5 | 33,6 |

**d**. Tracé de la courbe représentative de la fonction $f$ :




3. Il faut fabriquer au moins 180 pièces pour que le prix unitaire de fabrication soit inférieur à 40 €.

**Problème 2**

1. a. $t = 0{,}04$, soit 4 %.

b. $C \approx 10\,667$ €.

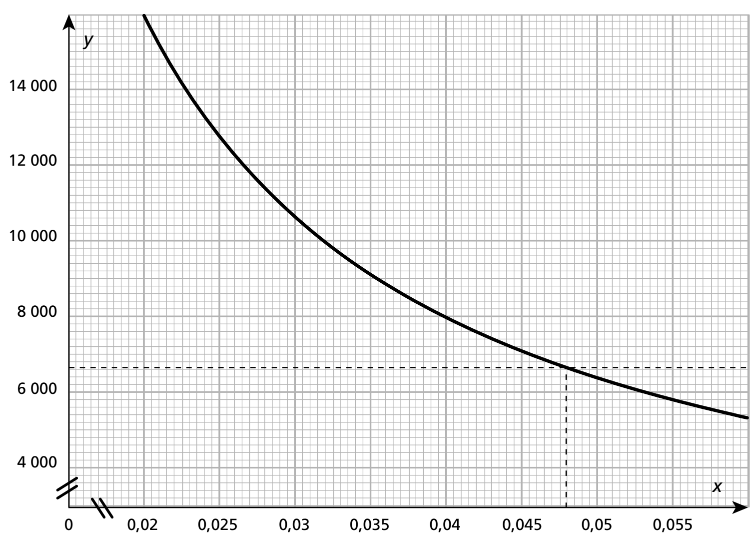
2. $C = \dfrac{320}{t}$.

3. a. La fonction $f$ est décroissante sur [0,02 ; 0,06] car, 320 étant positif, elle a le même sens de variation que la fonction inverse.

b. Tableau de valeurs complété :

| $x$ | 0,02 | 0,025 | 0,03 | 0,035 | 0,04 | 0,045 | 0,05 | 0,06 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 16 000 | 12 800 | 10 667 | 9 142 | 8 000 | 7 111 | 6 400 | 5 332 |

c.




d. Il faut placer environ 6 600 €.

**Problème 3**

1. a. $h = \dfrac{600}{x}$.

b. Aire de la surface imprimable :

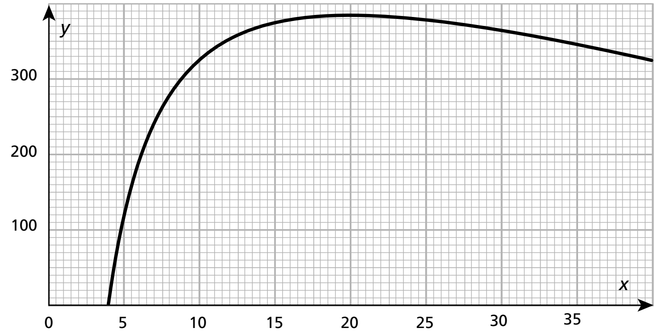
$(x - 4)(h - 6)$.

c. $A(x) = (x - 4)\left(\dfrac{600}{x} - 6\right) = 600 - 6x - \dfrac{2\,400}{x} + 24 = 624 - 6x - \dfrac{2\,400}{x}$.

2. a. Sur l'intervalle [4 ; + ∞[, la fonction $g$ est décroissante et la fonction $k$ est croissante.

On ne peut pas en déduire le sens de variation de la fonction $g + k$ car les fonctions $g$ et $k$ n'ont pas le même sens de variation.

**b**. Tracé de la courbe représentative de la fonction $f$ :




**c**. Tableau de variation de la fonction $f$ :

| $x$ | 4 | 20 | 30 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 0 ↗ | 384 | ↘ 364 |

La fonction $f$ est maximum pour $x = 20$ ; $f(20) = 384$.

**3**. **a**. Dimensions de la page : 20 cm par 30 cm.

**b**. Le pourcentage demandé est 64 %.

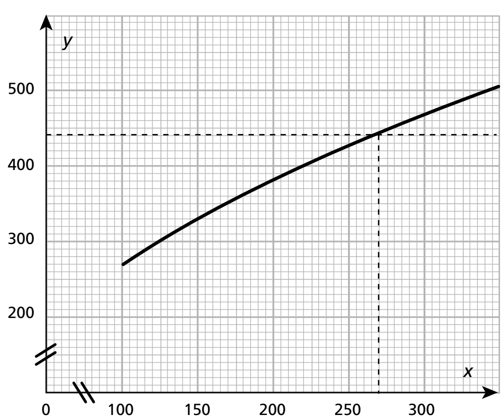
**Problème 4**

**1**. a. $F = 27\sqrt{T}$.

**b**. $F \approx 467$ Hz.

**c**. La fonction $g$ a le même sens de variation que la fonction racine carrée car 27 est positif. Elle est donc croissante sur [100 ; 400].

**d**.




**e**. $T \approx 270$ N.

**f**. $T = \left(\dfrac{440}{27}\right)^2 \approx 266$ N.

**2**. **a**. $F = 8{,}91 \times \sqrt{247} \times \dfrac{1}{L}$ ; $F \approx \dfrac{140}{L}$.

**b**. Tableau de variation de la fonction $h$ :

| $x$ | 10 | 30 |
|---|---|---|
| $h(x)$ | 14 ↘ | 4,7 |

**c**. $L = \dfrac{140}{660} \approx 0{,}21$ ; $L = 0{,}21$ m $= 21$ cm.

**Problème 5**

**Partie A**

**1**. Tableau complété :

| $n$ | 30 | 60 | 90 |
|---|---|---|---|
| $C_s$ (en €) | 375 | 187,5 | 125 |
| $C_c$ (en €) | 200 | 350 | 500 |
| $C_t$ (en €) | 575 | 537,5 | 625 |

**2**. $C_t(n) = \dfrac{11\,250}{n} + 5n + 50$.

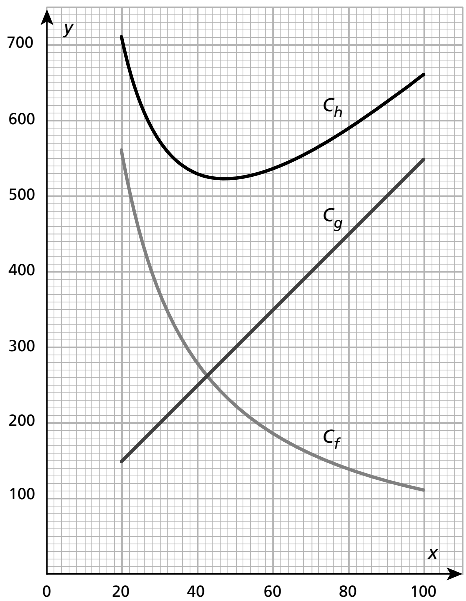
**Partie B**

**1**. **a**. La fonction inverse est décroissante sur [20 ; 100]. La fonction $x \mapsto \dfrac{11\,250}{x}$ a le même sens de variation que la fonction inverse car 11 250 est positif. Elle est donc décroissante.

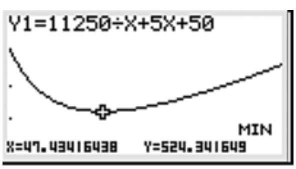
**b**. La fonction *g* est une fonction affine dont le coefficient *a*, égal à 5, est positif. La fonction *g* est donc croissante.

**c**. On ne peut pas déduire des questions b. et c. le sens de variation de la fonction *h* car les fonctions *f* et *g* n'ont pas le même sens de variation.

**2. a.**




**b.**




Le minimum de la fonction *h* est voisin de 524 pour une valeur de *x* voisine de 47.

**c.**

| $x$ | 20 | 47 | 100 |
|---|---|---|---|
| $h(x)$ | 712,5 ↘ | 524 | ↗ 662,5 |

**Partie C**

Le nombre de commandes est un nombre entier.

$h(47) = 524{,}36$ ; $h(48) = 524{,}37$

Le coût total de gestion du stock est minimum pour 47 commandes ; il s'élève à 524,36 €.

## Je teste mes connaissances

**Page 32**

1. B
2. A
3. B
4. C
5. B
6. B
7. C
8. C
9. B
10. A

# Fonctions du second degré

# 3

## Activités

**Page 33**

– $f(0) = 61$ ; $f(40) = 61$. Donc $A(0 ; 61)$ et $B(40 ; 61)$.

– L'abscisse de $S$ est 20 ; $f(20) = 69$.

La hauteur de la calandre est 69.

**Pages 34 et 35**

### Est-ce que je sais ?

**1.** Les fonctions du premier degré sont $g$ et $j$. Celles du second degré sont $f$ ; $i$ et $k$.

**2.**

| Fonctions | $a$ | $b$ | $c$ |
|---|---|---|---|
| $f$ | 2 | – 1 | 8 |
| $g$ | 1 | 0 | – 2 |
| $h$ | – 2 | 4 | 7 |
| $i$ | 1 | 5 | 0 |

## Activité 1

**a**. $f(100) = 5,4$.

La consommation pour une vitesse de 100 km/h est 5,4 litres.

L'image de 100 par $f$ est 5,4. L'antécédent de 5,4 par $f$ est 100.

**b**. La consommation pour une vitesse de 120 km/h est 6,6 litres.

**c**. La consommation semble minimale pour une vitesse de 80 km/h. Elle est alors de 5 litres environ.

**d**. $-\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{-0,16}{2 \times 0,001} = 80$. C'est l'abscisse du point $S$.

**e**. Tableau de variation de $f$ :

| $x$ | 20 | | 80 | | 130 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 8,6 | ↘ | 5 | ↗ | 7,6 |

## Activité 2

**1**. La parabole peut avoir une forme « en creux » ou une forme « en bosse ».

Suivant la valeur absolue de $a$, la parabole est plus ou moins évasée.

**2. a.** $S(-2,5 ; -3,5)$ pour $a = 0,4$ ; $b = 2$ ; $c = -1$.

**b**. Tableau de variation :

| $x$ | $-\infty$ | | $-2,5$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | ↘ | $-3,5$ | ↗ | |

**c**. Les coefficient $b$ et $c$ n'ont pas d'influence sur le sens de variation de $f$ : elle est d'abord décroissante, puis croissante. Seules les coordonnées du sommet changent.

**3. a.** $S(0,5 ; -0,5)$ pour $a = -2$ ; $b = 2$ ; $c = -1$.

**b**. Tableau de variation :

| $x$ | $-\infty$ | | $0,5$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | ↗ | $-0,5$ | ↘ | |

**c**. Les coefficients *b* et *c* n'ont pas d'influence sur le sens de variation de *f* : elle est d'abord croissante, puis décroissante. Seules les coordonnées du sommet changent.

**4**. Lorsque la fonction *f* admet un minimum, le coefficient *a* est positif.

Lorsque la fonction *f* admet un maximum, le coefficient *a* est négatif.

## J'utilise une calculatrice graphique

**Pages 39 et 40**

### Étudier une fonction du second degré avec une calculatrice graphique

**1**. **b.** Tableau de valeurs complété :

| $x$ | – 2 | – 1,5 | – 1 | 0 | 1,5 | 2 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 15,8 | 12,2 | 9,2 | 5 | 3,2 | 3,8 | 12,2 |

La plus petite valeur de $f(x)$ dans la table est 3,2. Ce n'est pas forcément le minimum de *f* sur [– 2 ; 4].

**3. a**. La plus petite valeur de *y* obtenue graphiquement est 3,125 pour $x = 1,25$. L'option MIN donne le même résultat.

La valeur ainsi trouvée est une valeur approchée.

**b**. $-\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{-3}{2 \times 1,2} = 1,25$ ; $f(1,25) = 3,125$.

**c**. Tableau de variation de la fonction *f* :

| $x$ | – 2 | 1,25 | 4 |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 15,8 ↘ | 3,125 | ↗ 12,2 |

### Utiliser une fonction du second degré

Voir fichier « **03_p40_corrige.ggb** ».

**1. b**. Quand la somme investie dans la publicité augmente, le chiffre d'affaires augmente, puis il diminue.

**2. a**. $f(1\,000) = 26\,500$. Ce résultat est inférieur à celui du tableau, mais il en est proche.

La courbe passe entre les points précédemment placés.

**b**. D'après le logiciel, le maximum de *f* est 54 062,5. Il est atteint pour $x = 6\,250$.

$-\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{12,5}{2 \times (-0,001)} = 6\,250$. Le résultat est le même.

**c**. Le montant de l'investissement dans la publicité qui donne le chiffre d'affaires maximum est 6 250 €. Le chiffre d'affaires maximum est alors 54 062,50 €.

## Exercices et problèmes

**Pages 41 à 45**

### Exercices

#### Étudier une fonction du second degré

**1**. Pour la fonction *f*, $a = 1$ ; $b = 8$ ; $c = -5$.
Pour la fonction *g*, $a = 1$ ; $b = 0,5$ ; $c = 3$.
Pour la fonction *h*, $a = 0,5$ ; $b = 1$ ; $c = 1$.
Pour la fonction *i*, $a = \dfrac{2}{3}$ ; $b = -8$ ; $c = -3$

**2**. Pour la fonction *f*, $a = 1$ ; $b = 0$ ; $c = -1$.
Pour la fonction *g*, $a = -0,2$ ; $b = 5$ ; $c = 0$.
Pour la fonction *h*, $a = 1$ ; $b = -8$ ; $c = 0$.
Pour la fonction *i*, $a = 1,5$ ; $b = 0$ ; $c = -6$.

**3**. $f(x) = x^2 - 4$ ; $a = 1$ ; $b = 0$ ; $c = -4$.
$g(x) = 2x^2 + 5x - 3$ ; $a = 2$ ; $b = 5$ ; $c = -3$.
$h(x) = 0,5x^2 - 1,5x + 1$ ; $a = 0,5$ ; $b = -1,5$ ; $c = 1$.
$i(x) = -x^2 - 3x + 10$ ; $a = -1$ ; $b = -3$ ; $c = 10$.

**4**. *f* a un minimum égal à – 21 pour $x = -4$.
*g* a un maximum égal à 3,0625 pour $x = 0,25$.
*h* a un maximum égal à 1,5 pour $x = 1$.
*i* a un minimum égal à – 27 pour $x = 6$.

**5**. *f* a un minimum égal à 1 pour $x = 0$.
*g* a un maximum égal à 31,25 pour $x = 12,5$.

$h$ a un minimum égal à – 16 pour $x = 4$.
$i$ a un minimum égal à – 6 pour $x = 0$.

**6**. Tableaux de variation :

| $x$ | – 3 | | 3 |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | – 20 | ↗ | 28 |

| $x$ | – 3 | | 0,25 | | 3 |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | – 7,5 | ↗ | 3,0625 | ↘ | – 4,5 |

| $x$ | – 3 | | 1 | | 3 |
|---|---|---|---|---|---|
| $h(x)$ | – 6,5 | ↗ | 1,5 | ↘ | – 0,5 |

| $x$ | – 3 | | 3 |
|---|---|---|---|
| $i(x)$ | 27 | ↘ | – 21 |

**7**. Tableaux de variation :

| $x$ | – 1 | | 0 | | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | ↘ | 1 | ↗ | 17 |

| $x$ | – 1 | | 4 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | – 5,2 | ↗ | 16,8 |

| $x$ | – 1 | | 4 |
|---|---|---|---|
| $h(x)$ | 9 | ↘ | – 16 |

| $x$ | – 1 | | 0 | | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $i(x)$ | – 4,5 | ↘ | – 6 | ↗ | 18 |

**8**. On résout le système :

$$\begin{cases} a + c = 1,5 \\ 4a + c = 4 \end{cases}.$$

On obtient $a = \dfrac{5}{6}$ et $c = \dfrac{2}{3}$.

**9**. $c = 5$
Pour déterminer $a$ et $b$, on résout le système :

$$\begin{cases} a + b + 5 = -1 \\ a - b + 5 = 19 \end{cases}.$$

On trouve $a = 4$ et $b = -10$
On a donc $g(x) = 4x^2 - 10x + 5$.

**10**. On sait que $a + b = 5,7$ et $-\dfrac{b}{2a} = -1,4$.
On obtient $a = 1,5$ et $b = 4,2$.

**11**. Le tableau de variation de la fonction $f$ est :

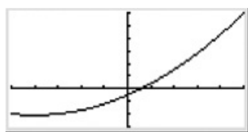
| $x$ | $-\infty$ | | – 1,5 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $i(x)$ | | ↘ | – 20,75 | ↗ | |

$f$ n'est ni croissante, ni décroissante sur [– 3 ; 0]. Elle est décroissante sur [– 3 ; – 1,5] et croissante sur [– 1,5 ; 0].

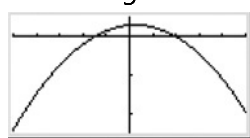
## Représenter graphiquement une fonction du second degré

**12**.

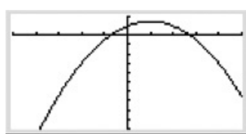
Fonction $f$



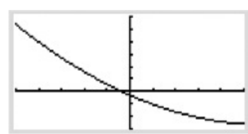
Fonction $g$



Fonction $h$



Fonction $i$



**13**. Les points (1 ; – 18) ; (0,5 ; – 20) ; (– 3 ; 22) appartiennent à la courbe représentative de $f$.

**14**. Les points (– 4,2 ; – 37,26) ; (0 ; – 4) ; (1,5 ; 7,025) appartiennent à la courbe représentative de $g$.

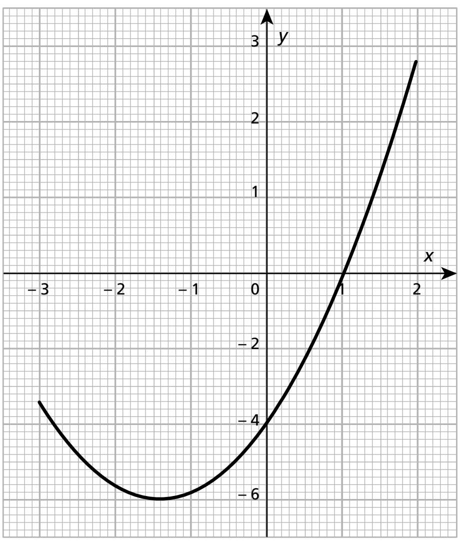
**15**. Tableau de valeurs :

| $x$ | – 3 | – 2 | – 1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $h(x)$ | – 3,4 | – 5,6 | – 5,8 | – 4 | – 0,2 | 5,6 |

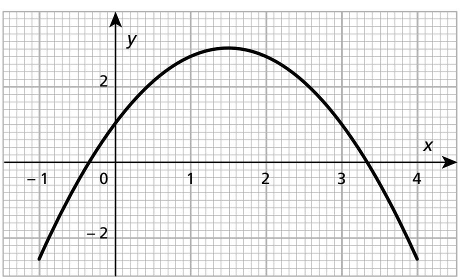
**16**. Tableau de valeurs :

| x | – 1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $i(x)$ | – 2,6 | 1 | 2,8 | 2,8 | 1 | 2,6 |

**17**. Coordonnées du sommet de la parabole : (– 1,4 ; – 5,96).
**18**. Coordonnées du sommet de la parabole : (1,5 ; 3,025).
**19**.




**20**.




**21**. $f \rightarrow$ ④ ; $g \rightarrow$ ① ; $h \rightarrow$ ③ ; $i \rightarrow$ ②.

## Problèmes

### Problème 1

**Partie A**

**1**. $C(55) = 525$. Le coût de fabrication pour 55 tonnes est 525 000 €.
$C(75) = 1\,125$. Le coût de fabrication pour 75 tonnes est 1 125 000 €.
**2**. Le chiffre d'affaires pour 55 tonnes est 990 000 €.
Le chiffre d'affaires pour 75 tonnes est 1 350 000 €.
**3**. Le bénéfice pour 55 tonnes est 465 000 €.
Le bénéfice pour 75 tonnes est 225 000 €.
**4**. **a.** Chiffre d'affaires en fonction de $T$ : $18T$.
**b.** Bénéfice en fonction de $T$ : $18T - T^2 + 100T - 3\,000$, soit $-T^2 + 118T - 3\,000$.

**Partie B**

**a.**

| $x$ | 55 | 59 | 80 |
|---|---|---|---|
| $B(x)$ | 465 ↗ | 481 | ↘ 40 |

**b.**

| x | 55 | 60 | 65 | 70 | 75 | 80 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $B(x)$ | 465 | 480 | 445 | 360 | 225 | 40 |

**c**. Coordonnées du sommet de la parabole : (59 ; 481).
**d.**


**Partie C**

**a**. Le bénéfice de l'entreprise est maximum pour 59 tonnes.
**b**. Le bénéfice maximum est 481 000 €.
**c**. Le pourcentage de réduction est 18 %.

**Problème 2**

**Partie A**

**1.** $D_A = 30{,}3$ m

**2.**

| $x$ | $-20$ | $-6$ | $40$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 13,3 ↘ | $-3$ | ↗ 173,3 |

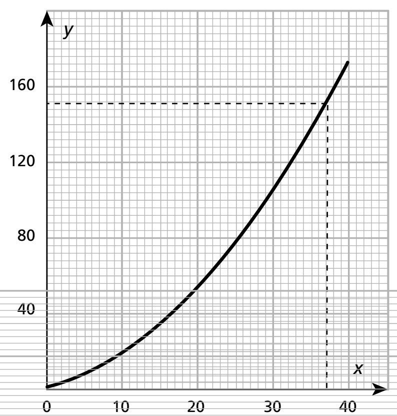
**3.**

| $x$ | 0 | 40 |
|---|---|---|
| $g(x)$ | 0 ↗ | 173,3 |

**4.**

| $x$ | 0 | 5 | 8 | 14 | 19 | 25 | 31 | 40 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 0 | 7,1 | 13,3 | 30,3 | 49,1 | 77,1 | 111,1 | 173,3 |

**5. 6.** $v_s \approx 37$ m/s, soit 133 km/h




**Partie B**

**1.** 30 m/s = 108 km/h.

**2.** Sur route sèche, 133 km/h est proche de 130 km/h.

Sur route humide, 108 km/h est proche de 110 km/h.

**Problème 3**

**Partie A**

**1. a.** $n = -0{,}15 \times 340 + 90 = 39$.

**b.** $CA = 340 \times 39 = 13\,260$ €.

**c.** $C = 180 \times 39 + 6\,100 = 13\,120$ €.

**d.** $R$ est un bénéfice. $R = 13\,260 - 13\,120 = 140$ €.

**2. a.** $CA = (-0{,}15p + 90)\,p = -0{,}15p^2 + 90p$.

**b.** $C = 180(-0{,}15p + 90) + 6\,100$
$= -27p + 22\,300$.

**c.** $R = CA - C = -0{,}15p^2 + 117p - 22\,300$.

**Partie B**

**1. a.** $\dfrac{-b}{2a} = -\dfrac{117}{2 \times (-0{,}15)} = 390$ ;

$f(390) = 515$.

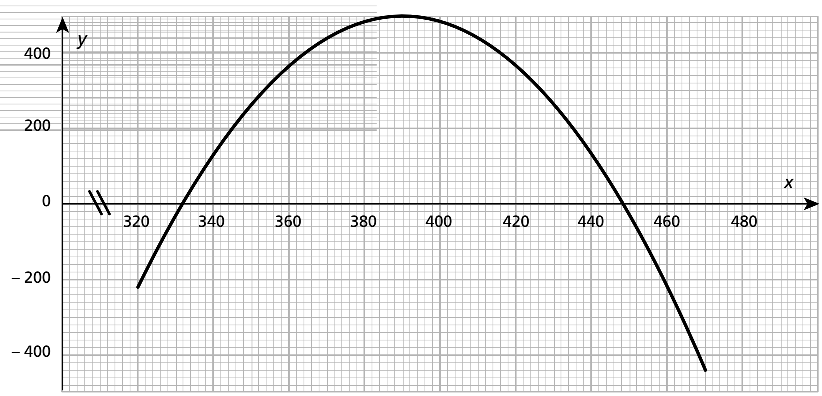
**b.**

| $x$ | 320 | 390 | 470 |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-220$ ↗ | 515 | ↘ $-445$ |

**c.**

| $x$ | 320 | 350 | 380 | 410 | 440 | 470 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-220$ | 275 | 500 | 455 | 140 | $-445$ |

**d.**



**2**. Le résultat est nul pour $x \approx 330$ et $x \approx 450$. Mme Peaudouce réalise un bénéfice lorsque le prix du forfait est compris entre 330 € et 450 €.

### Problème 4

Voir fichier « **03_p44_pb4_corrige.ggb** ».

**1**. **b**. La courbe semble être une parabole.

**c**. Pour $MB = 0$ et $MB = 5$, l'aire de $AHMK$ est égale à 0.

**d**. La valeur maximale de l'aire est 3 cm² pour $x = 2{,}5$ cm.

**2**. **a**. $BC = 5$ cm

**b**. $MH = \frac{3}{5}x$ ; $BH = \frac{4}{5}x$ ; $AH = 4 - \frac{4}{5}x$.

**c**. Aire $AHMK = \frac{3}{5}x\left(4 - \frac{4}{5}x\right) = \frac{12}{5}x - \frac{12}{25}x^2$.

**d**. $\frac{-b}{2a} = -\frac{12}{5} \div \left(-\frac{24}{25}\right) = \frac{5}{2} = 2{,}5$ ; $f(2{,}5) = 3$.

Les résultats sont identiques à ceux trouvés graphiquement.

**e**. $M$ est le milieu de $[BC]$ lorsque l'aire est maximale.

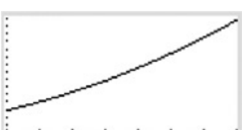
### Problème 5

**Partie A**

**1**. **a**. Coût total pour 3 000 raquettes : 53 000 €.

**b**. $C(n) = 0{,}001n^2 + 8n + 20\,000$.

**2**. **a**. Exemple de fenêtre d'affichage : $x$ Min : 1 000 ; $x$ Max : 8 000 ; pas : 1 000 ; $y$ Min : 0 ; $y$ Max : 150 000 ; pas : 10 000.



**b**. $\frac{-b}{2a} = -4\,000$. Cette valeur n'appartient pas à l'intervalle [1 000 ; 8 000].

**c**.

| $x$ | 1 000 | | 8 000 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 29 000 | ↗ | 148 000 |

**Partie B**

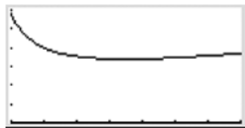
**1.a**. $C_{um}(n) = \frac{C(n)}{n} = \frac{0{,}001n^2 + 8n + 20\,000}{n}$

$= \frac{0{,}001n^2}{n} + \frac{8n}{n} + \frac{20\,000}{n}$.

D'où $C_{um}(n) = \frac{20\,000}{n} + 8 + 0{,}001n$ après simplification.

**b**. $C_{um}(5\,000) = 17$ €.

**2**. **a**. Exemple de fenêtre d'affichage : $x$ Min : 1 000 ; $x$ Max : 8 000 ; pas : 1 000 ; $y$ Min : 0 ; $y$ Max : 30 ; pas : 5.



**b**. $x \approx 4\,472$ ; $y \approx 16{,}94$.

**3**. Le coût unitaire moyen minimum est 16,94 €.

### Problème 6

**1**. La température au bout de 30 minutes est 93 °C.

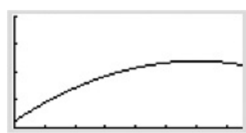
**2**. b.

| $x$ | 0 | 20 | 40 | 50 | 60 | 75 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 12 | 72 | 108 | 117 | 120 | 113,25 |

**3**. **a**.

Xmin : 0
Xmax : 75
Pas : 10
Ymin : 0
Ymax : 200
Pas : 50

**b**.



**4**. **a**. $\frac{-b}{2a} = 60$. Cette valeur appartient à l'intervalle [0 ; 75].

**b**.

| $x$ | 0 | | 60 | | 75 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 12 | ↗ | 120 | ↘ | 113 |

**5**. **a**. On doit éditer $y = 117$.

**b**. On obtient $x \approx 50$ et $x \approx 70$.

**c**. On arrêtera la stérilisation au bout de 50 minutes.

# Je teste mes connaissances

**Page 46**

1. C
2. B
3. B
4. A
5. B
6. A
7. C
8. A
9. A
10. C

# Suites numériques

# 4

## Activités

**Page 47**

– Dans la suite de nombres dite de Fibonacci, un terme est égal à la somme des deux termes qui le précèdent et cela à partir du troisième terme.

– Le septième mois, il y aura 13 lapins (5 + 8 soit la somme des nombres de lapins des cinquième et sixième mois).
Le huitième terme, il y aura 21 lapins soit 8 + 13.

**Pages 48 et 49**

### Est-ce que je sais ?

**1. a)** La valeur de la carte est 447. Pour passer de la première carte à la deuxième, on ajoute 7, puis 14 de la deuxième à la troisième, puis on ajoute 28… et enfin on ajoute 224 à la valeur 223, soit 447 au total.
**b)** 12 – 9 – 11– 8 – 10 – 7 – 9 – **6 – 8 – 5 – 7**
1 – 4 – 9 – 16 – **25 – 36 – 49**
**2.** Les huit premiers chiffres d'un nombre aléatoire obtenu avec la calculatrice sont :
3 – 6 – 9 – 4 – 8 – 1 – 4 – 3
Si l'on recommence plusieurs fois, on ne retrouve pas le même nombre.

## Activité 1

**1.**

| | Proposition A | Année | Proposition B | |
|---|---|---|---|---|
| + 420 | 20 000 | 2010 | 20 000 | × 1,02 |
| + 420 | 20 420 | 2011 | 20 400 | × 1,02 |
| + 420 | 20 840 | 2012 | 20 808 | × 1,02 |
| | 21 260 | 2013 | 21 224,16 | |

**2.** Pour la proposition A, on ajoute 420 au salaire d'une année pour trouver le salaire de l'année suivante.
Pour la proposition B, on multiplie le salaire d'une année par 1,02 pour obtenir le salaire de l'année suivante.
**3.** De 2010 à 2013, la proposition A augmente plus rapidement que la proposition B.
Si l'employé reste 4 ans dans l'entreprise, il a intérêt à choisir la proposition A qui lui fournira un meilleur salaire.

## Activité 2

**1.** Ouvrir le fichier **« 04_salaire_corrige.xls »** ou **« 04_salaire_corrige.ods ».**
**2.** Pour la proposition A, il faut utiliser la formule = B5+420.
Pour la proposition B, il faut utiliser la formule = C5*1,02.

**3.** Voir fichier.
**4.** Si le salarié compte rester au moins dix ans, il faut mieux qu'il choisisse la proposition B. Son salaire atteindra alors 30 000 euros en 2031.

## Activité 3

**1.** Ouvrir le fichier **« 04_échiquier_corrige.xls »** ou **« 04_échiquier_corrige.ods ».** Le soixante-quatrième terme est $9{,}22337 \times 10^{18}$, le nombre total de grains sur l'échiquier serait $1{,}84467 \times 10^{19}$.
**2.** La masse totale de blé, en tonnes serait $1{,}84467 \times 10^{19} \times 0{,}050 \times 10^{-6}$ soit $9{,}22337 \times 10^{11}$. La production mondiale annuelle de blé a été d'environ 680 millions de tonnes en 2008/2009.
La masse de blé qu'aurait dû recevoir l'inventeur était d'environ 1 350 fois la production mondiale de l'année 2008/2009. Le souverain n'a pas pu satisfaire la demande de l'inventeur.

## J'utilise une calculatrice graphique

**Page 53**

### Étudier des suites à l'aide d'une calculatrice graphique

**2.** Il faudra 58 jours pour atteindre l'objectif de 1800 kcal/jour.
**3.** La deuxième solution est beaucoup plus rapide car elle permet d'atteindre l'objectif de 1800 kcal/jour en 35 jours, ce qui fait gagner 23 jours par rapport à la première proposition. La personne peut choisir d'abaisser son apport calorique de 25 kcal par jour, cela lui permettra d'atteindre l'objectif de 1800 kcal/jour en moins de 45 jours. Elle ne peut pas choisir la première proposition qui est trop lente.

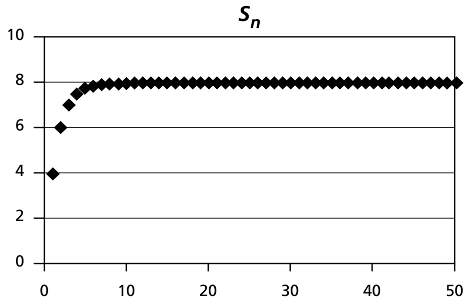
## J'utilise un logiciel

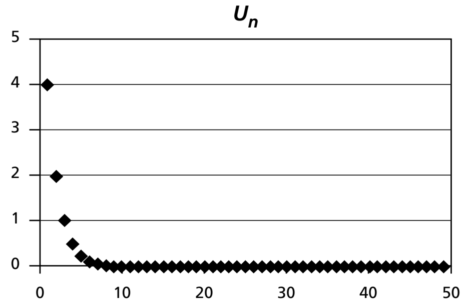
**Page 54**

**Générer expérimentalement des suites numériques**

Ouvrir le fichier **« 04_logiciel_corrige.xls »** ou **« 04_logiciel_corrige.ods ».**
**1.** a) $q = 0{,}5$.
b) Les valeurs $u_n$ diminuent, la suite est décroissante.
c) Les valeurs $u_n$ continuent à diminuer, elles se rapprochent de plus en plus de zéro (sans devenir négatives).
d) Lorsque $n$ augmente ($n > 10$), les points semblent situés sur l'axe des abscisses. Les valeurs de $u_n$ atteignent une valeur limite, zéro.

| Rang *n* | *Un* | *Sn* |
|---|---|---|
| 1 | 4 | 4 |
| 2 | 2 | 6 |
| 3 | 1 | 7 |
| 4 | 0,5 | 7,5 |
| 5 | 0,25 | 7,75 |
| 6 | 0,125 | 7,875 |
| 7 | 0,0625 | 7,9375 |
| 8 | 0,03125 | 7,96875 |
| 9 | 0,015625 | 7,984375 |
| 10 | 0,0078125 | 7,9921875 |
| 11 | 0,00390625 | 7,99609375 |
| 12 | 0,00195313 | 7,99804688 |
| 13 | 0,00097656 | 7,99902344 |
| 14 | 0,00048828 | 7,99951172 |
| 15 | 0,00024414 | 7,99975586 |
| 16 | 0,00012207 | 7,99987793 |
| 17 | 6,1035E-05 | 7,99993896 |
| 18 | 3,0518E-05 | 7,99996948 |
| 19 | 1,5259E-05 | 7,99998474 |
| 20 | 7,6294E-06 | 7,99999237 |




**2.** a) Voir le tableau.
b) La suite ($S_n$) n'est ni arithmétique, ni géométrique car ni les différences, ni les quotients entre deux termes consécutifs sont égaux.
c) Voir représentation de ($S_n$).
d) $S_{100} = 8$ et $S_{1000} = 8$ car on voit sur le graphique que les valeurs de $S_n$ atteignent une valeur limite 8.

# Exercices et problèmes

**Pages 55 à 59**

## Exercices

### Déterminer la nature d'une suite

**1. a)** $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ **1** 2 $2^2$ $2^3$ $\mathbf{2^4}$
La suite est géométrique, la raison est 2. La suite est croissante car chaque terme est le double du précédent et tous les termes sont positifs.
**b)** 192 96 **48** 24 **12** 6
La suite est géométrique, la raison est 0,5. La suite est décroissante, car chaque terme est égal à la moitié du précédent et tous les termes sont positifs.
**2. a)** La suite est arithmétique de raison – 5.
**b)** La suite est géométrique de raison 3.
**c)** La suite est arithmétique de raison 4.
**d)** La suite est arithmétique de raison – 2.
**e)** La suite n'est ni arithmétique, ni géométrique.
**f)** La suite est géométrique de raison 0,5.

### Calculer la raison

**3. a)** La raison est 11.
**b)** La raison est 15.
**c)** La raison est – 3.
**4. a)** La raison est 11.
**b)** La raison est 0,8.
**c)** La raison est 10.
**5.** La raison de la suite peut être 10 ou – 10.
$u_2$ peut être égal à 100 ou à – 100.

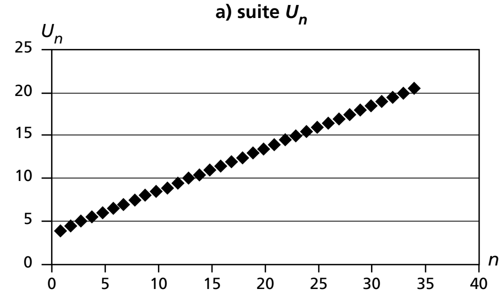
### Calculer les termes d'une suite

**6. a)** 45 62 **79** 96
**b)** 70 – **10** – 90 – 170
**7. a)** 45 63 **88,2** 123,48
**b)** 4 **20** 100 500
**8.** $u_1 = 2$ ; $u_2 = 4$ ; $u_3 = 8$ ; $u_4 = 16$ et $u_5 = 32$.
La suite est géométrique, de raison 2.
**9.** $u_2 = 1050$ ; $u_3 = 1\,102{,}50$ ; $u_4 = 1\,157{,}625$ et $u_5 = 1\,215{,}50625$.
**10.** L'épaisseur obtenue :
– après 2 pliages, elle est 0,20 mm ;
– après 3 pliages, elle est 0,40 mm ;
– après 4 pliages, elle est 0,80 mm.
La suite formée par les épaisseurs est géométrique, de raison 2.
L'épaisseur obtenue, par le calcul, pour 20 pliages est 52 428,8 mm, mais c'est impossible à réaliser avec une feuille format A4.

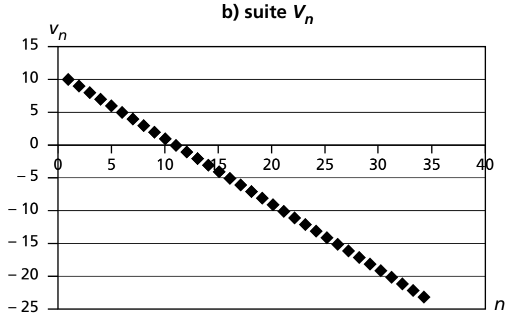
## Représenter graphiquement une suite en utilisant la calculatrice ou le tableur

**11.** 1)

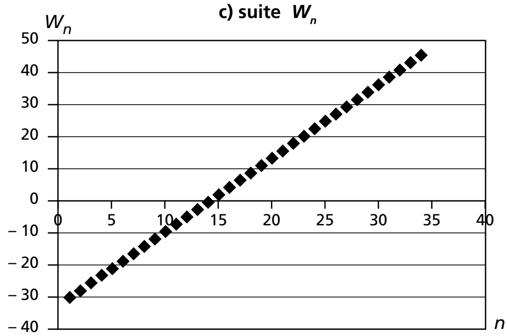
a) suite $U_n$



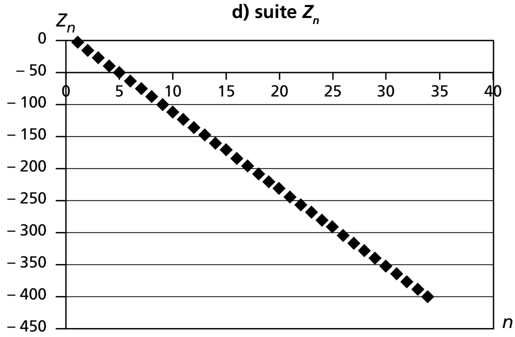

b) suite $V_n$




c) suite $W_n$



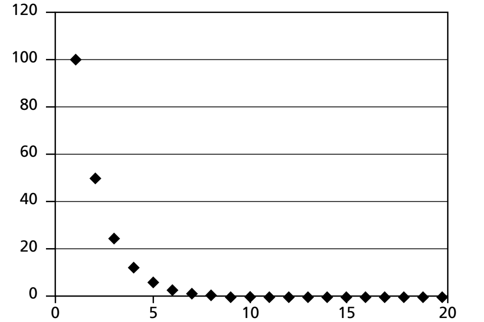

d) suite $Z_n$



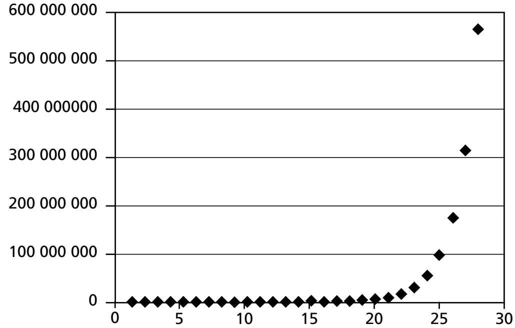

**2.** a) Affine. b) Croissante. c) Décroissante.

**12.**

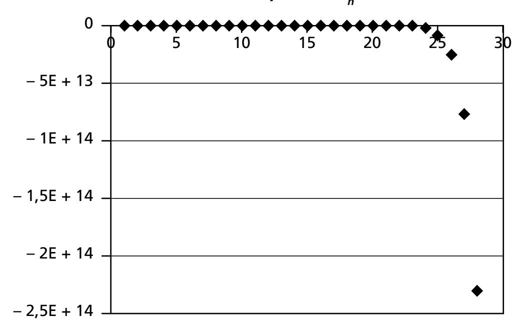
a) suite $U_n$



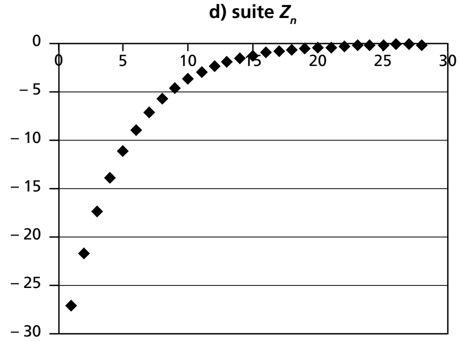

b) suite $V_n$




c) suite $W_n$




d) suite $Z_n$



Les variations de la suite dépendent du signe du premier terme et de la valeur de la raison. En effet, le sens de variation n'est pas le même pour une raison comprise entre 0 et 1 ($0 < q < 1$) et une raison supérieure à 1 ($q > 1$). Pour généraliser, il faudrait étudier d'autres suites géométriques.

**Expérimenter à l'aide d'un tableur ou de la calculatrice**

**13.** $u_n > 200$ pour $n \geq 68$.
**14.** $u_n = 0$ pour $n = 61$.
**15.** $u_n > 100$ pour $n \geq 11$.
**16.** 12 ; **17 ; 22 ; 27 ; 32 ; 37 ;** 42.
**17.** $n = 75$.
**18. 1)** $u_1 = 1$ ; $u_2 = 3$ ; $u_3 = 5$ ; $u_4 = 7$ et $u_5 = 9$.
**2)** La suite est arithmétique, la raison est 2.
**3)** Il faut 100 boîtes.
**4)** On peut empiler 15 étages
**19.** Le nombre de coquelicots obtenus serait :
- au bout d'un an : 3 000
- au bout de 2 ans : $9.10^6$
- au bout de 3 ans : $2{,}7.10^{10}$
- au bout de 4 ans : $8{,}1.10^{13}$.

Les nombres trouvés les premiers termes d'une suite géométrique de raison 3 000.
**20. 1)** Le nombre de bactéries obtenues après :
- la première division est 2,
- après la deuxième est 4,
- après la troisième est 8,
- on obtiendrait ensuite 16, 32…

Ouvrir le fichier « **04_bacteries_corrige.xls** » ou « **04_bacteries_corrige.ods** ».
Après la 5e division, il y aurait 32 bactéries et après la 10e division, il y en aurait 1 024.
Les nombres de bactéries obtenus forment une suite de nombre géométrique de raison 2.
**2)** En 1 h, une bactérie peut donner naissance à 8 bactéries.
En 2 h, une bactérie peut donner naissance à 64 bactéries.
En 3 h, une bactérie peut donner naissance à 512 bactéries.
En 12 h, une bactérie peut donner naissance à 68719476736 bactéries.

**Les suites dans la vie courante et professionnelle**

**21.** Au 1er janvier 2011, le prix de l'article est 315 €.
Au 1er janvier 2012, le prix de l'article est 330,75 €.
Au 1er janvier 2013, le prix de l'article est 347,29 €.
Au 1er janvier 2014, le prix de l'article est 364,65 €.
Les quatre prix obtenus forment une suite géométrique de raison 1,05.
**22. 1)** $P_2 = 12\,000$, $P_3 = 9\,600$, $P_4 = 7\,680$.
**2)** $\frac{P_2}{P_1} = \frac{P_3}{P_2} = \frac{P_4}{P_3} = 0{,}8$. La suite des nombres $P_1$, $P_2$, $P_3$, $P_4$ est une suite géométrique de raison 0,8.
**23. 1)** $u_1 = 1\,800$ ; $u_2 = 1\,854$ ; $u_3 = 1\,909{,}62$ ; $u_4 = 1\,966{,}9086$ et $u_5 = 2\,025{,}91586$.
**2)** La suite n'est pas arithmétique car $u_2 - u_1 \neq u_3 - u_2$.
**3)** $\frac{u_2}{u_1} = \frac{u_3}{u_2} = \frac{u_4}{u_3} = \frac{u_5}{u_4} = 1{,}03$ la suite est géométrique.
**24. 1)** $U_2 = 10\,350$, $U_3 = 10\,712$, et $U_4 = 11\,087$ arrondis à l'unité.
**2)** $\frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} = \frac{U_4}{U_3} = 1{,}035$.
Les termes $U_1$, $U_2$, $U_3$ et $U_4$ forment une suite géométrique de raison 1,035.
**3)** $U_n = 1{,}035 \times U_{n-1}$ ou ($U_n = 10\,000 \times 1{,}035^n$).
**4)** La production annuelle de la 10e année, si l'objectif est tenu sera 13 629.
**25.1)** La perte la première année est 1 500 €.

**2)** La machine vaut 11 000 € au bout d'un an.
**3)** Au bout de deux, la machine vaut 9 680 €
**4)**

| $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $u_n$ | 12 500 | 11 000 | 9 680 | 8 518 | 7 496 | 6 597 | 5 805 |

**5)** Il faudra changer la machine la 7$^e$ année.
**26. 1)** $C_1 = 1\,533{,}75$ ; $C_2 = 1\,568{,}26$ ; $C_3 = 1\,603{,}55$.
**2)** $C_{n+1} = 1{,}0225 \times C_n$.
Les nombres $C_1$, $C_2$…, $C_n$ sont des termes successifs d'une suite géométrique car pour passer d'un terme au suivant, on multiplie toujours par le même nombre. La raison est 1,0225.
**3)** $C_{10} \approx 1\,874$ €
**4)** Le capital initial doublerait au bout de 32 années.

## Problèmes

### Problème 1

**1.** En B3, il doit écrire « = B2+20 » et en C3, il doit écrire « = C2*1.2 ».
**2. a**. La suite $(A_n)$ est une suite arithmétique de raison 20 et de terme initial 150.
**b**. La suite $(B_n)$ est une suite géométrique de raison 1,2 et de terme initial 130.
**3.** $A_n = A_{n-1} + 20$ (ou $A_n = 150 + 20 \times n$)
$B_n = B_{n-1} \times 1{,}2$ (ou $B_n = 130 \times 1{,}20^n$).
**4.** Florian souhaite acheter son scooter dans 6 mois.
**a**. Avec la formule A, le montant du sixième dépôt serait 250 €.
Avec la formule B, le montant du sixième dépôt serait 323 €.
**b.** Avec la formule A, la somme économisée serait 1 200 €.
Avec la formule B, la somme économisée serait 1 291 €.
**c.** Florent retiendra la formule B car c'est la formule qui lui permet d'économiser les 1 250 € nécessaires pour l'achat de son scooter.

| **Mois($n$)** | ***An*** | ***Bn*** |
|---|---|---|
| 1 | 150 | 130,00 |
| 2 | 170 | 156,00 |
| 3 | 190 | 187,20 |
| 4 | 210 | 224,64 |
| 5 | 230 | 269,57 |
| 6 | 250 | 323,48 |
| **Total économisé** | **1 200** | **1 290,89** |

### Problème 2

**1.** La population sera de 16 900 habitants en 2010, de 17 250 habitants en 2011 et de 17 600 habitants en 2012. Ces nombres forment le début d'une suite arithmétique de raison 350.
**2.** Ouvrir le fichier « **04_construction_corrige.xls** » ou « **04_construction_corrige.ods** ».
On constate que les points sont alignés et à égale distance, le nombre d'habitants augmentant régulièrement.
**3.** La population dépassera 19 500 habitants en 2018.
**4.** Non, il n'est pas nécessaire qu'il prévoit cette construction car la population dépassera 22 000 habitants en 2025.

### Problème 3

**1.** Ouvrir le fichier « **04_Finonacci_corrige.xls** » ou « **04_Fibonacci_corrige.ods** ».

| | **Nombres de la suite de Fibonacci** | **Quotient de deux termes consécutifs** |
|---|---|---|
| 1$^{er}$ terme | 1 | |
| 2$^e$ terme | 1 | |
| 3$^e$ terme | 2 | 2 |
| 4$^e$ terme | 3 | 1,5 |
| 5$^e$ terme | 5 | 1,666666667 |
| 6$^e$ terme | 8 | 1,6 |
| 7$^e$ terme | 13 | 1,625 |

| | | |
|---|---|---|
| 8$^{e}$ terme | 21 | 1,615384615 |
| 9$^{e}$ terme | 34 | 1,619047619 |
| 10$^{e}$ terme | 55 | 1,617647059 |
| 11$^{e}$ terme | 89 | 1,618181818 |
| 12$^{e}$ terme | 144 | 1,617977528 |
| 13$^{e}$ terme | 233 | 1,618055556 |
| 14$^{e}$ terme | 377 | 1,618025751 |
| 15$^{e}$ terme | 610 | 1,618037135 |
| 16$^{e}$ terme | 987 | 1,618032787 |
| 17$^{e}$ terme | 1 597 | 1,618034448 |
| 18$^{e}$ terme | 2 584 | 1,618033813 |
| 19$^{e}$ terme | 4 181 | 1,618034056 |
| 20$^{e}$ terme | 6 765 | 1,618033963 |
| 21$^{e}$ terme | 10 946 | 1,618033999 |
| 22$^{e}$ terme | 17 711 | 1,618033985 |
| 23$^{e}$ terme | 28 657 | 1,61803399 |
| 24$^{e}$ terme | 46 368 | 1,618033988 |
| 25$^{e}$ terme | 75 025 | 1,618033989 |
| 26$^{e}$ terme | 121 393 | 1,618033989 |
| 27$^{e}$ terme | 196 418 | 1,618033989 |

**2.** On constate lorsque l'on calcule le quotient d'un terme par le terme qui le précède que la valeur du quotient se stabilise assez rapidement vers une valeur valant environ 1,618.

À partir d'un certain rang, on peut dire : terme de rang $n$ = terme de rang $(n - 1) \times 1{,}618$.

**3.** Le quotient trouvé précédemment se rapproche du nombre d'Or (≈ 1,618033988749), à partir d'un certain rang.

**Problème 4**

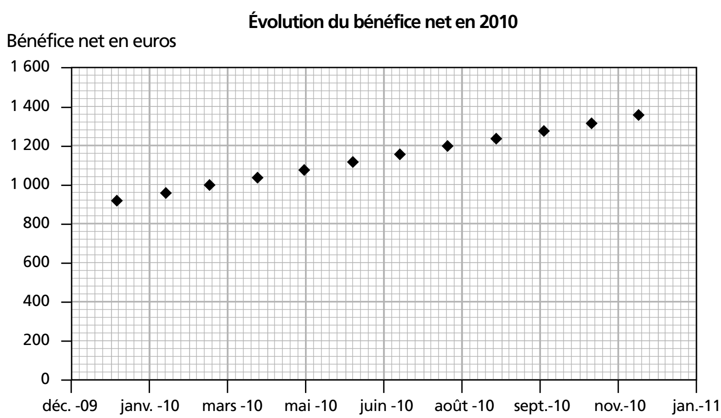
**1.** Ces quatre nombres forment une suite arithmétique car 960 – 920 = 1 000 – 960 = 1040 – 1000 = 40.

La raison est 40.

**2. a)**

| | | | |
|---|---|---|---|
| janv-10 | 920 | juil-10 | 1 160 |
| févr-10 | 960 | août-10 | 1 200 |
| mars-10 | 1 000 | sept-10 | 1 240 |
| avr-10 | 1 040 | oct-10 | 1 280 |
| mai-10 | 1 080 | nov-10 | 1 320 |
| juin-10 | 1 120 | déc-10 | 1 360 |

**b)** L'entrepreneur pourra poursuivre son activité, car il atteindra 1 320 € en novembre selon les prévisions.



**Problème 5**

Ouvrir le fichier « **04_pb5_corrige.xls** » ou « **04_pb5_corrige.ods** ».

Avec le tableur, on trouve qu'il faut 56 entraînements pour atteindre les 3 000 m parcourus.

À raison de trois entraînements par semaine, elle aura 12 entraînements par mois.

Pour atteindre son objectif, il faudra à Carla 4,67 mois, donc elle sera prête avant la date prévue pour la compétition (délai de 6 mois).

## Je teste mes connaissances

**Page 60**

1. C
2. B
3. C
4. A
5. C
6. A
7. B
8. A
9. B
10. C

# Fluctuation d'une fréquence (5)

## Activités

**Page 61**

– La fréquence de la maladie parmi les personnes exposées à la pollution est $\frac{35}{250} = 0{,}14$.

– La valeur 0,14 est en dehors des points obtenus par simulation lorsque l'on suppose que la situation est habituelle. Cette fréquence est donc « significativement » inquiétante.

**Pages 62 et 63**

### Est-ce que je sais ?

**1. a)** C'est normal. Cela peut-être du au hasard.

**b)** Le résultat le plus fiable est 54 % car il est obtenu avec davantage de personnes interrogées.

**2. a)** La probabilité d'obtenir un 6 est $\frac{1}{6} \approx 0{,}167$.

**b)** La fréquence du 6 observée sur 1 000 lancers est $\frac{252}{1\,000} = 0{,}252$ qui est très éloignée de $\frac{1}{6}$ pour un échantillon de taille importante. Le dé est vraisemblablement truqué.

## Activité 1

**1.** Les résultats dépendent des expériences mais on observe assez souvent une fréquence supérieure ou égale à 0,6 sur un échantillon de taille 10, alors que c'est assez rare sur un échantillon de taille 50.

**2. a)** On observe des résultats analogues à ceux des images d'écran suivantes.

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | **Maternité A** | jour 1 | jour 2 | jour 3 | jour 4 | jour 5 | jour 6 | jour 7 | jour 8 | jour 9 | jour 10 |
| 2 | naissance 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 3 | naissance 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 4 | naissance 3 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 5 | naissance 4 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 6 | naissance 5 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 7 | naissance 6 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 8 | naissance 7 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 9 | naissance 8 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | naissance 9 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 11 | naissance 10 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 12 | **f** | **0,4** | **0,7** | **0,3** | **0,7** | **0,6** | **0,2** | **0,2** | **0,2** | **0,7** | **0,4** |
| 13 | nombre de jours avec f supérieure ou égale à 0,6 : | | | | 19 | | | | | | |
| 14 | | | | | | | | | | | |
| 15 | **Maternité B** | jour 1 | jour 2 | jour 3 | jour 4 | jour 5 | jour 6 | jour 7 | jour 8 | jour 9 | jour 10 |
| 16 | naissance 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 17 | naissance 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 18 | naissance 3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 19 | naissance 4 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 20 | naissance 5 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 21 | naissance 6 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 58 | naissance 43 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 59 | naissance 44 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 60 | naissance 45 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 61 | naissance 46 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 62 | naissance 47 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 63 | naissance 48 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 64 | naissance 49 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 65 | naissance 50 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 66 | f | 0,58 | 0,28 | 0,38 | 0,56 | 0,48 | 0,56 | 0,6 | 0,48 | 0,34 | 0,48 |
| 67 | nombre de jours avec f supérieure ou égale à 0,6 : | | | | 5 | | | | | | |

La distribution d'échantillonnage des échantillons de taille 10 est affichée à la ligne 12.
La distribution d'échantillonnage des échantillons de taille 50 est affichée à la ligne 66.
**b)** La distribution d'échantillonnage où l'on observe le plus souvent des résultats supérieurs ou égaux à 0,6 est celle des échantillons de taille 10.
**c)** La maternité ayant le plus de chances d'avoir le plus grand nombre de jours avec au moins 60 % de filles est la petite maternité.

## Activité 2

**1.** Les résultats dépendent des expériences.
**2. b)** $p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
**c)** $\overline{f}$ est proche de $p$.

## Activité 3

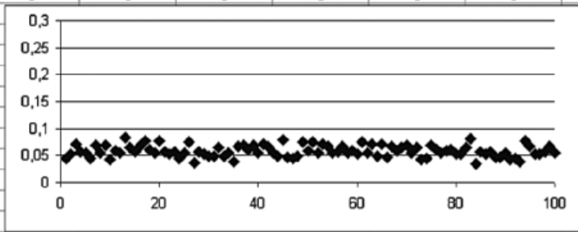
**1.** $0{,}5 - \frac{1}{\sqrt{35}} \approx 0{,}33$ ; $0{,}5 + \frac{1}{\sqrt{35}} \approx 0{,}67$.
**2.** 100 %.
**3.** $0{,}5 - \frac{1}{\sqrt{3\,500}} \approx 0{,}48$ ; $0{,}5 + \frac{1}{\sqrt{3\,500}} \approx 0{,}52$.

**4.** La valeur 0,46 observée dans l'entreprise de 3 500 salariés n'appartient pas à l'intervalle de la question précédente. On peut estimer que, dans cette entreprise, les femmes ont moins de chances d'être embauchées que les hommes.

## J'utilise un logiciel

**Page 67**
**Expérimenter l'intervalle de fluctuation à 95 %**
Voir fichier « **05_hazelwood_corrige.xls** » ou « **05_hazelwood_corrige.ods** ».
**1. a)** La valeur 1 correspond à un professeur Afro-américain, la valeur 0 correspond à un professeur non afro-américain.
**b)** Le résultat affiché en A408 est la fréquence de professeurs Afro-américain sur un échantillon de taille 405.
**c)** Les formules calculent les bornes de l'intervalle de fluctuation à 95 %.
**d)** Le résultat affiché en I1 est le pourcentage d'échantillons fournissant une fréquence comprise dans l'intervalle de fluctuation.
**e)** On a $f = \frac{15}{405} \approx 0{,}037$. Cette valeur n'est pas comprise entre 0,104 et 0,204 et ne peut que très rarement s'observer sur les simulations.
**2.** On observe des résultats analogues à ceux de l'image d'écran suivante.

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | p= | 0,057 | | Entre | 0,007 | et | 0,107 | il y a | 100 | % des fréquences | |
| 2 | f= | 0,03703704 | | | | | | | | | |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | | | | | | | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | | | | | | | 0 | 0 | 1 |
| 6 | 0 | 0 | | | | | | | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 1 | 0 | | | | | | | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 0 | 0 | | | | | | | 0 | 0 | 0 |
| 9 | 0 | 0 | | | | | | | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 0 | 0 | | | | | | | 0 | 0 | 0 |
| 11 | 0 | 0 | | | | | | | 0 | 0 | 0 |
| 12 | 0 | 0 | | | | | | | 0 | 0 | 0 |
| 13 | 0 | 0 | | | | | | | 1 | 0 | 0 |
| 14 | 0 | 0 | | | | | | | 0 | 1 | 0 |
| 15 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |




**a)** Les bornes de l'intervalle de fluctuation à 95 % sont environ 0,007 et 0,107.

**b)** La valeur *f* appartient à l'intervalle précédent.

**c)** En prenant comme valeur $p = 0,057$ la valeur *f* observée à l'école d'Hazelwood ne présente pas une différence significative.

**Page 68**

**Mener une étude statistique**

Voir fichier « **05_elections_corrige.xls** » ou « **05_elections_corrige.ods** ».

**1.** Il est très difficile d'observer une fréquence inférieure ou égale à 0,457.

**2. a)**

A2372 | = | =ENT(ALEA()+0,5)

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2369 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2370 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 2371 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 2372 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 2373 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 2374 | | | | | | | | | | | | |
| 2375 | 0,50316056 | 0,50273915 | 0,49093974 | 0,49894648 | 0,48925411 | 0,50863885 | 0,49388959 | 0,49894648 | 0,51074589 | 0,50737463 | 0,49852507 | 0,4888327 |
| 2376 | | | | | | | | | | | | |
| 2377 | Nombre de fréquences entre 0,48 et 0,52 : | | | | 95 | | | | | | | |

**b)** 0,48 et 0,52.

**c)** La formule compte le nombre d'échantillons, parmi les 100 simulés, fournissant une fréquence comprise entre 0,48 et 0,52.

**d)** Le nombre est en moyenne supérieur à 95.

**3. a)** Sur un grand nombre de simulations, le pourcentage est supérieur à 95 %.

**b)** La valeur 0,457 observée lors du dépouillement du 11 juin n'appartient pas à l'intervalle de fluctuation à 95 %.

# Exercices et problèmes

**Pages 69 à 73**

## Exercices

### Expérimenter la prise d'échantillon à l'aide d'une simulation

**1.** Le résultat 1 correspond à la première réponse ; 2 à la deuxième et 3 à la troisième.

**2.** $\frac{1}{3}$.

3. 3 réponses exactes et 2 réponses fausses.
4. Répéter 10 fois l'instruction = rand + 1/3 et compter le nombre de résultats avec 1 avant la virgule.

### Étudier une série de fréquences d'échantillons de même taille

**2.** 1. $p = 0{,}25$.
2. $\overline{f} = 0{,}252$.
3. Les deux valeurs sont proches.
**3.** 1. a) Les valeurs extrêmes sont 0,1 et 0,9. L'étendue vaut 0,8.
b) Le mode est 0,5.
c) La pièce est tombée 1 227 fois sur « pile ».
2. Sur les échantillons de taille 1 000, la distribution d'échantillonnage est beaucoup moins dispersée.

### Calculer le pourcentage d'échantillons dont la fréquence appartient à [p – 1/$\sqrt{n}$ ; p + 1/$\sqrt{n}$]

**4.** 1. 0,5 et 0,7.
2. 95,5 %.
**5.** 1. a) 0,130 et 0,193.
b) 99,2 %.
c) Oui.
2. a) 0,137 et 0,200.
b) 98 %.
c) Oui.

### Exercer un regard critique sur des données statistiques

**6.** 1. $n = 500$ ; $f = 0{,}38$.
2. 0,36 et 0,44.
3. Oui car 0,38 est compris entre 0,36 et 0,44.
**7.** 1.

$p = 0{,}2$

n = 300
f = 0,31

2. $0{,}2 - \frac{1}{\sqrt{300}} \approx 0{,}14$ ; $0{,}2 + \frac{1}{\sqrt{300}} \approx 0{,}26$.
3. La valeur 0,31 n'est pas comprise entre 0,14 et 0,26. On ne peut pas considérer comme exacte l'affirmation du prestataire de service.
**8.** 1. $f_A = \frac{42}{100} = 0{,}42$ ; $f_B = \frac{920}{2\,000} = 0{,}46$.
2. $0{,}5 - \frac{1}{\sqrt{100}} = 0{,}4$ ; $0{,}5 + \frac{1}{\sqrt{100}} = 0{,}6$.
$0{,}5 - \frac{1}{\sqrt{2\,000}} = 0{,}48$ ; $0{,}5 + \frac{1}{\sqrt{2\,000}} = 0{,}52$.
3. $f_A$ est comprise dans l'intervalle de fluctuation à 95 %.
$f_B$ n'est pas comprise dans l'intervalle de fluctuation à 95 %.
L'entreprise qui respecte le mieux la parité est l'entreprise *A*.
**9.** 1. $p = \frac{105}{205} \approx 0{,}512$.
2. a) $\frac{105}{205} - \frac{1}{\sqrt{227}} \approx 0{,}45$ ;
$\frac{105}{205} + \frac{1}{\sqrt{227}} \approx 0{,}58$.
b) $f = \frac{91}{227} \approx 0{,}40$.
c) 0,40 n'est pas compris entre 0,45 et 0,58. On ne doit pas attribuer la différence entre *f* et *p* au hasard.
3. a) $\frac{105}{205} - \frac{1}{\sqrt{132}} \approx 0{,}43$ ;
$\frac{105}{205} + \frac{1}{\sqrt{132}} \approx 0{,}60$.
b) $f = \frac{46}{132} \approx 0{,}35$.
c) 0,35 n'est pas compris entre 0,43 et 0,60. On ne doit pas attribuer la différence entre *f* et *p* au hasard.

## Problèmes

### Problème 1

1. La dernière colonne est la différence (positive) entre *f* et *p*.
2. Les deux années où l'écart entre *f* et *p* a été le plus grand sont 1936 et 1992.

3. a) La moyenne des écarts de 1936 à 1948 est 0,043.
b) L'écart moyen de 1952 à 2008 est 0,021. Le résultat de la question précédente est plus du double.
c) La méthode aléatoire paraît plus performante.

4. a) $\dfrac{1}{\sqrt{1\,000}} \approx 0{,}032$.

b) 5 sondages, sur 19 ont un écart supérieur à $\dfrac{1}{\sqrt{1\,000}}$.

**Problème 2**

**Partie A**

**1.** $0{,}44 - \dfrac{1}{\sqrt{1\,357}} \approx 0{,}41$ ; $0{,}44 + \dfrac{1}{\sqrt{1\,357}} \approx 0{,}47$.

**2.** $f = \dfrac{806}{1\,357} \approx 0{,}59$.

**3.** 0,59 n'est pas compris entre 0,41 et 0,47. Il n'est pas raisonnable de penser que la différence entre $f$ et $p$ est due au hasard.

**Partie B**

**1.** $f = \dfrac{295}{737} \approx 0{,}40$.

**2.** $0{,}5 - \dfrac{1}{\sqrt{737}} \approx 0{,}46$ ; $0{,}5 + \dfrac{1}{\sqrt{737}} \approx 0{,}54$.

**3.** 0,40 n'est pas compris entre 0,46 et 0,54. La différence est significative, on peut penser que moins de 50 % des fumeurs pensent prendre un risque.

**Problème 3**

**1.** Les bornes sont 0,4 et 0,6.
**2.** 0,54 n'est pas supérieur à 0,6. La municipalité ne décide pas de construire le stade.
**3.** La plus petite valeur de $x$ est environ 600.

**4.** $0{,}5 + \dfrac{1}{\sqrt{650}} \approx 0{,}539$.

0,54 est supérieur à $0{,}5 + \dfrac{1}{\sqrt{650}}$. La municipalité décide de construire le stade.

**Problème 4**

**1.** $p_1 = 0{,}5$ ; $p_2 = 0{,}25$ ; $p_3 = 0{,}1$.
**2.** $I_1 = [0{,}4\ ;\ 0{,}6]$ ; $I_2 = [0{,}15\ ;\ 0{,}35]$ ; $I_3 = [0\ ;\ 0{,}2]$.
**3.** La probabilité que la fréquence de gains observée sur 100 lancers de la roue 1 appartienne à $I_1$ vaut environ 0,96.
La probabilité que la fréquence de gains observée sur 100 lancers de la roue 2 appartienne à $I_2$ vaut environ 0,987.
La probabilité que la fréquence de gains observée sur 100 lancers de la roue 1 appartienne à $I_1$ vaut environ 0,997.

## Je teste mes connaissances

**Page 74**

| | |
|---|---|
| 1. B et C | 6. A |
| 2. C | 7. A |
| 3. B | 8. B et C |
| 4. A | 9. A |
| 5. A et C | 10. B |

# Résolution graphique

# 6

## Activités

**Page 75**

– On lit sur le graphique les nombres 6 et 11,4 comme solutions pour l'équation h($t$) = 7.
– Les solutions de l'inéquation h($t$) ≥ 7 sont les nombres $t$ tels que $6 \leq t \leq 11{,}4$.
– À 6 heures et à 11 heures 24, la hauteur d'eau dans le port de Paimpol est 7 mètres.
– Entre 6 heures et 11 heures 24, il y a plus de 7 mètres d'eau dans le port de Paimpol.

**Pages 76 et 77**

### Est-ce que je sais ?

**1.** Le point d'intersection des deux droites a pour coordonnées (2 ; 0,6).
La solution du système est (2 ; 0,6).
**2.** Si $x < 3$, alors $x$ appartient à l'intervalle $]-\infty\ ; 3[$.
Si $t \geq 5$, alors $t$ appartient à l'intervalle $[5\ ; +\infty[$.
Si $-2 \leq x < 1$, alors $x$ appartient à l'intervalle $[-2\ ; 1[$.
Si $v > 1{,}3$, alors $v$ appartient à l'intervalle $]1{,}3\ ; +\infty[$.

## Activité 1

**a**. La courbe $C$ coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisse 0,8 et 4.
Pour 0,8 tonne et 4 tonnes, le résultat de Loire-Acier est nul.
**b**. Lorsque le résultat est une perte, c'est un nombre négatif.
Lorsque le résultat est un bénéfice, c'est un nombre positif.
Le résultat est une perte pour 0,4 tonne et 4,5 tonnes. Le résultat est un bénéfice pour 2 tonnes et 2,8 tonnes.
**c**. Lorsqu'il y a perte, le point correspondant de la courbe $C$ est en dessous de l'axe des abscisses. Son ordonnée est négative.
Lorsqu'il y a bénéfice, le point correspondant de la courbe $C$ est au-dessus de l'axe des abscisses. Son ordonnée est positive.
**d**. L'équation $f(x) = 0$ a deux solutions sur l'intervalle [0 ; 5] : 0,8 et 4.
0 ; 0,5 ; 4,8 sont trois solutions de l'inéquation $f(x) \leq 0$.
1 ; 2,7 ; 3,8 sont trois solutions de l'inéquation $f(x) \geq 0$.
Si $f(x) > 0$, alors $x$ appartient à l'intervalle $]0{,}8\ ; 4[$.

## Activité 2

**a.** Les deux courbes se coupent au point d'abscisse 390.
Pour 390 m², les deux coûts sont égaux.
**b**. Le point de $C_1$ d'abscisse 300 est en dessous du point de $C_2$ de même abscisse.
La prestation la moins chère pour 300 m² est la prestation $P_1$.
**c**. Le point de $C_1$ d'abscisse 450 est au-dessus du point de $C_2$ de même abscisse.
La prestation la moins chère pour 450 m² est la prestation $P_2$.

**d.** Sur l'intervalle [0 ; 500], l'équation $f(x) = g(x)$ a une solution : 390.
100 ; 200 ; 300 sont trois solutions de l'inéquation $f(x) < g(x)$.
403 ; 420 ; 490 sont trois solutions de l'inéquation $f(x) > 0$.
Si $f(x) \leq g(x)$, alors $x$ appartient à l'intervalle [0 ; 400].

## J'utilise un logiciel

**Page 81**

### Encadrer une solution d'une équation

Voir fichier « **06_p81_corrige.xls** » ou « **06_p81_corrige.ods** ».
**1. a.** Formule à entrer en B2 : =0,3*A2^3-1,5*A2^2 +1,9*A2 +1.
L'équation $f(\mathrm{t}) = 1{,}5$ a une seule solution sur l'intervalle [0 ; 1,4].
Une valeur approchée au dixième est 0,4.
**2. a**. On obtient $0{,}3 < t_0 < 0{,}4$.
**b**. On obtient $0{,}35 < t_0 < 0{,}36$.
**c.** On obtient $0{,}356 < t_0 < 0{,}357$.

## Exercices et problèmes

**Pages 82 à 85**

### Exercices

#### Comparer une fonction à une constante

**1**. **a**. Graphique ① : trois solutions.
Graphique ② : pas de solution.
Graphique ③ : une solution.
**b**. Graphique ① : une solution.
Graphique ② : trois solutions.
Graphique ③ : une solution.
**c**. Graphique ① : une solution.
Graphique ② : pas de solution.
Graphique ③ : une solution.
**d**. Graphique ① : les trois solutions sont – 1 ; 0 et 1.
Graphique ② : pas de solution.
Graphique ③ : la solution est 1,6.
**2**. Graphique ① :
$f(x) < 0$ : [– 2 ; – 1[ ou ]0 ; 1] ; $f(x) \geq 0$ : [– 1 ; 0] ou [1 ; 2]
Graphique ② :
$f(x) < 0$ : pas de solution ; $f(x) \geq 0$ : ]$-\infty$ ; $+\infty$[
Graphique ③ :
$f(x) < 0$ : ]1,6 ; 2] ; $f(x) \geq 0$ : [– 2 ; 1,6]
**3**. Graphique ① :

| $x$ | – 2 | | – 1 | | 0 | | 1 | | 2 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Signe de $f(x)$ | | – | 0 | + | 0 | – | 0 | + | |

Graphique ② :

| $x$ | – 2 | | 2 |
|---|---|---|---|
| Signe de $f(x)$ | 1,4 | + | 3,6 |

Graphique ③ :

| $x$ | – 2 | | 1,6 | | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| Signe de $f(x)$ | 2 | + | 0 | – | – 1,2 |

**4**. **a**. Sur l'intervalle [– 2 ; 2], la droite d'équation $y = 7$ coupe $C_f$ en un seul point.
**b**. $x_0 \approx 1{,}45$
**c**.

| $x$ | 1,43 | 1,44 | 1,45 | 1,46 | 1,47 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 6,784 | 6,866 | 6,949 | 7,032 | 7,117 |

**d**. $1{,}45 < x_0 < 1{,}46$

#### Comparer deux fonctions

**5**. **a**. $f(x) = g(x)$ : 1 et 2,6.
**b**. $f(x) \geq g(x)$ : [1 ; 2,6].
**c**. $f(x) < g(x)$ : ]0 ; 1[ ou ]2,6 ; 4].

#### Éviter quelques pièges

**6**. **a**. L'affirmation est fausse, y compris sur l'exemple proposé.

L'affirmation « Un nombre positif est toujours plus petit que son carré. » est fausse aussi.
Par exemple, $0{,}1^2 < 0{,}1$.
**b**. Pour $x$ positif, on a $x^2 < x$ si $x$ appartient à l'intervalle [0 ; 1].
**c**. $0{,}5^2 < 0{,}5$ car 0,5 est compris entre 0 et 1.
**d**. Kevin a seulement pensé aux nombres plus grands que 1.
L'affirmation exacte est : « Tout nombre compris entre 0 et 1 est supérieur à son carré. Tout nombre supérieur à 1 est inférieur à son carré ».
**7**. **a**. L'affirmation est fausse.
**b**. $3^2 = 9$ et $(-3)^2 = 9$.
**c**. Clara n'a tracé sa courbe que pour des valeurs positives de $x$.
Elle n'a donc pas vu la solution négative – 3.
**8**. **a**. L'affirmation est fausse.
**b**. Nora n'a représenté qu'une branche de l'hyperbole.
**c**. Nora a oublié la solution négative de l'équation : – 0,5.

**« Pot pourri » sur les fonctions**

**9**. a.

| $x$ | 0 | | 1 | | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | – 3 | ↗ | 1 | ↘ | – 3 |

**b**. $f(x) = 0$ : 0,5 et 1,5.
$f(x) = -1$ : 0,3 et 1,7.
$f(x) = 1$ : 1.
**c**. $f(x) \geq -1$ : [0,3 ; 1,7].
$f(x) > 0$ : ]0,5 ; 1,5[.
$f(x) > 1$ : pas de solution.
**d**.

| $x$ | 0 | | 0,5 | | 1,5 | | 2 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Signe de $f(x)$ | – 3 | – | 0 | + | 0 | – | – 3 |

**10**. **a**. Le maximum de $f$ sur [– 2,5 ; 2] est 4.
**b**. Le minimum de $f$ sur [0 ; 2] est 0.
**c**. $f(-1) = 4$ ; $f(2) = 4$ ; $f(1) = 0$
**d**.

| $x$ | – 2,5 | | – 1 | | 1 | | 2 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | – 5 | ↗ | 4 | ↘ | 0 | ↗ | 4 |

**e**. $f(x) = -2$ : – 2,2 ; $f(x) = 0$ : – 2 et 1 ; $f(x) = 2$ : – 1,7 ; 0 et 1,7.
**f**. $f(x) < 0$ : [– 2,5 ; – 2] ; $f(x) \geq 0$ : [– 2 ; 2] ; $f(x) \leq 2$ : [– 2,5 ; – 1,7] ou [0 ; 1,7].
**g**.

| $x$ | – 2,5 | | – 2 | | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| Signe de $f(x)$ | – 5 | – | 0 | + | 4 |

**11**. **a**. $g(x) = 0$ : – 1 ; $g(x) \leq 0$ : [– 2,5 ; – 1].
**b**. $f(x) = g(x)$ : – 2,2 et 0,2 ; $f(x) > g(x)$ : ]– 2,2 ; 0,2[.

## Problèmes

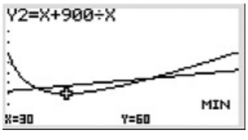
### Problème 1

**Partie A**

**1**. **a**. La recette pour une production de 70 objets est 77,50 €.
**b**. $R(n) = 0{,}25n + 60$.
**2**. **a**. $C(45) = 65$. Le montant journalier des charges pour une production de 45 objets est 65 €.
**b**. $R(45) = 71{,}25$. Pour une production de 45 objets, on a un bénéfice de 6,25 €.

**Partie B**

**a**. $f$ est une fonction affine car son expression algébrique est de la forme $ax + b$ avec $a = 0{,}25$ et $b = 60$.
**b**.




**c**. Sur l'intervalle [10 ; 90], la fonction $g$ atteint son minimum pour $x = 30$. La valeur de ce minimum est 60.

**d**.

| $x$ | 10 | | 30 | | 90 |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 100 | ↘ | 60 | ↗ | 100 |

**e**. $g(x) = 0$ : pas de solution ; $g(x) = 80$ : 13,5 et 66,5 ; $f(x) = g(x)$ : 20 et 60.
**f**. $f(x) \geq 0$ : [10 ; 90] ; $f(x) > g(x)$ : ]20 ; 60[.

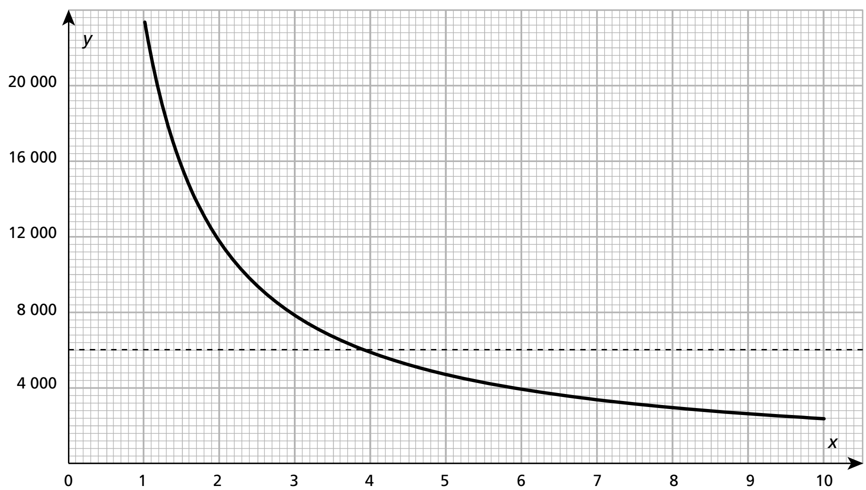
**Partie C**
**a**. Les charges quotidiennes sont minimales pour 30 objets. Leur montant est 60 €.
**b**. La production doit être dans l'intervalle ]20 ; 60[.

**Problème 2**

**Partie A**
**1**. $P_1 = 5\,875$ €.
**2**. **a**. La fonction $f$ est décroissante : elle a le même sens de variation que la fonction inverse car 23 500 est positif.
**b**.

| $x$ | 1 | 1,5 | 2 | 4 | 7 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 23 500 | 15 667 | 11 750 | 5 875 | 3 357 | 2 350 |

**c**.

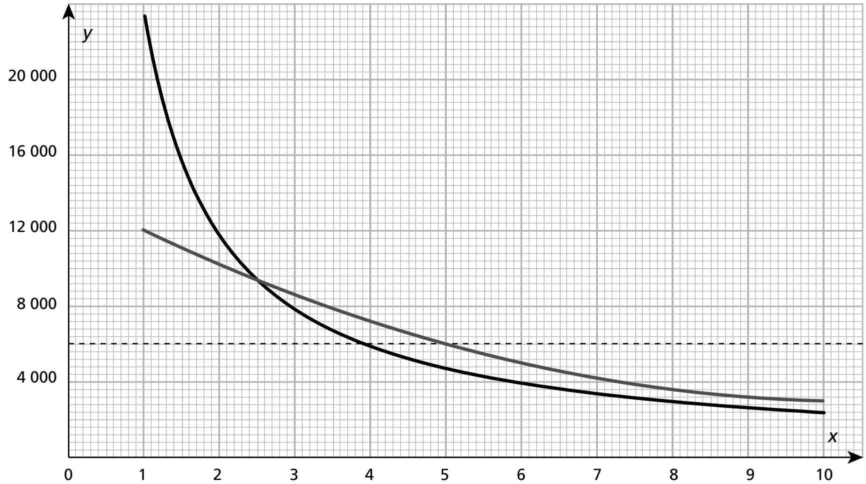



**d**. $3{,}9 \leq x \leq 10$.
**3**. La machine vaut moins de 6 000 € après 4 ans.

**Partie B**
**1**. $P_2 = 7\,200$ €.
**2**. **a**. $a = 100$ ; $b = -\,2\,100$ ; $c = 14\,000$.
**b**. $-\dfrac{b}{2a} = 10{,}5$. Ce nombre n'appartient pas à l'intervalle [1 ; 10].
**c**. La fonction $g$ est décroissante sur l'intervalle [1 ; 10] puisque les valeurs de $x$ sont inférieures à 10,5, abscisse du sommet de la parabole d'équation $y = 100x^2 - 2\,100x + 14\,000$.
**d**.

| $x$ | 1 | 1,5 | 2 | 4 | 7 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 12 000 | 10 200 | 7 200 | 5 000 | 3 600 | 3 000 |

**e**. La courbe représentative de $g$ est un arc de parabole. Voir courbe page suivante.
**f**. $5 \leq x \leq 10$.




**3**. Le prix de la machine devient inférieur à 6 000 € un an plus tard avec la seconde évolution du prix.

**Partie C**

**1**. $f(x) = g(x)$ : 2,5 ; $f(x) < g(x)$ : ]2,5 ; 10[

**2**. Les deux prix sont égaux au bout de deux ans et demi. Pour une durée supérieure à deux ans et demi, $P_1$ est inférieur à $P_2$.

## Problème 3

**Partie A**

**a**. $a = -5$ ; $b = 240$ ; $c =$ 1 600.

**b**. $-\dfrac{b}{2a} = 24$. Ce nombre appartient à l'intervalle [0 ; 30]. Le sommet de la parabole d'équation $y = -5x^2 + 240x - 1\,600$ appartient à la courbe représentative de $f$.

**c**.

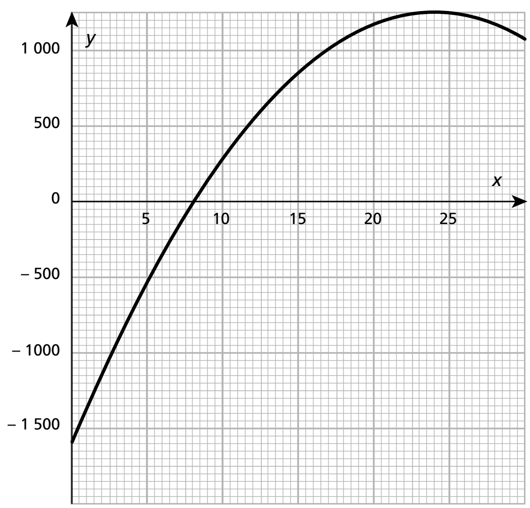
| $x$ | 0 | 24 | 30 |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | – 1 600 ↗ | 1 280 ↘ | 1 100 |

**d**.

| $x$ | 0 | 4 | 8 | 10 | 14 | 18 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | – 1 600 | – 720 | 0 | 300 | 780 | 1 100 |

| $x$ | 20 | 22 | 24 | 26 | 28 | 30 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 1 200 | 1 260 | 1 280 | 1 260 | 1 200 | 1 100 |

**e**.




**f**. $f(x) = 0$ : 8 ; $f(x) = 1\,100$ : 18 ; $f(x) > 0$ : ]8 ; 30] ; $g(x) > 1\,100$ : ]18 ; 30].

**Partie B**

**1**. **a**. Le bénéfice est maximum pour 24 buffets.

**b**. Le bénéfice maximum s'élève à 1 280 €.

**2**. **a**. Le restaurant réalise un bénéfice à partir de 8 buffets.

**b**. Le bénéfice est supérieur à 1 100 € lorsque le nombre de buffets est supérieur 18.

## Je teste mes connaissances

**Page 86**

1. A
2. C
3. B
4. B
5. A
6. B
7. C
8. C
9. A
10. B

# Équation du second degré - Signe du polynôme $ax^2 + bx + c$

# 7

## Activités

**Page 87**

– $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \frac{1+\sqrt{5}}{2} - 1 = 0$. Donc $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ est solution de cette équation.

– $\frac{226}{140} \approx 1{,}614$ ; $\frac{183}{113} \approx 1{,}619$ ; $\frac{113}{70} \approx 1{,}614$ ; $\frac{140}{86} \approx 1{,}628$.

– $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}618$. Les rapports précédents sont très proches de la valeur arrondie du nombre d'or.

**Pages 88 et 89**

**Est-ce que je sais ?**

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| $x^2 = 4$ a pour solutions | 2 | **2 et – 2** | – 2 |
| $x^2 = 36$ a pour solutions | 18 | 6 | **6 et – 6** |
| $x^2 - 12x + 36 = 0$ est équivalent à | $x = 3$ | $\mathbf{(x - 6)^2 = 0}$ | $(x + 6)(x - 6) = 0$ |
| $(x + 8)(x - 4) = 0$ a pour solutions | $x = 8$ et $x = -4$ | $\mathbf{x = -8}$ **et** $\mathbf{x = 4}$ | N'a pas de solution |
| $(x - 7)(x - 5) = 0$ a pour solutions | $\mathbf{x = 5}$ **et** $\mathbf{x = 7}$ | $x = -7$ et $x = -5$ | N'a pas de solution |
| $x^2 + 9 = 0$ est équivalent à | $x = -4{,}5$ | $(x + 3)^2 = 0$ | $\mathbf{x^2 = -9}$ |

## Activité 1

**1**. **a.** Le terme $x^2$ correspond à l'aire en violet foncé.

**b**. Le terme $12x$ correspond à l'aire en violet clair.

**c.** Le terme 45 correspond à la somme de l'aire en violet foncé et en violet clair.

**d.** L'aire d'un carré vert vaut 9. Il y en a 4. Soit une aire verte totale de 36.

$36 + 45 = 81$. Cela correspond à la somme des aires des surfaces violettes et vertes.

**e.** Côté du grand carré : $x + 6$.

L'aire du grand carré est donc : $A = (x + 6)^2$.

**f.** On obtient $x = 3$ et $x = -15$.

La longueur $x$ cherchée vaut 3.

**2.** Les carrés verts ont pour côté 1.

On cherche la ou les solutions de l'équation $(x + 2)^2 = 36$.

La longueur $x$ cherchée vaut 4.

## Activité 2

**a**. et **b.**

| Fonction | $a$ | $b$ | $c$ | $\Delta$ | $N$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(x) = -3x^2 + 5x - 1$ | $-3$ | 5 | $-1$ | 13 | 2 |
| $P(x) = 4x^2 + 4x + 1$ | 4 | 4 | 1 | 0 | 1 |
| $P(x) = 3x^2 - 12x + 12$ | 3 | $-12$ | 12 | 0 | 1 |
| $P(x) = x^2 - 6x - 7$ | 1 | $-6$ | $-7$ | 64 | 2 |
| $P(x) = 4x^2 - 5x + 1$ | 4 | $-5$ | 1 | 9 | 2 |
| $P(x) = 4x^2 - 3x + 1$ | 4 | $-3$ | 1 | $-7$ | 0 |

**c**. Lorsque $\Delta > 0$, N = 2. Lorsque $\Delta = 0$, N = 1. Lorsque $\Delta < 0$, N = 0.

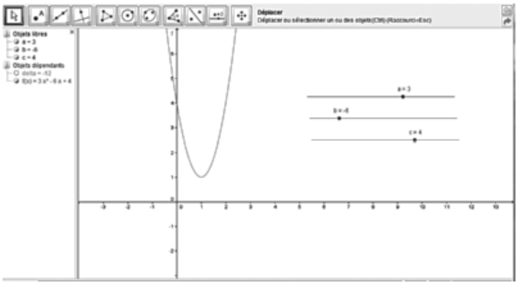
**d.** Pour $P(x) = 4x^2 + 4x + 1$, on lit graphiquement $x = -0{,}5$. $P(x)$ est une identité remarquable, $P(x) = (2x + 1)^2$. Soit $x = -0{,}5$.
Pour $P(x) = 3x^2 - 12x + 12$, on lit graphiquement $x = 2$. $P(x)$ est une identité remarquable, $P(x) = 3(x - 2)^2$. Soit $x = 2$.

**e.** Pour $P(x) = -3x^2 + 5x - 1$, on lit graphiquement $x = 0{,}25$ et $x = 1{,}4$. $\dfrac{-5 - \sqrt{13}}{2 \times (-3)} \approx 1{,}43$ et $\dfrac{-5 + \sqrt{13}}{2 \times (-3)} \approx 0{,}23$. Les valeurs lues graphiquement sont très proches des valeurs calculées.
Pour $P(x) = x^2 - 6x - 7$, on lit graphiquement $x = -1$ et $x = 7$. $\dfrac{+6\sqrt{64}}{2 \times (1)} = -1$ et $\dfrac{+5 - \sqrt{9}}{2 \times (4)} = 7$. Les valeurs lues graphiquement sont les mêmes que celles calculées.
Pour $P(x) = 4x^2 - 5x + 1$, on lit graphiquement $x = 0{,}25$ et $x = 1$. $\dfrac{+6 - \sqrt{64}}{2 \times (1)} = 0{,}25$ et $\dfrac{+5 - \sqrt{9}}{2 \times (4)} = 1$. Les valeurs lues graphiquement sont les mêmes que celles calculées.

**f.** À partir des coefficients $a$, $b$ et $c$ on calcule $\Delta$. Puis, en fonction du signe de $\Delta$, on sait le nombre de solution de l'équation du second degré. Si $\Delta > 0$, les solutions ont pour valeurs $\dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $\dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$.

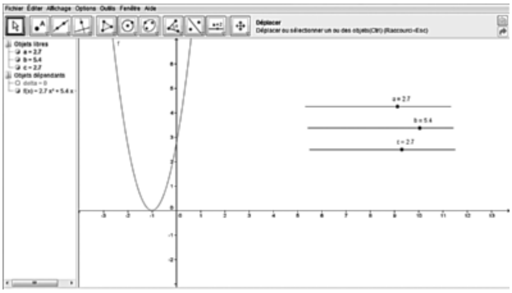
## Activité 3

**1. a. b.** et **c.**



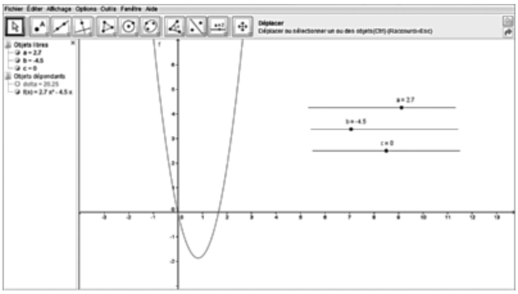
$\Delta = -12 < 0$

| | |
|---|---|
| $x$ | |
| Signe de $f(x)$ | + |



$\Delta = 0$

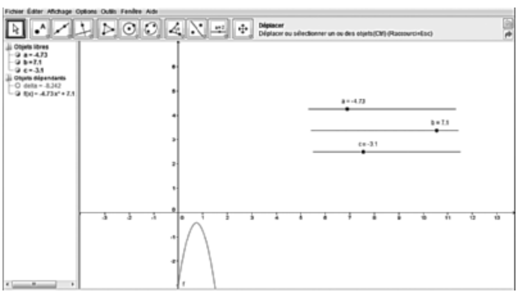
| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Signe de $f(x)$ | | $+$ | $0$ | $+$ | |



$\Delta = 20{,}25 > 0$

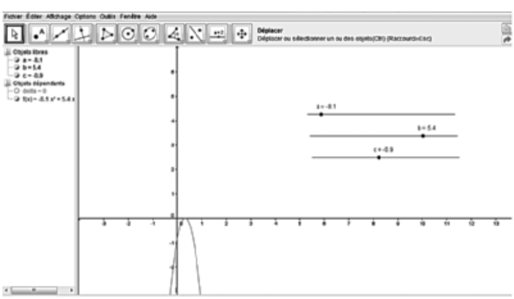
| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $\approx 1{,}6$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Signe de $f(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

**2. a. b**. et **c.**



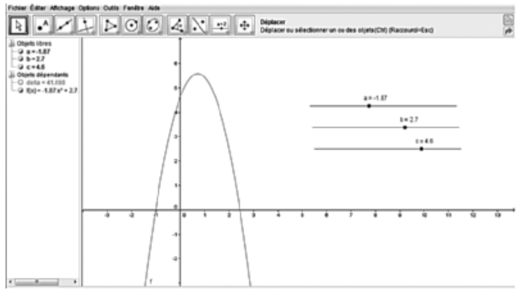
$\Delta = -8{,}242 < 0$

| $x$ | |
|---|---|
| Signe de $f(x)$ | $-$ |



$\Delta = 0$

| $x$ | | $0{,}3$ | |
|---|---|---|---|
| Signe de $f(x)$ | $-$ | $0$ | $-$ |



$\Delta = 41{,}698 > 0$

| $x$ | | $\approx 1$ | | $\approx 2{,}4$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| Signe de $f(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ |

# J'utilise une calculatrice graphique

**Page 93**

### Test du programme

La syntaxe du programme est correcte s'il donne les réponses suivantes :
Pour $4x^2 + 8x + 4 = 0$, $\Delta = 0$ "1 SOL" $-1$.
Pour $5x^2 - 7x + 2 = 0$, $\Delta = 9$ "2 SOL" 0,4 et 1.
Pour $6x^2 + 4x + 5 = 0$, $\Delta = -104$ "0 SOL".

# Exercices et problèmes

**Pages 94 à 97**

## Exercices

### Discriminant

**1**. **a.** $a = 2$ ; $b = -6$ ; $c = 8$ ; $\Delta = -28$. $a = 1$ ; $b = -4$ ; $c = 3$ ; $\Delta = 4$.
**b.** $a = 2$ ; $b = 6$ ; $c = -8$ ; $\Delta = 100$. $a = 1$ ; $b = -4$ ; $c = 4$ ; $\Delta = 0$.

**c.** $a = \frac{2}{3}$ ; $b = -6$ ; $c = 9$ ; $\Delta = 12$. $a = -5$ ; $b = 7$ ; $c = -3$ ; $\Delta = -11$.
**d.** $a = 2$ ; $b = 0$ ; $c = -8$ ; $\Delta = 64$. $a = 1$ ; $b = 0$ ; $c = 7$ ; $\Delta = -28$.
**e.** $a = 2$ ; $b = -9$ ; $c = 0$ ; $\Delta = 81$. $a = 3$ ; $b = 5$ ; $c = 0$ ; $\Delta = 25$.

## Équation du second degré

**2**. **a.** L'équation n'a pas de solution, car la courbe ne coupe pas l'axe des abscisses.
**b.** Graphiquement, l'équation a pour solutions 2,2 et 11,8.
**3**. **a.** Sur l'intervalle d'étude, l'équation a 3 pour seule solution.
**b.** Graphiquement, l'équation a pour solution 8.
**4**. **a.**$2x^2 - 6x + 8 = 0$, $\Delta = -28 < 0$ d'où pas de solution ; $x^2 - 4x + 3 = 0$ $\Delta = 4$ d'où 2 solutions 1 et 3.
**b.** $2x^2 + 6x - 8 = 0$, $\Delta = 100 > 0$ d'où 2 solutions $-4$ et 1 ; $x^2 - 4x + 4 = 0$, $\Delta = 0$ d'où 1 solution 2.
**5**. **a.** $x^2 + 6x + 8 = 0$, $\Delta = 4 > 0$ d'où 2 solutions $-4$ et $-2$ ; $x^2 + 2x + 5 = 0$, $\Delta = -16 < 0$ d'où pas de solution.
**b.** $4x^2 - 4x + 1 = 0$, $\Delta = 0$ d'où 1 solution 0,5 ; $0{,}4x^2 - 60x + 2\,000 = 0$, $\Delta = 400 > 0$ d'où 2 solutions 50 et 100.
**c.** $5x^2 - 2x - 3 = 0$, $\Delta = 64 > 0$ d'où 2 solutions $-0{,}6$ et 1 ; $7x^2 - 5x + 4 = 0$, $\Delta = -87 < 0$ d'où pas de solution.
**6**. ***a.*** $-x^2 - 5x + 6 = 0$, $\Delta = 49 > 0$ d'où 2 solutions $-6$ et 1 ; $t^2 - 2t - 6 = 0$, $\Delta = 28 > 0$ d'où 2 solutions $1 - \sqrt{7}$ et $1 + \sqrt{7}$.
***b.*** $2y^2 - 2y + 5 = 0$, $\Delta = -36 < 0$ d'où pas de solution ; $0{,}2x^2 + 2x + 5 = 0$, $\Delta = 0$ d'où 1 solution $-5$.
***c.*** $3C^2 - 8C + 5 = 0$, $\Delta = 4 > 0$ d'où 2 solutions 1 et $\frac{5}{3}$ ; $2C^2 + 11C - 21 = 0$, $\Delta = 289 > 0$ d'où 2 solutions $-7$ et 1,5.
**7**. **a.** $x = -4{,}5$ et $x = 4$ ; $x = -6$ et $x = 0$.
**b.** $x = -7$ et $x = 7$ ; $x = -\frac{7}{6}$ et $x = 0$.
**c.** Pas de solution ; $x = 0$ et $x = 3$.
**8**. **a.** $x = -1$ ; $x = -0{,}5$.
**b.** $x = 7$ ; $x = 4$.
**c.** $x = -4$ et $x = 4$ ; $x = -3$ et $x = 3$.
**9**. **a.** $\Delta = 25 > 0$ d'où 2 solutions $-3$ et 2 ; $x = 3$.
**b.** $\Delta = 108 > 0$ d'où 2 solutions $\frac{10\sqrt{108}}{2}$ et $\frac{10 + \sqrt{108}}{2}$. $\Delta = 9 > 0$ d'où 2 solutions 0 et $-0{,}5$.
**c.** $\Delta = 160 > 0$ d'où 2 solutions $2 - \sqrt{10}$ et $2 + \sqrt{10}$. $\Delta = 36 > 0$ d'où 2 solutions $-0{,}2$ et 1.

## Signe d'un polynôme du second degré

**10**. **a.** a > 0 et $\Delta = 0$. **b.** a < 0 et $\Delta < 0$.
**c.** a < 0 et $\Delta > 0$. **d.** a > 0 et $\Delta > 0$.
**11**. $P_1(x) > 0$ sur [2 ; 14].

| $x$ | 2 | **2,2** | | **11,8** | 14 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P_2(x)$ | – | 0 | + | 0 | – |

**12.**

| $x$ | 2 | **3** | 14 |
|---|---|---|---|
| $P_1(x)$ | – | 0 | + |

$P_2(x) > 0$ sur [2 ; 14]
**13. a.**
$\Delta = 1$, $a > 0$, $x_1 = 2$ et $x_2 = 3$.

| $x$ | $-\infty$ | **2** | | **3** | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(x)$ | + | 0 | – | 0 | + |

$\Delta = 25$, $a > 0$, $x_1 = 1$ et $x_2 = 6$.

| $x$ | $-\infty$ | **1** | | **6** | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(x)$ | + | 0 | – | 0 | + |

**b.**
$\Delta = 0$, $a > 0$, $x_0 = 7$.

| $x$ | $-\infty$ | **7** | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $P(x)$ | + | 0 | + |

$\Delta = -59$, $a > 0$.

| $x$ | $-\infty$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $P(x)$ | | + | |

**14. a.**
$\Delta = 25$, $a > 0$, $x_1 = -2$ et $x_2 = 8$.

| $x$ | $-\infty$ | **$-2$** | | **8** | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(x)$ | + | 0 | − | 0 | + |

$\Delta = 6{,}25$, $a < 0$, $x_1 = -\dfrac{1}{3}$ et $x_2 = 0{,}5$.

| $x$ | $-\infty$ | **$-\dfrac{1}{3}$** | | **0,5** | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(x)$ | − | 0 | + | 0 | − |

**b.** $\Delta = 0$, $a < 0$, $x_0 = 1$.

| $x$ | $-\infty$ | **1** | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $P(x)$ | − | 0 | − |

$\Delta = 441$, $a < 0$, $x_1 = -5$ et $x_2 = 2$.

| $x$ | $-\infty$ | **$-5$** | | **2** | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(x)$ | − | 0 | + | 0 | − |

**15**. Erratum. Normalement ce sont des inéquations.
Ci-dessous, les tableaux de signes pour les adapter aux inéquations choisies.
**a.** $\Delta = 4$, $a > 0$, $x_1 = -4$ et $x_2 = -2$.

| $x$ | $-\infty$ | **$-4$** | | **$-2$** | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(x)$ | + | 0 | − | 0 | + |

$\Delta = -16$, $a > 0$.

| $x$ | $-\infty$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $P(x)$ | | + | |

b. $\Delta = 0$, $a > 0$, $x_0 = 0{,}5$.

| $x$ | $-\infty$ | **0,5** | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $P(x)$ | + | 0 | + |

$\Delta = 400$, $a > 0$, $x_1 = 50$ et $x_2 = 100$.

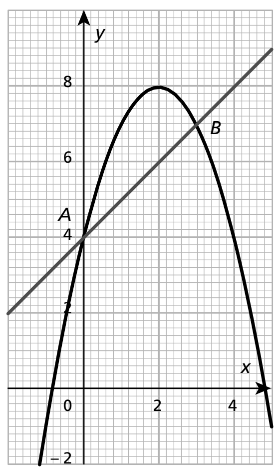
| $x$ | $-\infty$ | **50** | | **100** | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(x)$ | + | 0 | − | 0 | + |

**16**. **a.** Pour $x$ appartenant aux intervalles $]-\infty\,;-0{,}6[$ et $]1\,;+\infty[$ ; pas de solutions car $7x^2 - 5x + 4$ est toujours positif.
**b.** Pour $x$ appartenant à l'intervalle $]-7\,;7[$ ; pour $x$ appartenant aux intervalles $]-\infty\,;-\dfrac{7}{6}[$ et $]0\,;+\infty[$.

## Problèmes

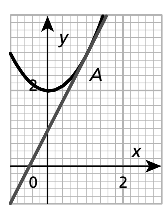
### Problème 1

**1. a. b.** Graphiquement, $A(0\,;4)$ et $B(3\,;7)$.
**c.** Cela revient à résoudre l'équation $-x^2 + 3x = 0$.
$\Delta = 9 > 0$, $x_1 = 0$ et $x_2 = 3$.
Soit les mêmes coordonnées des points $A$ et $B$.




### Problème 2

**a.**

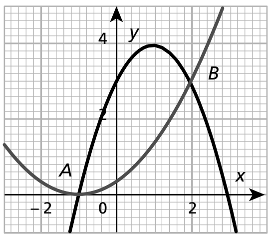



**b.** Graphiquement, $D$ est tangente à $P$ en $A(1\,;3)$.

Cela revient à résoudre l'équation $x^2 - 2x + 1 = 0$.
$\Delta = 0$, $x_0 = 1$.
Soit les coordonnées de $A(1\ ;3)$.

**Problème 3**

a.




**b.** Graphiquement, $A(-1\ ;\ 0)$ et $B(2\ ;\ 3)$.
Cela revient à résoudre l'équation :

$$-\frac{4}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{8}{3} = 0.$$

$\Delta = 16 > 0$, $x_1 = -1$ et $x_2 = 2$.
Soit les mêmes coordonnées des points $A$ et $B$.

**Problème 4**

Cela revient à résoudre $(1\,500t + 1\,500)\,t = 122{,}40$.
Que l'on ramène à $1\,500t^2 + 1\,500t - 122{,}40 = 0$.
On trouve pour seule valeur positive t = 0,07585. Soit un taux de 7,585 %.

**Problème 5**

Cela revient à résoudre l'équation $1500(1 + x)\,(1 + 0{,}5x) = 1\,591{,}20$.
Que l'on ramène à $0{,}5x^2 + 1{,}5x - 0{,}0608 = 0$.
On trouve pour seule valeur positive $x = 0{,}04$.
Soit une première hausse de 4 % suivi d'une hausse de 2 %.

**Problème 6**

**1. a.** 1 200 €.
**b.** Il aura 3 000 kg d'asperges pour un prix de 0,40 € le kg.
Soit 1 200 €.
**2. a.** $Q(n) = 60n + 1\,200$.
**b.** $P(n) = -0{,}02n + 1$.
**c.** $R(n) = -1{,}2n^2 + 36n + 1\,200$.
**3.** $n_1 = 50$ et $n_2 = -20$. La moyenne de $n_1$ et $n_2$ est 15.
Il doit attendre 15 jours.

**Problème 7**

**a.** L'énoncé amène à l'équation $(x - 10)\left(\frac{360}{x} + 3\right) = 360$.
Soit l'équation annoncée.
**b.** $\Delta = 44\,100$, $a > 0$, $x_1 = -30$ et $x_2 = 40$.
Soit 40 € pour le prix d'un livre.

**Problème 8**

**a.** L'énoncé amène à l'équation $L \times \frac{3}{4}L = 12$ qui a pour unique solution positive 4.
Soit une longueur de 4 et une largeur de 3.
**b.** Il est sous-entendu que les deux côtés du triangle sont les côtés de l'angle droit.
L'énoncé amène à l'équation $\frac{C \times 2{,}5C}{2} = 20$ qui a pour unique solution positive 4.
Soit un triangle rectangle de côté 10 et 4.

**Problème 9**

L'énoncé amène à l'équation $\left(\frac{2}{3}x - 10\right)^2 + x^2 = 1\,000$. Soit l'équation $\frac{13}{9}x^2 - \frac{40}{3}x - 900 = 0$ qui a pour unique solution positive 30.
Les carrés ont pour dimensions 30 et 10.

**Problème 10**

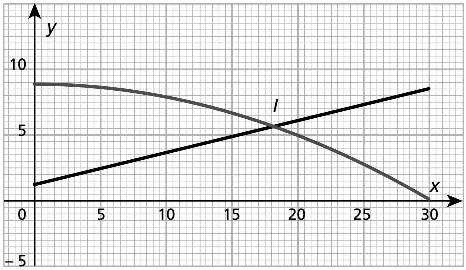
L'énoncé amène à l'équation $\frac{1}{4}x^2 + 2x + 15 = x^2$ qui a pour unique solution positive 6.
Il y a donc 36 chameaux dans ce troupeau.

**Problème 11**

L'énoncé amène à l'équation $\frac{1}{2}x^2 + 4x + 10 = x^2$ qui a pour unique solution positive 10.
Il a donc tiré 100 flèches.

**Problème 12**

**a.**




**b.** $I(18{,}5\ ;\ 5{,}5)$.

Cela revient à résoudre l'équation $-0{,}01q^2 - 0{,}25q + 8 = 0$.

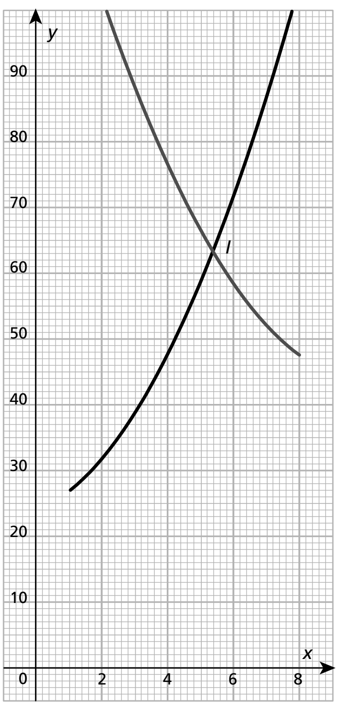
$\Delta = 0{,}3825 > 0$, il n'y a sur [0 ; 30] que la solution $q_1 = \dfrac{0{,}25 - \sqrt{0{,}3825}}{-0{,}02}$.

Soit les coordonnées de $I(q_1\ ;\ f(q_1)$ ou $g(q_1))$.

**c.** La quantité d'équilibre du marché est 18,4 milliers de lots pour un prix d'équilibre de 5,60 € le lot.

**Problème 13**

**a.**




**b.** $I(5{,}4\ ;\ 64)$.

Cela revient à résoudre l'équation $0{,}1q^2 + 20q - 110 = 0$.

$\Delta = 444 > 0$, il n'y a sur [1 ; 8] que la solution $q_1 = \dfrac{-20 + \sqrt{444}}{0{,}2}$.

Soit les coordonnées de $I(q_1\ ;\ f(q_1)$ ou $g(q_1))$.

**c.** La quantité d'équilibre du marché est 5,36 tonnes pour
un prix d'équilibre de 63,40 € la tonne.

**Problème 14**

**1.** $c = -3\,300$.

**2.** C'est une fonction du second degré, donc on obtient directement

| $x$ | 20 | 70 | 90 |
|---|---|---|---|
| $B(x)$ | – 900 ↗ | 1 600 | ↘ 1 200 |

**3.** Le bénéfice est maximal pour un taux d'occupation de 70 %.

**4.** Cela revient à résoudre l'équation $-x^2 + 140x - 3\,300 = 0$.

$\Delta = 6\,400 > 0$, il n'y a sur [20 ; 90] que la solution $x_1 = 30$.

Soit un seuil de rentabilité de 30 %.

**Problème 15**

S'il y a deux solutions, il s'agit de :

$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$.

Avec pour contrainte $x_1 = -x_2$. Soit :

$\dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = -\dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$.

Soit $-b = +b$. D'où $b = 0$. L'affirmation est donc vraie.

# Je teste mes connaissances

**Page 98**

| | |
|---|---|
| 1. C | 6. C |
| 2. C | 7. B |
| 3. A | 8. C |
| 4. C | 9. B |
| 5. B | 10. A |

# Tangente à une courbe - Nombre dérivé

# 8

## Activités

**Page 99**

– Le coefficient directeur de la droite rouge est d'environ 0,3.
– Elles semblent parallèles.
– La vitesse de régulation est d'environ 0,3 g/(L.h).

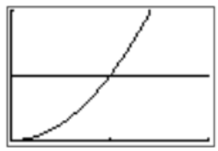
**Pages 100 et 101**

### Est-ce que je sais ?

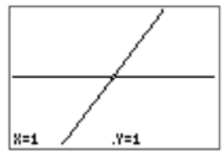
**1. a.** Les fonctions $f$ et $h$.
**b.** $D_2$ est la représentation de $f$ et $D_3$ est la représentation de $h$.
**2. a.** $a_1 = 0{,}25$ ; $a_2 = 2$ ; $a_3 = -0{,}5$ ; $a_4 = -1$.
**b.** $D_1 : y = 0{,}25x + 3$ ; $D_4 : y = -x - 2$.

## Activité 1

**1. a.** $f(x_A) = 1^2 = 1 = y_A$.
**b.** et **c.**



**d.**




**e.** La courbe semble être une droite.
**2. a.** La droite tourne autour du point $A$.
**b.** $D$ : $y = 1{,}7x - 0{,}7$ pour $a = 1{,}7$ ; $D$ : $y = 2x - 1$ pour $a = 2$ ; $D$ : $y = 2{,}2x - 1{,}2$ pour $a = 2{,}2$.

## Activité 2

**1. a.** $MH$ est la différence d'ordonnées entre la courbe $C_f$ et la droite $D_h$.
$MK$ est la différence d'ordonnées entre la courbe $C_f$ et la droite $D_k$.

**b.**

| Abscisse de $M$ | $MG$ | $MH$ | $MK$ | Plus petite distance |
|---|---|---|---|---|
| 0,91 | 0,019 | 0,008 | 0,026 | $MH$ |
| 0,94 | 0,014 | 0,004 | 0,016 | $MH$ |
| 1 | 0 | 0 | 0 | Aucune |
| 1,05 | 0,018 | 0,003 | 0,008 | $MH$ |
| 1,095 | 0,038 | 0,009 | 0,01 | $MH$ |

La droite $D_h$ semble approcher au mieux $C_f$.
**2.** $y = 0{,}8x - 0{,}16$. D'où $f'(0{,}4) = 0{,}8$.

$f'(0{,}5) = 1$ ; $f'(0{,}8) = 1{,}6$ ; $f'(1{,}1) = 2{,}2$ ; $f'(1{,}9) = 3{,}8$.

# J'utilise un logiciel

**Page 105**

## Calculer l'erreur commise lors d'une approximation affine

**1. a.** $y = -0,04x + 0,4$.
**b.** $g(x) = -0,04x + 0,4$.
**c.** Tracés calés sur la fenêtre.
**2.** Voir fichier « **08_erreurcommise_p105_corrige.xls** ».
**a. et b.** L'erreur commise est de 0,04 %.
**c. et d.** L'erreur commise est de 0,036 %.
**e.** L'écart maximal de l'erreur commise sur [4 ; 6] est de 4 %, sur [4,9 ; 5,1] il est de 0,04 %.
**f.** Oui, car les erreurs commises sont faibles et d'après 1.b. c'est la meilleure approximation affine.

**Page 106**

## Utiliser le nombre dérivé

**1. a.** Voir fichier « **08_bacterie_renouvele_p106_corrige.ggb** ».
Pour $x = 2,5$, le nombre dérivé vaut 61,02.
**b.** Plus la valeur de $x$ augmente, plus le nombre dérivé augmente.
**c.** Plus le temps croît, plus la vitesse de développement des bactéries augmente.
**2. a.** Voir fichier « **08_bacterie_nonrenouvele_p106_corrige.ggb** ».
Pour $x = 2,5$, le nombre dérivé vaut 12,06.
Lorsque $x$ augmente, la valeur du nombre dérivé augmente jusqu'à une valeur de $x$ proche de 4,3, puis au-delà de 4,4 la valeur du nombre dérivé diminue.
**b.** La vitesse maximale est 22,5 milliers/heures atteinte au bout de 4,35 heures.
**c.** Après 8 heures, la vitesse de développement est pratiquement nulle et permet seulement le renouvellement de la population.

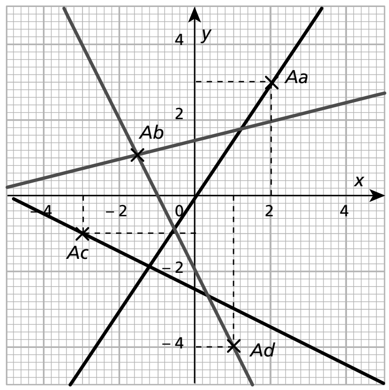
# Exercices et problèmes

**Pages 107 à 111**

## Exercices

### Coefficient directeur d'une droite

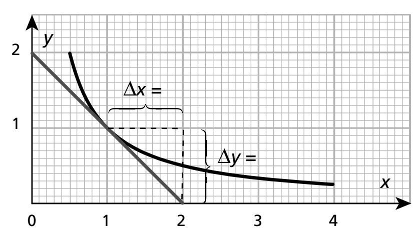
**1.**



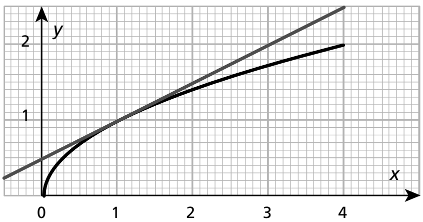

**2. a.** $a = 2$, $y = 2x + 7$
**b.** $a = -\dfrac{8}{7}$, $y = -\dfrac{8}{7}x + \dfrac{17}{28}$
**3. a.** $y = 2,5x + 5,5$.
**b.** $y = -0,25x + 0,5$.

### Lecture graphique d'un nombre dérivé

**4. a.** $D_3$ est la tangente à $C$ en $A$.
**b.** $a_{(AB)} = 1$.
**c.** $f'(2) = 1$.
**5. a.** $a_{(AB)} = -0,4$.
**b.** $f'(1) = -0,4$.
**6. a.** $a_1 = -0,9$ ; $a_2 = 0$ ; $a_3 = 0,6$.
**b.** $f'(0) = -0,9$ ; $f'(0,6) = 0$ ; $f'(3) = 0,6$.
**7.** $f'(-1) = -1$ ; $f'(0) = 0,5$ ; $f'(1) = 4$.
**8.**



**9**.



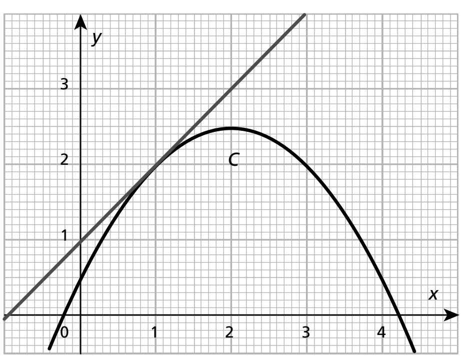

### Calculer un nombre dérivé

**10**. **a.** $f'(-1) = 3$ ; $f'(0) = 1$ ; $f'(2) = -3$.
**b.** $f'(1) = 17$ ; $f'(3) = 29$.

**11**. **a.** $f'(0) = -3$ ; $f'(\frac{1}{2}) = -2$.
**b.** $f'(1) = -4$ ; $f'(4) = -0{,}25$.
**c.** $f'(-10) = 3$ ; $f'(0) = 0$ ; $f'(5{,}4) = -0{,}8748$.
**d.** $f'(-1{,}25) = -21{,}875$ ; $f'(1) = 4$.

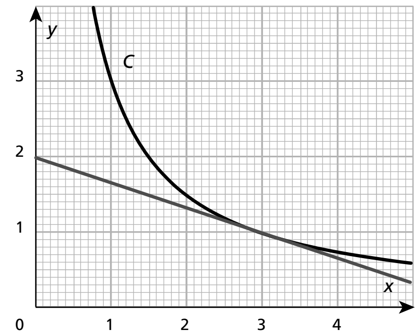
### Équation réduite d'une tangente

**12** Réponse c) car c'est la seule équation qui a pour coefficient directeur 1.
**13.** Réponse b) car le coefficient directeur de l'équation réduite de la tangente vaut – 3.
**14.** Réponse c) car c'est la seule équation qui a pour coefficient directeur – 1 et qui passe par le point de coordonnées (3 ; 2).
**15**. Réponse c) car on lit graphiquement que le coefficient directeur de la tangente vaut 0,5 et l'ordonnée à l'origine est 2.
**16**. **a. et b.**




$y = x + 1$

**17**.




$y = -\frac{1}{3} + 2.$

**18**. $y = 2x - 10$.
**19**. $y = 6x + 16$.
**20**. $f'(1) = -2$ et $f(1) = 1$.

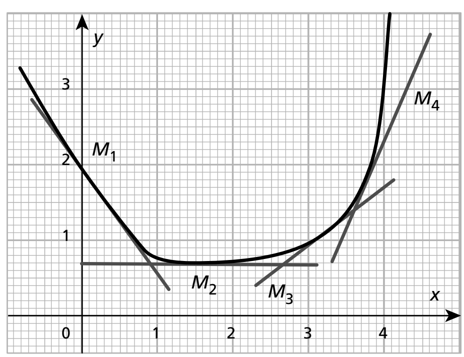
### Approximation affine

**21**. **a.** $f(x) = 2x$.
**b.** $f(0{,}97) = 1{,}94$ ; $f(1{,}05) = 2{,}1$.
**22**. **a.** $f(x) = 1{,}5x - 73$.
**b.** $f(49{,}7) = 1{,}55$ ; $f(50{,}4) = 2{,}6$.

## Problèmes

### Problème 1

**1**.

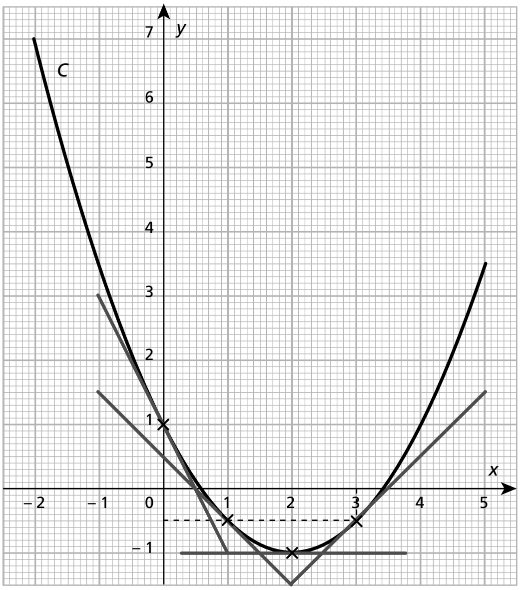



### Problème 2

**1**.

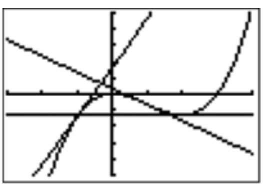
| $x_0$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $f(x_0)$ | 1 | – 0,5 | – 1 | – 0,5 |

**2.**




### Problème 3

**a**. et **b**.



**c.** Graphiquement, on constate que les droites $D1$ à $D4$ sont tangentes à la courbe $Cf$.

**d.** $f'(1) = -1$ ; $f'(0) = 0$ ; $f'(2) = 0$ ; $f'(-1) = 3$.

**e.** On trouve bien les mêmes valeurs.

### Problème 4

**1. a.** $C(1\ 000) = 93\ 000$ € et $C(1\ 001) = 93\ 080$ €.

**b.** Un coût de 80 €.

**2. a.** $C'(1\ 000) = 80$.

**b.** Ce sont les mêmes valeurs. Il n'y a pas d'erreur commise.

### Problème 5

**1. a.** $C(100) = 95\ 000$ € et $C(101) = 95\ 700{,}50$ €.

**b.** Un coût de 700,50 €.

**2. a.** $C'(100) = 700$.

**b.** Il y a 0,50 € de différence. Soit une erreur de 0,0007, c'est-à-dire 0,07 %.

**3. a.** 750 €.

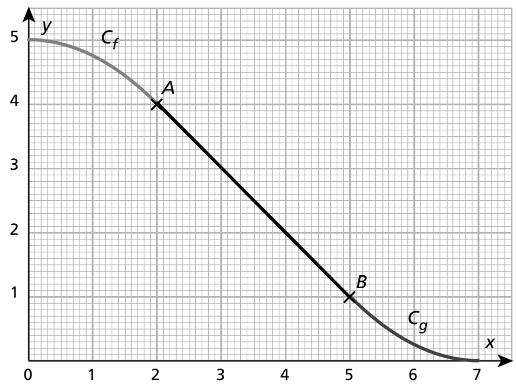
**b.** $C(151) - C(150) = 750{,}50$ €.

Soit une erreur de 0,06 %.

### Problème 6

**1. a.** $f(2) = 4$ ; soit $A(2\ ;\ 4)$. $g(5) = 1$ ; soit $B(5\ ;\ 1)$.

**b.**




**2. a.** $f'(2) = -1$.

**b.** $y = -x + 6$.

**3. a.** $g'(5) = -1$.

**b.** $y = -x + 6$.

**4. a.** $D_{(AB)} : y = -x + 6$.

**b.** Le raccordement est sans angle car les courbes $C_f$ et $C_g$ ont même tangente aux points de raccordements avec $(AB)$. Donc le toboggan respecte les mesures de sécurité.

### Problème 7

**1. a.** $I(0{,}5\ ;\ 0{,}25)$.

**b.** $f(0{,}5) = 0{,}25 = g(0{,}5)$.

**2. a.** $f'(0{,}5) = -1$.

**b.** $g'(0{,}5) = -1$.

**c.** $f'(0{,}5) = g'(0{,}5)$.

**d.** Les deux courbes ont même tangente au point $I$. Donc, le raccordement est sans angle au point $I$.

**3. a.** $f'(0) = 0$.

**b.** $g'(1) = 0$.

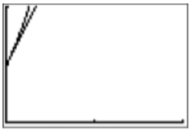
**c.** Oui, en $A$ et en $B$ la rampe est bien tangente au sol et au-dessus de la marche.

**Problème 8**

**Partie A**

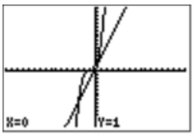
**a.** $f(0) = 1 = g(0)$

**b.**



Les deux courbes semblent très proches l'une de l'autre sans qu'on puisse bien les distinguer.

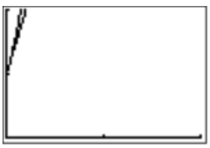
**c.**

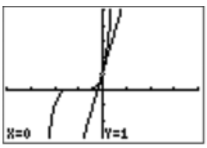



La courbe $C_g$ est tangente à la courbe $C_f$ en $A$.

**Partie B**

**a.** $f(0) = 1 = g(0)$






*Idem*, la courbe $C_g$ est tangente à la courbe $C_f$ en $A$.

**b.** $g(x) = 1 + nx$ est une approximation affine de $(1 + x)^n$ pour $x$ proche de 0.

**Partie C**

**1. a.** La population a une taille de 212 242 personnes.

**b.** Avec l'approximation, on trouve une taille de population de 212 000 personnes.

Soit 242 personnes d'écart. Cela correspond a une erreur commise de 0,11 %.

**2.** Non, car avec un taux mensuel de 0,25 %, on obtient 1 216,64 € d'intérêts.

Soit plus que les 1 200 € estimé par Khaled.

**3.** $(1 + \frac{5}{100})^5 = 1{,}276$. Soit, au bout de 5 ans, 27,6 % de la population atteinte.

Soit plus que l'affirmation du journaliste qui a utilisé l'approximation $1 + 5 \times \frac{5}{100}$.

**Problème 9**

**1. a.** $C(4) = 43$.

**b.** $C'(4) = 4{,}25$.

**c.** $Capp(x) = 4{,}25x + 26$.

**2. a.** $A(x) = \frac{17x}{4} + 26$.

**b.** $\frac{17}{4} = 4{,}25$. L'astuce du responsable correspond à l'expression de la « meilleure » approximation affine au voisinage de 4.

**3. a.** Voir fichier « **08_pb9_p113.xls_corrige** ».

**b.** Oui, car l'erreur maximale commise est de 6,2 %.

## Je teste mes connaissances

**Page 112**

| | |
|---|---|
| 1. B | 6. C |
| 2. C | 7. A |
| 3. A | 8. B |
| 4. B | 9. A |
| 5. A | 10. B |

# Évaluations de Première

## Évaluation 1

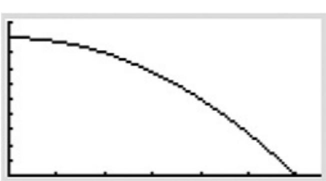
**Page 115**

### Exercice 1

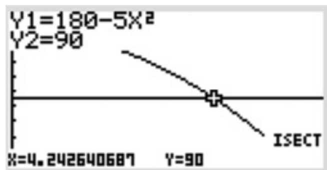
1. Pour le groupe $M$ : $\bar{x} = 14{,}375$ et $\sigma \approx 1{,}40$.
2. La moyenne est inférieure dans le groupe $M$ donc le médicament semble efficace en moyenne. En revanche l'écart type est supérieur dans le groupe $M$ : l'efficacité du médicament est hétérogène.

### Exercice 2

**1.** La raclette touche le sol au bout de 6 secondes.
**2. a**. La fonction $t \mapsto t^2$ est croissante sur l'intervalle [0 ; 6].
**b**. La fonction $t \mapsto -5t^2$ varie en sens contraire de la fonction carré car $-5$ est négatif. Elle est donc décroissante sur [0 ; 6].
La fonction $h$ a le même sens de variation que la fonction $t \mapsto -5t^2$ car l'addition d'une constante ne change pas le sens de variation. La fonction $h$ est donc décroissante sur [0 ; 6].
**3**.



**4**.



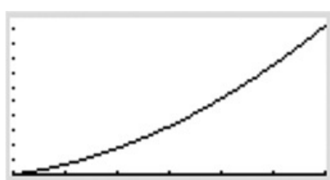

La solution de l'équation $h(t) = 90$ sur l'intervalle [0 ; 6] est 4,2 (valeur arrondie au dixième).
**5**. La raclette met 4,2 secondes pour arriver à la moitié de la tour.

## Évaluation 2

**Page 116**

### Exercice 1

**1. a**. Longueur $= 4x - 6$ ; largeur $= x - 4$
**b**. $A(x) = (4x - 6)(x - 4) = 4x^2 - 22x + 24$
**2.** a.



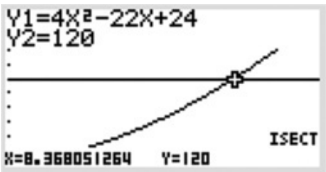
**b**.

| x | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 0 | 14 | 36 | 66 | 104 | 150 | 204 |

**c.**

| $x$ | 4 | | 10 |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 0 | $\nearrow$ | 204 |

**d.**




La solution de l'équation $f(x) = 120$ sur l'intervalle [4 ; 10] est 8,4 (valeur arrondie au dixième).

**3**. La largeur de l'entrepôt est 8,4 mètres, sa longueur 33,6 mètres.

## Exercice 2

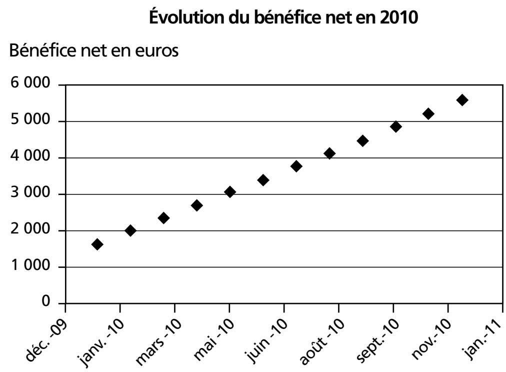
**1.** La suite de nombres est arithmétique car $1\,980 - 1\,620 = 2\,340 - 1\,980 = 2\,700 - 2\,340 = 360$.

La raison est 360.

**2. a.**

| | |
|---|---|
| janv-10 | 1 620 |
| févr-10 | 1 980 |
| mars-10 | 2 340 |
| avr-10 | 2 700 |
| mai-10 | 3 060 |
| juin-10 | 3 420 |
| juil-10 | 3 780 |
| août-10 | 4 140 |
| sept-10 | 4 500 |
| oct-10 | 4 860 |
| nov-10 | 5 220 |
| déc-10 | 5 580 |

**b.**




**3.** Le restaurateur pourra continuer son activité, car si l'évolution se maintient, le bénéfice net dépassera 5 500 € en décembre 2010.

# Évaluation 3

**Page 117**

## Exercice 1

**1.** $\overline{x} = 180{,}25$ ; $\sigma \approx 7{,}33$.

**2. a.** Environ 188 (ou 190).

**b.** Environ 94 %.

**3.** Oui car il est situé à l'extérieur de l'intervalle $[\overline{x} - 2\sigma\ ;\ \overline{x} + 2\sigma]$.

## Exercice 2

**1.** L'instruction permet de simuler le tirage au hasard d'une personne dans la population. Elle affiche 1 si la personne est infectée et 0 sinon.

**2.** Il y a 73 personnes infectées sur le premier échantillon de taille 8 197 simulé.

**3.** On ne semble pas observer de résultat inférieur ou égal à 51 sur l'image d'écran (le résultat le plus bas est légèrement supérieur à 51).

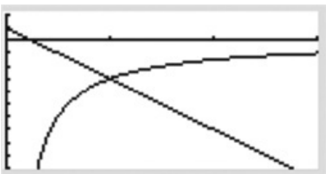
**4.** L'expression « statistiquement significative » signifie que la différence observée est suffisamment grande pour ne pas être attribuée au hasard (à la fluctuation d'échantillonnage).

# Évaluation 4

**Page 118**

## Exercice 1

**1. a.**



**b**. $f(x) = g(x)$ : 1 ; $f(x) = 0$ : pas de solution
**c**. $f(x) \leq g(x)$ : $]0 ; 1]$ ; $f(x) < 0$ : $]-\infty ; +\infty[$
**2**. On peut construire la courbe représentative de $h$ pour obtenir le tableau de variation.

| $x$ | 0 | 0,8 | 3 |
|---|---|---|---|
| $h(x)$ | ↗ | 5,93 | ↘ – 12 |

**3. a**. La fonction inverse est décroissante sur $]0 ; 3]$.
**b**. La fonction $f$ est croissante sur $]0 ; 3]$ car c'est le produit de la fonction inverse par un nombre négatif.
**c**. La fonction $g$ est une fonction affine dont le coefficient $a$, égal à – 4, est négatif. La fonction $g$ est donc décroissante.
**d**. Les questions b. et c. ne permettent pas de donner le sens de variation de $f + g$ car les fonctions $f$ et $g$ n'ont pas le même sens de variation sur $]0 ; 3]$.

## Exercice 2

**1.**

| Année | Nombre de bénévoles |
|---|---|
| 1re année | 8 |
| 2e année | 16 |
| 3e année | 32 |
| 4e année | 64 |
| 5e année | 128 |
| 6e année | 256 |
| 7e année | 512 |
| 8e année | 1 024 |
| 9e année | 2 048 |
| 10e année | 4 096 |

**2.** Les nombres de bénévoles ainsi obtenus forment une suite géométrique car chaque terme est le double de celui qui le précède. La raison de cette suite est 2.
**3.** En observant le tableau précédent, on constate qu'il faudrait 7 ans pour atteindre le nombre de bénévoles souhaité, à la condition que le principe « chaque bénévole doit recruter un nouveau bénévole » soit respecté.

# Évaluation 5

**Page 119**

**Partie A**

**1.** Le résultat pour une production de 4 000 ordinateurs est 800 000 €. C'est un bénéfice.
**2.** Le discriminant est 360 000.
Les solutions de l'équation $-0{,}1x^2 + 1\,000x - 1\,600\,000 = 0$ sur l'intervalle $[1\,000 ; 9\,000]$ sont 2 000 et 8 000.
Pour une production de 2 000 ordinateurs et de 8 000 ordinateurs, le résultat est nul.

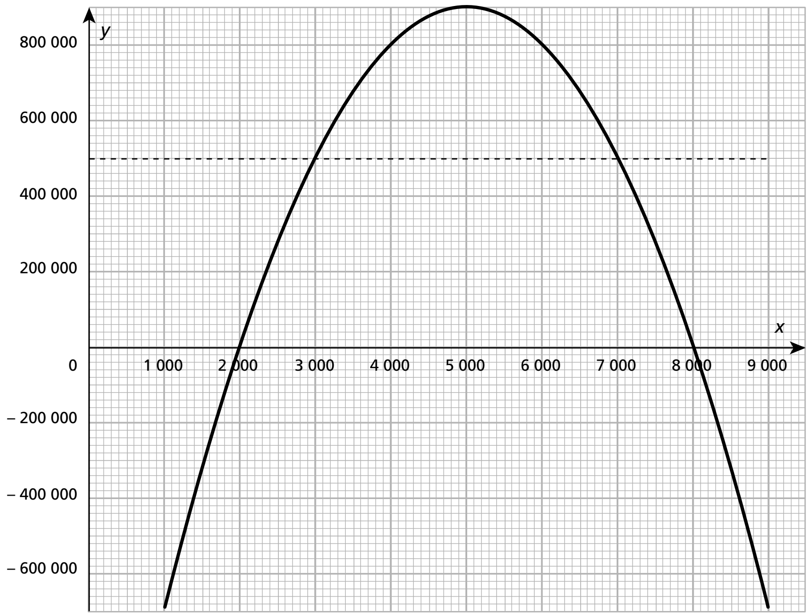
**3. a**.

| $x$ | 1 000 | | 2 000 | | 8 000 | | 9 000 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Signe du polynôme | – 700 000 | – | 0 | + | 0 | – | – 700 000 |

**b**. Le grossiste réalise un bénéfice pour une production comprise entre 2 000 et 8 000 ordinateurs.

**Partie B**

**1.**




**2.**

| $x$ | 1 000 | 2 500 | 4 200 | 7 000 | 8 000 | 9 000 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | – 700 000 | 275 000 | 836 000 | 500 000 | 0 | – 700 000 |

**3**. $S$(5 000 ; 900 000)

**4**. Les abscisses des points d'intersection de la parabole avec l'axe des abscisses sont 2 000 et 8 000.

La courbe est en dessous de l'axe des abscisses pour $x$ compris entre 0 et 2 000, et entre 8 000 et 9 000. Elle est au-dessus de l'axe des abscisses pour $x$ compris entre 2 000 et 8 000.

**5**. Le bénéfice est supérieur à 500 000 € pour une production comprise entre 3 000 ordinateurs et 7 000 ordinateurs.

# Évaluation 6

**Page 120**

## Exercice 1

**1.** $I$ = [0,02 ; 0,22].

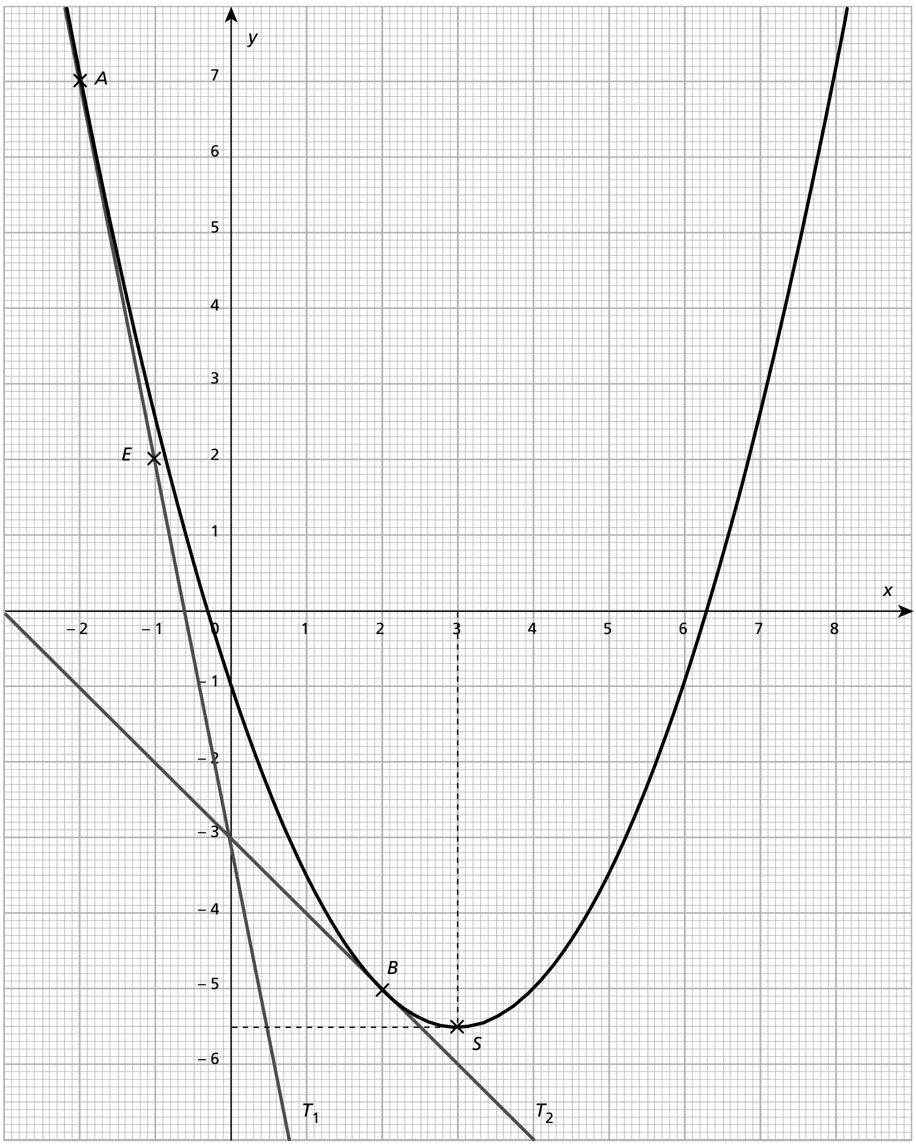
**2.** Il y a 2 points sur 200 en dehors de l'intervalle $I$ donc 99 % à l'intérieur de $I$.

**3.** La théorie prévoit que le pourcentage précédent est supérieur à 95 %.

**4.** Sur 100 élèves, on peut s'attendre à avoir entre 2 et 22 gauchers.

## Exercice 2

**1., 2., 5. et 6.**




**3.** $a_{(AE)} = -5$.
Donc, $f'(-2) = -5$.

**4.** $y = -x - 3$.

# Statistique à deux variables (9)

## Activités

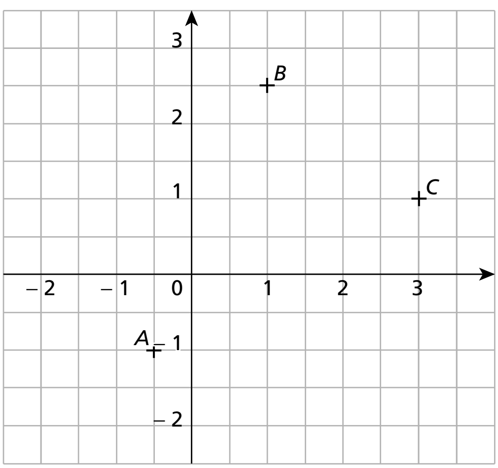
**Page 121**

On peut estimer l'étendue de la glace dans l'océan Arctique en juin 2050 à :
$-0{,}0424 \times 2050 + 96{,}522 \approx 9{,}6$ km$^2$.

**Pages 122 et 123**

### Est-ce que je sais ?

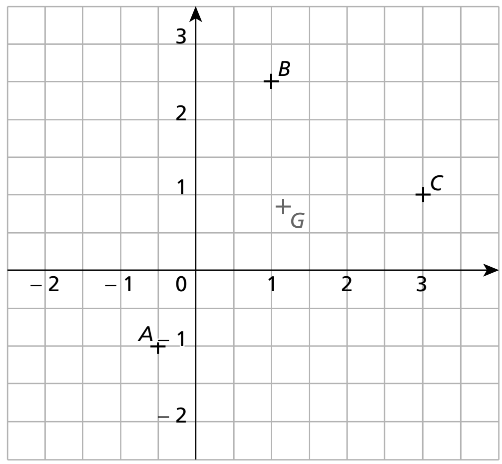
**1.**




**2. a)** $\bar{x} = \dfrac{-0{,}5+1+3}{3} = \dfrac{3{,}5}{3} = \dfrac{7}{6}$ ;

$\bar{y} = \dfrac{-1+2{,}5+1}{3} = \dfrac{2{,}5}{3} = \dfrac{5}{6}$.

**b)**

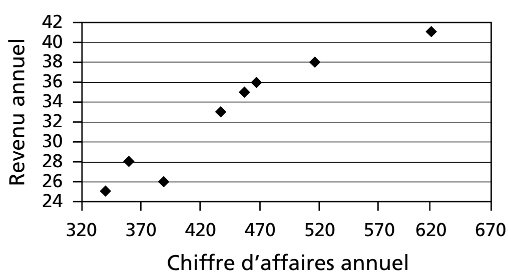



**3.** On a $\dfrac{5}{6} = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{7}{6} + b$ d'où $b = \dfrac{10}{12} - \dfrac{7}{12}$ ;

$b = \dfrac{3}{12} = \dfrac{1}{4}$.

### Activité 1

**1. a)**

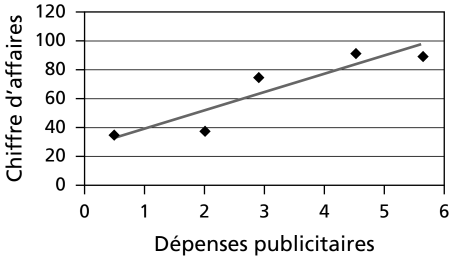



**b)** Les points du nuage sont proches d'une droite d'équation $y = ax + b$ correspondant à un fixe $b$ et à une commission de coefficient de proportionnalité $a$.

**2. a)** $\bar{x} = 450$ ; $\bar{y} = 32{,}75$.
**b)** Le point $G(450\ ;\ 32{,}75)$ se situe au « centre » du nuage.

## Activité 2

**a)** et **b)**




**c)** Pour des dépenses publicitaires de 3,5 millions d'euros, on peut estimer le chiffre d'affaires à :
$12{,}8 \times 3{,}5 + 26{,}2 = 71$ millions d'euros.

## Activité 3

**1.** $\bar{x} = 2\,003{,}5$ et $\bar{y} = 553{,}1$.

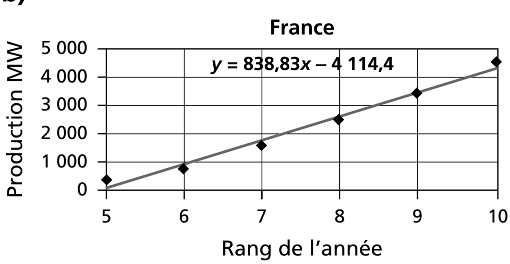
**2. a)** On doit avoir
$553{,}1 = -3{,}33 \times 2\,003{,}5 + b$,
d'où $b = 553{,}1 + 3{,}33 \times 2\,003{,}5$ ;
$b = 7\,224{,}755$.
**b)** On peut estimer la quantité d'émissions de gaz à effet de serre en France en 2015 à :
$-3{,}33 \times 2015 + 7\,224{,}755 \approx 515$ millions de tonnes équivalent $CO_2$.

## J'utilise un logiciel

**Pages 127 et 128**

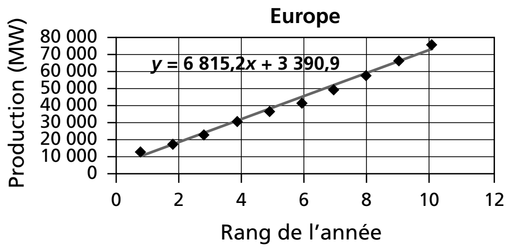
**Ajuster un grand nombre de données**

**1. a)** Un ajustement affine a ici peu de sens car la forme du nuage de points n'est pas allongée le long d'une droite.
**b)**



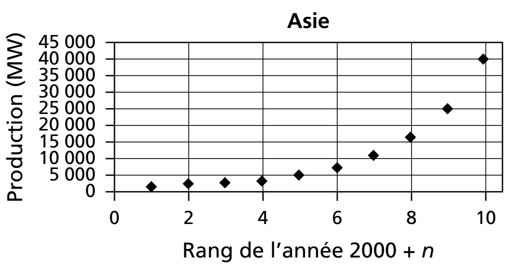

**c)** On peut estimer la production française en 2012 à :
$839 \times 12 - 4\,114 = 5\,954$ MW.

**2. a)** et **b)**




**c)** On peut estimer la production européenne en 2012 à :
$6\,815 \times 12 + 3\,391 = 85\,171$ MW.

**d)** et **e)**




Un ajustement affine de la production en Asie de 2001 à 2010 n'est pas justifié car l'augmentation de la production s'accélère.
**f)** On peut estimer la production asiatique en 2012 à :
$973{,}77 \times 1{,}42^{12} \approx 65\,451$ MW.

**Comprendre le principe des « moindres carrés »**

**1. a)** $\bar{x}$ est calculé en B7 et $\bar{y}$ est calculé en C7.

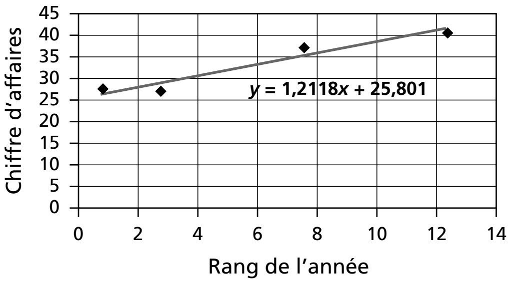
**b)** La formule entrée en B9 est =C7-B8*B7 où C7 correspond à $\bar{y}$, B8 à $a$ et B7 à $\bar{x}$.

**c)** Les écarts négatifs se soustraient aux écarts positifs, alors que les écarts au carré sont tous positifs.
**d)** On trouve $a = 1{,}2$.

a = 1,2

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Année | Rang de l'année | Chiffre d'affaires en milliards d'euros | y = ax + b | Ecarts verticaux | Ecarts au carré |
| 2 | 1998 | 1 | 28 | 27,075 | 0,925 | 0,855625 |
| 3 | 2000 | 3 | 27,2 | 29,475 | -2,275 | 5,175625 |
| 4 | 2005 | 8 | 37,6 | 35,475 | 2,125 | 4,515625 |
| 5 | 2010 | 13 | 40,7 | 41,475 | -0,775 | 0,600625 |
| 6 | | | | | Somme | **11,1475** |
| 7 | Moyennes | 6,25 | 33,375 | | | |
| 8 | a = | **1,2** | | | | |
| 9 | b = | 25,875 | | | | |

**2. a)** Le tableur donne comme équation : $y = 1{,}2118x + 25{,}801$.




**b)** On a $1{,}2 \approx 1{,}2118$.

# Exercices et problèmes

**Pages 129 à 132**

## Exercices

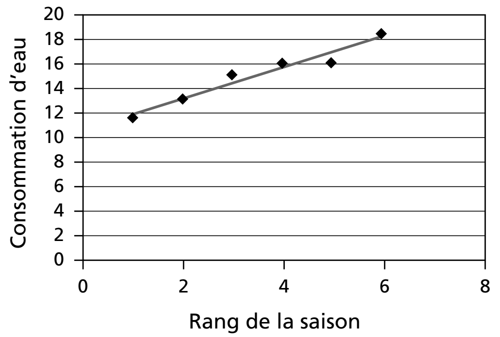
### Déterminer le point moyen

**1. a)** On a $\overline{x} = 300$ et $\overline{y} = 20$ ; d'où $G(300 ; 20)$.
**b)** On a $0{,}084 \times 300 - 5{,}2 = 20$. Donc $G$ appartient à $D$.

### Exploiter un ajustement affine donné

**2.** On a
$y = -3{,}8857 \times 2020 + 9\,461{,}3 \approx 1\,612$ m.
L'altitude en 2020, si la tendance observée se maintient, sera de 1 612 m.

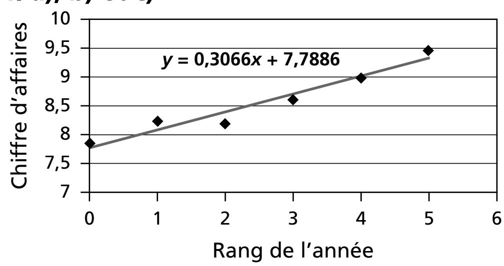
**3. a)** et **b)**




**c)** On peut estimer la consommation d'eau en 2011 (année de rang 10) à :
$1{,}2 \times 10 + 11 = 23$ millions de m$^3$.

### Déterminer un ajustement affine

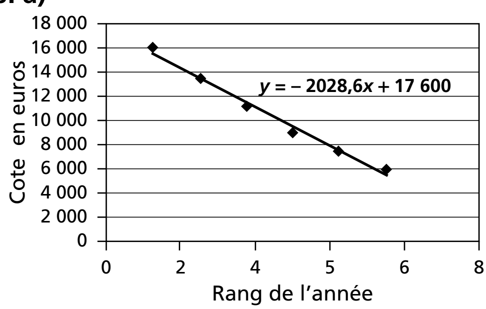
**4. a), b)** et **c)**




**d)** On peut estimer le chiffre d'affaires en 2011 (année de rang 6) à :
$0{,}3 \times 6 + 7{,}8 = 9{,}6$ millions d'euros.

**5. a)** La calculatrice donne l'équation :
$y = 0{,}1734x - 339{,}64$.
**b)** On peut estimer le SMIC en 2012 à :
$y = 0{,}1734 \times 2012 - 339{,}64 \approx 9{,}24$ €.

**6. a)**

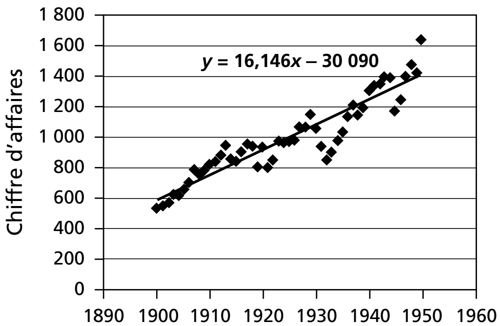



La calculatrice donne l'équation :
$y = -2\,000x + 17\,600$, en arrondissant les coefficients à la centaine d'euros la plus proche.

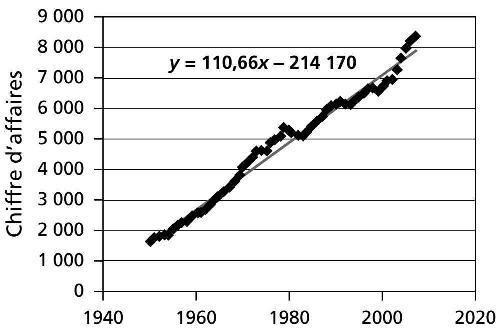
**b)** L'année 2013 est au rang 8. On peut estimer la cote du véhicule en 2013 à :
$-2\,000 \times 8 + 17\,600 = 1\,600$ euros.

**7. a)** Un ajustement affine du nuage de points n'est pas justifié car la tendance globale n'est pas celle d'une droite.

**b)** Le tableur affiche : $y = 16,146\,x - 30\,090$.



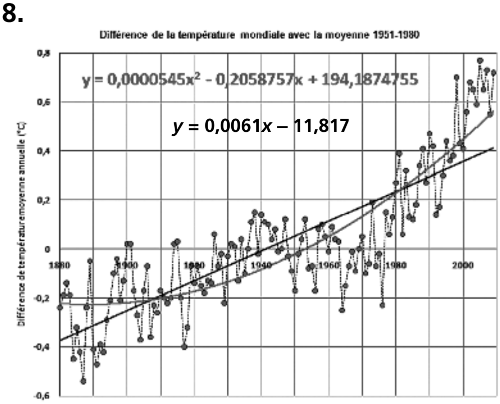

**c)** Le tableur affiche : $y = 110,66\,x - 214\,170$.




**d)** L'affirmation est exacte. On retrouve les coefficients directeurs des droites d'ajustement, arrondis à l'unité.

**Exploiter un ajustement non affine**

**8.**




**a)** L'équation affichée par le tableur est : $y = 0,0061x - 11,817$.

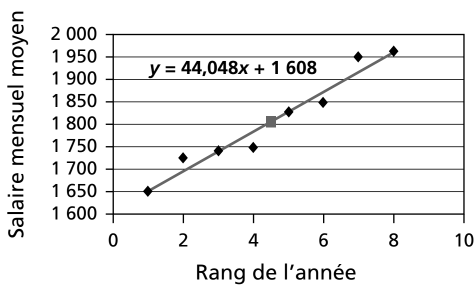
**b)** L'ajustement qui semble préférable est l'ajustement par la parabole.

**c)** Estimation de l'écart de température en 2040 par rapport à la période 1951-1980 :
– à l'aide de l'ajustement affine :
$0,0061 \times 2040 - 11,817 = 0,627$ ;
– à l'aide de l'ajustement parabolique :
$0,0000545 \times 2040^2 - 0,20588 \times 2040 + 149,19 = 1,002$.

## Problèmes

### Problème 1

**1.**




**2. a)** On a $\overline{x} = 4,5$ et $\overline{y} = 1\,806,25$ ; d'où $G(4,5 ; 1\,806,25)$.

**b)** On obtient : $y = 44x + 1\,608$.

**c)** Voir le graphique ci-dessus.

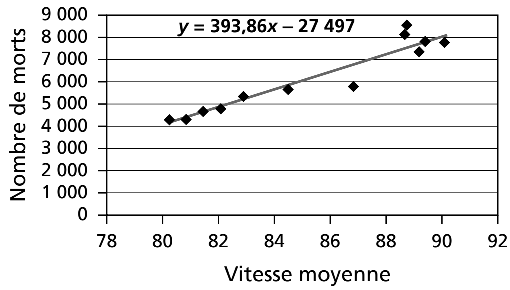
**3. a)** L'année 2014 est au rang 11. On peut estimer le salaire d'Hélène en 2014 à 2 090 euros environ.

**b)** L'année 2019 est au rang 16.
On a $44 \times 16 + 1\,608 = 2\,312$. On peut estimer que le salaire d'Hélène n'atteindra pas 2 400 euros en 2019.

### Problème 2

**1.** On peut formuler l'hypothèse que le nombre de morts est lié à la vitesse moyenne.

**2. a)**



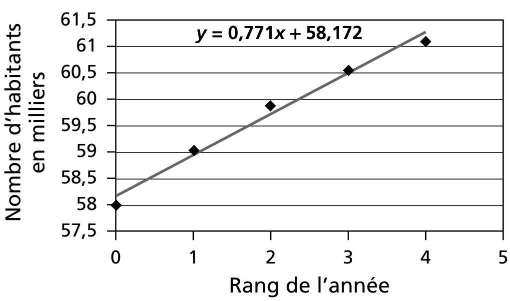

**b)** Le nuage de points a une forme allongée. L'hypothèse faite au 1. est confirmée et on peut envisager un ajustement affine du nombre de morts en fonction de la vitesse moyenne.

**3. a)** Le tableur fournit l'équation :
$y = 393{,}86x - 27\,497$.

**b)** Pour une vitesse moyenne de 78 km/h, on peut estimer le nombre de morts à :
$393{,}86 \times 78 - 27\,297 \approx 3\,424$.
Le nombre de vies sauvées serait :
$4\,273 - 3\,424 = 849$ vies.

**Problème 3**

**1.**




**2.** Le nuage de points a une forme allongée. L'ajustement affine est donc justifié.

**3. a)** On obtient l'équation :
$y = 0{,}771x + 58{,}172$.

**b)** Voir le graphique ci-dessus.

**c)** Pour l'année de rang 6, on peut estimer la population de cette ville à :
$0{,}771 \times 6 + 58{,}172 = 62{,}798$ milliers d'habitants, c'est-à-dire 62 798 habitants.

**4.** On obtient les taux annuels de croissance suivants.

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| 1 | Rang | Population | Taux de croissance |
| 2 | 0 | 58 | **1,79** |
| 3 | 1 | 59,04 | **1,42** |
| 4 | 2 | 59,88 | **1,12** |
| 5 | 3 | 60,55 | **0,91** |
| 6 | 4 | 61,1 | |

## Je teste mes connaissances

**Page 133**

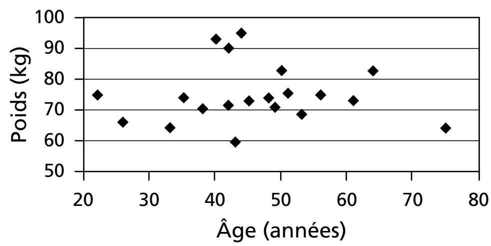
1. B
2. A
3. C
4. C
5. C
6. C
7. A
8. C
9. A
10. C

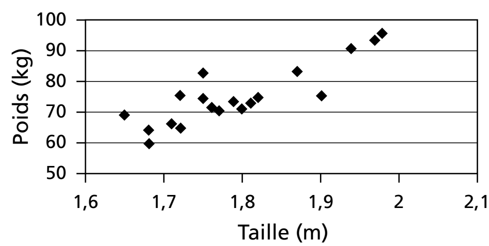
## Je m'entraîne au CCF

**Page 134**

**Partie A**

**1.**




**2.** Le poids n'est pas lié à l'âge car le nuage des points $M_i$ est très dispersé.
Le poids est lié à la taille car le nuage des points $N_i$ a une forme allongée.

**3.** Le tableur fournit la droite d'ajustement d'équation :
$y = 85{,}708x - 78{,}797$.

**4.** Selon la tendance observée, on peut estimer le poids d'un homme mesurant 1,85 m à :
$85{,}708 \times 1{,}85 - 78{,}797 \approx 79{,}8$ kg.

**Partie B**

**1.** La formule de Lorentz fournit :
– pour un homme de 1,85 m :
$100 \times (0{,}85 - \frac{0{,}35}{4}) = 76{,}25$ kg ;
– pour une femme de 1,73 m :
$100 \times (0{,}73 - \frac{0{,}23}{2{,}5}) = 63{,}8$ kg.

**2.** Pour un garçon de 0,8 m, on obtient :
$100 \times (-\,0{,}2 - \frac{-0{,}7}{4}) = -\,2{,}5$ kg ; ce qui n'a pas de sens.

**3.** On a :
$100 \times (x - 1 - \frac{x - 1{,}5}{4})$
$= 100 \times (x - 1 - 0{,}25x + 0{,}375)$
$= 100 \times (0{,}75x - 0{,}625) = 75x - 62{,}5$.

**4.** On a $75 \times 1{,}85 - 62{,}5 = 76{,}25$. Ce résultat est inférieur à 79,8.

# Dérivée et sens de variation d'une fonction

# 10

## Activités

**Page 135**

Remarque : cette question se rapporte au chapitre « Équation d'une tangente – nombre dérivé » de première.

On détermine graphiquement les coefficients directeurs des tangentes à la courbe représentative de la fonction $f$ en $t = 0$ et $t = 5$.

On lit $f'(0) = 7$ et $f'(5) = 15$.

**Pages 136 et 137**

**Est-ce que je sais ?**

**a)** La droite $D_2$ est la tangente à $C$ en $A$.
**b)** $a_{(D2)} = -1$.
**c)** $f'(0) = -1$.
**d)** $f'(3) = 0{,}7$.

## Activité 1

**b)** $f'(0) = 7$ et $f'(5) = 15$.

**c)** La courbe obtenue par la trace du point $B$ est une droite. L'équation de cette courbe est $y = 1{,}6x + 7$.

**d)** La droite se superpose à la trace du point $B$.

## Activité 2

**a)** •

| $x$ | 2 | 1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | 4 | 2 | 0 | 2 | 4 |

• La courbe obtenue par la trace du point $B$ est une droite : $y = 2x$.
• On en déduit que la fonction dérivée de la fonction carré est $f'(x) = 2x$.

**b)** •

| $x$ | 2 | 1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | 12 | 3 | 0 | 3 | 12 |

• La courbe obtenue par la trace du point $B$ est une parabole : $y = 3x^2$.
• On en déduit que la fonction dérivée de la fonction cube est $g'(x) = 3x^2$.

**c)** • Pour $a = 1$.

| $x$ | 2 | 1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

• La courbe obtenue par la trace du point $B$ est une droite d'équation $y = 1$ ou $y = a$.
• Lorsque l'on fait varier les coefficients $a$ et $b$, on obtient une droite d'équation $y = a$.
• On en déduit que la fonction dérivée de la fonction affine est $h'(x) = a$.

## Activité 3

**1. b)** $x = \frac{3}{2 \times 1}$. L'abscisse $x$ du sommet de la parabole est 1,5.

Le sommet de la parabole correspond à un minimum de la fonction $f_1$.

**c)**

| $x$ | $-1$ | $1{,}5$ | $4$ |
|---|---|---|---|
| $f_1(x)$ | $7$ ↘ | $-0{,}75$ | ↗ $7$ |

**e)** La fonction $g_1$ représente la fonction dérivée de $f_1$.

**f)**

| $x$ | $-1$ | $1{,}5$ | $4$ |
|---|---|---|---|
| $g_1(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ |

**g)** Lorsque le signe de $g_1$ est négatif, la fonction $f_1$ est décroissante, et inversement lorsque $g_1$ est positif.

**2. a)**

• L'abscisse $x$ du sommet de cette parabole vaut 0,5 ; le sommet de la parabole correspond à un maximum de la fonction $f_2$.

Tableau de variation de $f_2$ :

| $x$ | $-2$ | $0{,}5$ | $3$ |
|---|---|---|---|
| $f_2(x)$ | $-10$ ↗ | $-3{,}75$ | ↘ $-10$ |

La fonction $g_2$ représente la fonction dérivée de $f_2$.

Tableau de signe de $g_2$ :

| $x$ | $-2$ | $0{,}5$ | $3$ |
|---|---|---|---|
| $g_2(x)$ | $+$ | $0$ | $-$ |

• L'abscisse $x$ du sommet de cette parabole vaut $-\frac{5}{6}$ ; le sommet de la parabole correspond à un minimum de la fonction $f_3$.

Tableau de variation de $f_3$ :

| $x$ | $-3$ | $-\frac{5}{6}$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $f_3(x)$ | $10$ ↘ | $4{,}25$ | ↗ $6$ |

La fonction $g_3$ représente la fonction dérivée de $f_3$.

Tableau de signe de $g_3$ :

| $x$ | $-3$ | $-\frac{5}{6}$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $g_1(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ |

**b)** Oui, la conjecture est vérifiée pour les fonctions $f_2$ et $f_3$.

## J'utilise un logiciel

**Pages 141 et 142**

**Vérifier l'existence d'un extremum**

**1. a)** $f'(x) = 3x^2 - 3$. $\Delta = 36$, d'où $f'(x) < 0$ pour $x$ appartenant à $[-1 ; 1]$.

$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 1$. $g'(x) > 0$ pour $x < 0{,}25$.

$h'(x) = 3x^2$. $h'(x)$ est toujours positive.

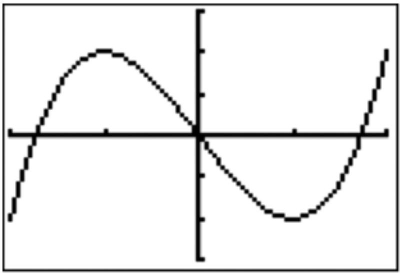
**b)**

| $x$ | $-2$ | | $-1$ | | $1$ | | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| signe de $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-2$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $2$ |

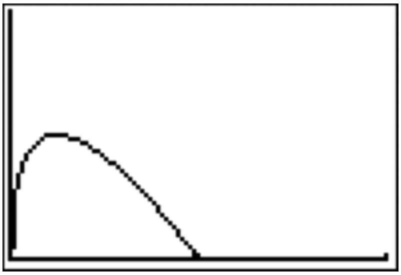
| $x$ | $0{,}2$ | | $0{,}25$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| signe de $g'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $g(x)$ | $0{,}247$ | ↗ | $0{,}25$ | ↘ | |

| $x$ | $-2$ | | $0$ | | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| signe de $h'(x)$ | | $+$ | $0$ | $+$ | |
| $h(x)$ | $-8$ | | ↗ | | $8$ |

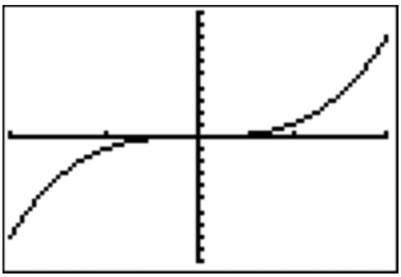
**c)** $f$



$g$



$h$

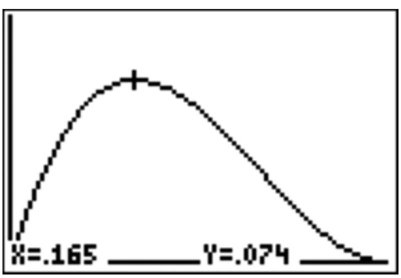


**d.** Non, ce n'est pas toujours le cas. Le tableau de variation de $h$ donne un contre-exemple. En zéro la dérivée s'annule sans que la fonction $h$ présente un minimum ou un maximum.

**2. a)** Largeur : $1 - 2x$ ; longueur : $1 - 2x$ ; hauteur : $x$.

**b)** $(1 - 2x)(1 - 2x)x = (4x^2 - 4x + 1)x$
$= 4x^3 - 4x^2 + x$.

**c)**




**d)** L'abscisse du maximum vaut 0,165.

**e)** $f'(x) = 12x^2 - 8x + 1$.

$f'(x) = 0$ pour $x = \frac{1}{6}$ et $x = 0{,}5$.

| $x$ | $0$ | | $\frac{1}{6}$ | | $0{,}5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| signe de $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ |
| $f(x)$ | $0$ | ↗ | $\frac{2}{27}$ | ↘ | $0$ |

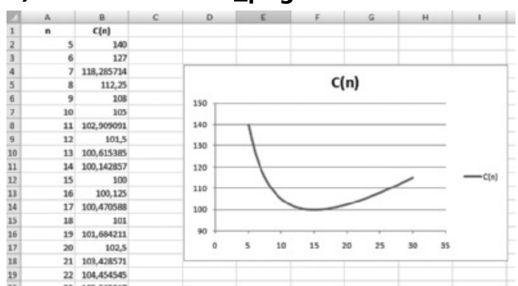
**f)** La valeur exacte du maximum est $\frac{1}{6}$.

**g)** Le volume maximal de la boîte vaut $\frac{2}{27}$ m$^3$.

**Déterminer un minimum**

**1. a)** La formule à entrer dans la cellule B2 est =2*A2+40+450/A2.

**b)** Voir fichier « **10_page142.xlsx** ».



| | A | B |
|---|---|---|
| 1 | n | C(n) |
| 2 | 5 | 140 |
| 3 | 6 | 127 |
| 4 | 7 | 118,285714 |
| 5 | 8 | 112,25 |
| 6 | 9 | 108 |
| 7 | 10 | 105 |
| 8 | 11 | 102,909091 |
| 9 | 12 | 101,5 |
| 10 | 13 | 100,615385 |
| 11 | 14 | 100,142857 |
| 12 | 15 | 100 |
| 13 | 16 | 100,125 |
| 14 | 17 | 100,470588 |
| 15 | 18 | 101 |
| 16 | 19 | 101,684211 |
| 17 | 20 | 102,5 |
| 18 | 21 | 103,428571 |
| 19 | 22 | 104,454545 |



**c)** La valeur du minimum est obtenue pour $n = 15$.

**d)** Pour $9 \leqslant n \leqslant 26$.

**2. a)** $f'(x) = 2 - \frac{450}{x^2}$.

**b)** $x^2 = 225$ d'où $x = -15$ ou $x = 15$. Soit sur [5 ; 30], $f'(x) \geqslant 0$ pour $x$ appartenant à [15 ; 30].

**c)**

| $x$ | $5$ | | $15$ | | $30$ |
|---|---|---|---|---|---|
| signe de $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $140$ | ↘ | $100$ | ↗ | $115$ |

**d)** La valeur du minimum est $f(15) = 100$.

**e)** On se ramène à $2x^2 - 70x + 450 \leqslant 0$.

$\Delta = 1\,300$ ;

$x_1 = \dfrac{70 - \sqrt{1\,300}}{4}$ et $x_2 = \dfrac{70 + \sqrt{1\,300}}{4}$.

Soit pour $x \leqslant x_1$ ou $x \geqslant x_2$.

**3. a)** Le nombre de commandes à réaliser afin d'obtenir un coût unitaire de gestion de stock minimal est 15.

**b)** Dans ce cas, le montant de ce coût minimal vaut 100 €.

**c)** Le nombre de commandes correspondant à un coût unitaire de gestion de stock inférieur ou égal à 110 € est compris entre 9 et 26.

# Exercices et problèmes

**Pages 143 à 146**

## Exercices

### Fonction dérivée

**1. a)** $f'(x) = 8x$. **b)** $f(x) = -4x + 1{,}5$.

**2. a)** $f'(x) = 15x^2 - 4$. **b)** $f'(x) = -\dfrac{3}{x^2}$, avec $x \neq 0$.

**3. a)** $f'(x) = 4$. **b)** $f'(x) = 6x^2$.

**4. a)** $f'(x) = \dfrac{4}{x^2}$, avec $x \neq 0$.

**b)** $f'(x) = -\dfrac{6}{x^2}$, avec $x \neq 0$.

**5. a)** $f'(x) = \dfrac{2}{x^2} + \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$, pour $x > 0$.

**b)** $f'(x) = \dfrac{3}{x^2} - \dfrac{1}{\sqrt{x}}$, pour $x > 0$.

**6. a)** $f'(x) = 3x^2 + 2$.
**b)** $f'(x) = 15x^2 - 4x$.

**7. a)** $f'(x) = -4x$.
**b)** $f'(x) = 3x^2 - 7$.

**8. a)** $f'(x) = 6x - \dfrac{2}{x^2}$, avec $x \neq 0$.

**b)** $f'(x) = 15x^2 + \dfrac{4}{x^2}$, avec $x \neq 0$.

**9. a)** $f'(x) = 42x + 1$.
**b)** $f'(x) = 6x - 6$.

**10. a)** $f'(x) = 9x^2 + 8x$.

**b)** $f'(x) = -\dfrac{3}{x^2}$, avec $x \neq 0$.

**11. a)** $f'(x) = 7$, $f'(1) = 7$.
**b)** $f'(x) = 8x + 3$, $f'(3) = 27$.
**c)** $f'(x) = -3x^2 + 14x$, $f'(1) = 11$.

**12. a)** $f'(x) = -6x - 10$, $f'(0) = -10$.

**b)** $f'(x) = 14x - \dfrac{2}{x^2}$ avec $x \neq 0$, $f'(2) = 27{,}5$.

**13. a)** $f'(x) = x + 4$.
**b)** $f'(2) = 6$.
**c)** $y = 6x - 5$.

### Dérivée et sens de variation

**14. a)** $f'(x) = 7$. **b)** $f'(x) = -4$.

| $x$ | 0 | | 10 |
|---|---|---|---|
| signe de $f'(x)$ | | + | |
| $f(x)$ | $-5$ | ↗ | 65 |

| $x$ | $-5$ | | 6 |
|---|---|---|---|
| signe de $f'(x)$ | | − | |
| $f(x)$ | 23 | ↘ | $-21$ |

**15. a)** $f'(x) = 4x$.

| $x$ | $-3$ | | 0 | | 3 |
|---|---|---|---|---|---|
| signe de $f'(x)$ | | − | 0 | + | |
| $2x^2 - 1$ | 17 | ↘ | $-1$ | ↗ | 17 |

**b)** $f'(x) = \dfrac{4}{x^2} + 2$.

| $x$ | $-5$ | | $-1$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | |
| $f(x)$ | $-9{,}8$ | $\nearrow$ | $2$ |

**16. a)** $f'(x) = 6x^2 - 2$ **b)** $f'(x) = 2x - 3$.

| $x$ | $-1$ | | $-\sqrt{1/3}$ | | $\sqrt{1/3}$ | | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| signe de $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f_2(x)$ | $0$ | $\nearrow$ | $\approx 0{,}770$ | $\searrow$ | $\approx -0{,}770$ | $\nearrow$ | $48$ |

| $x$ | $0$ | | $1{,}5$ | | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| signe de $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $2$ | $\searrow$ | $-0{,}25$ | $\nearrow$ | $6$ |

**17. a)** $f'(x) = 3x^2 - 6x$.

| $x$ | $-1$ | | $0$ | | $2$ | | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-4$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-4$ | $\nearrow$ | $0$ |

**b)** $f'(x) = 6x^2 + 6x - 12$.

| $x$ | $-3$ | | $-2$ | | $1$ | | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $12$ | $\nearrow$ | $23$ | $\searrow$ | $-4$ | $\nearrow$ | $7$ |

**18. a)** $f'(x) = -10x$.

| $x$ | $-1$ | | $0$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $-5x^2 + 2$ | $-3$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $-3$ |

**b)** $f'(x) = 9x^2 + 4x - 12$.

| $x$ | $-3$ | | $\approx -1{,}40$ | | $\approx 0{,}96$ | | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-24$ | $\nearrow$ | $\approx 15{,}49$ | $\searrow$ | $\approx -4{,}02$ | $\nearrow$ | $11$ |

### Dérivée et extremum

**19.** $f'(x) = 8x - 2$. Le minimum de $f$ sur $[-1\,;\,1]$ est pour $x = \dfrac{1}{4}$. Il est égal à $\dfrac{3}{4}$.

**20.** $f'(x) = -81x^2 + 9$. Le maximum de $f$ sur $[0\,;\,2]$ est pour $x = \dfrac{1}{3}$. Il est égal à $f(\dfrac{1}{3}) = 4$.

**21.** $f'(x) = 3x^2 + 2x - 1$. Le maximum de $f$ sur $[-2\,;\,0]$ est pour $x = -1$. Il est égal à 6.

**22.** $f'(x) = 1{,}5x^2 - 2$. Le minimum de $f$ sur $[-1\,;\,4]$ est pour $x = \sqrt{\dfrac{4}{3}}$. Il est égal à $f(\sqrt{\dfrac{4}{3}}) \approx -4{,}732$.

## Problèmes

### Problème 1

**1. a)** $C_A(n) = 100 \times n$.
**b)** Voir le graphique page suivante.

**2. a)**

| $x$ | 0 | 30 | 50 | 90 | 150 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 4 800 | 3 000 | 2 200 | 1 560 | 3 000 |

| $x$ | 200 | 300 | 400 | 410 |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 6 400 | 19 200 | 40 000 | 42 520 |

**b)** Voir le graphique page suivante.
**c)** $f'(x) = 0{,}8x - 72$.
**d)** $f'(x) = 0$ pour $x = 90$.
**e)**

| $x$ | $0$ | | $90$ | | $410$ |
|---|---|---|---|---|---|
| signe de $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $4\,800$ | $\searrow$ | $1\,560$ | $\nearrow$ | $42\,520$ |

**f)** Voir le graphique page suivante.

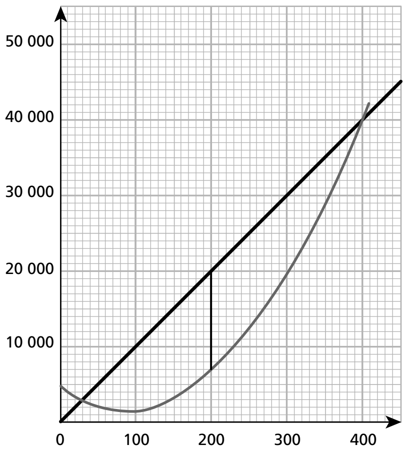
**3. a)** Les charges sont minimales pour 90 clients.

**b)** Il s'agit de la différence des extrémités du segment vertical.

$20\ 000 - 6\ 500 = 13\ 500$.

Soit, avec la précision du graphique, les 13 600 € de bénéfices.

Graphique pour les questions 1.b., 2.b., 2.f. et 3.b.




**Problème 2**

$B$ est une fonction du second degré qui présente un maximum lorsque sa dérivée s'annule.

$B'(q) = -2q + 90$ et s'annule pour $q = 45$.

Il doit fabriquer 45 boîtes de jeu pour réaliser un bénéfice maximal.

$B(45) = 1\ 764$. Dans ce cas, le bénéfice est de 1 764 €.

**Problème 3**

**a)** La recette obtenue est $R(q) = 38q$.

Le bénéfice est obtenu par $R(q) - C(q)$.

$B(q) = -0{,}02q^3 + 2{,}1q^2 - 36q - 80$.

**b)** $B'(q) = -0{,}06q^2 + 4{,}2q - 36$.

$B'$ s'annule pour $q = 10$ et $q = 60$.

D'où le tableau de variation :

| $q$ | 0 | | 10 | | 60 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| signe de $B'(q)$ | | – | 0 | + | 0 | – |
| $B(q)$ | – 80 ↘ | | – 250 | ↗ | 1 000 | ↘ |

Pour que le bénéfice soit maximal, l'entreprise doit fabriquer 60 lots.

**c)** Dans ce cas, le bénéfice est de 1 000 €.

**Problème 4**

**1.** $A = (21 - 2 \times 2)(29{,}7 - 2 \times 3) = 402{,}9$.

La surface imprimable vaut 402,9 cm$^2$.

**2.** $y = \dfrac{623{,}7}{x}$.

**3.** $A(x) = (x - 4)(\dfrac{623{,}7}{x} - 6)$

$= 623{,}7 - 6x - 4 \times \dfrac{623{,}7}{x} + 2$.

Soit la relation donnée.

**4. a)** Il s'agit de la valeur qui annule la dérivée lorsque $x > 0$.

$A'(x) = -6 + \dfrac{2\ 494{,}8}{x^2}$. $A'(x) = 0$ avec $x > 0$, pour $x = \sqrt{415{,}8} \approx 20,\ 39$.

L'aire est maximale pour $x = 20{,}39$ cm.

**b)** $y = \dfrac{623{,}7}{20{,}39} \approx 30{,}59$.

Cette page a pour dimensions
20,4 cm $\times$ 30,6 cm.

**c)** Non.

**Problème 5**

**1. a)** $f'(x) = 150 - \dfrac{540\ 000}{x^2}$.

**b)** Il s'agit de la valeur qui annule la dérivée lorsque $x > 0$.

$f'(x) = 0$ lorsque $150 - \dfrac{540\ 000}{x^2} = 0$.

Soit $150x^2 - 540\ 000 = 0$.

C'est-à-dire, pour $x > 0$,
lorsque $x = \sqrt{3600} = 60$.

**c)** $f(60) = 18\ 000$. Le coût de gestion minimal vaut 18 000 €.

**2. a)** $f'(x) = 97{,}2 - \dfrac{6{,}75 \times 10^8}{x^2}$.

On obtient $f'(x) = 0$
lorsque $97{,}2x^2 - 6{,}75 \times 10^8 = 0$.

C'est-à-dire, pour $x > 0$, lorsque $x \approx 2\ 635$.

$f(2\ 635) = 762\ 289$. Le coût de gestion minimal vaut 762 289 €.

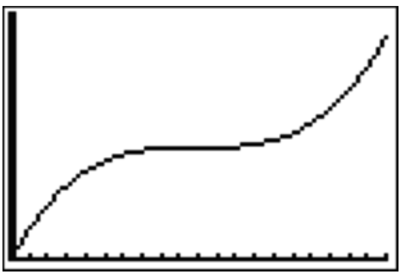
**b)** $f'(x) = 0{,}35 - \dfrac{3{,}0875 \times 10^8}{x^2}$.

On obtient $f'(x) = 0$
lorsque $0{,}35x^2 - 3{,}0875 \times 10^8 = 0$.
C'est-à-dire, pour $x > 0$, lorsque $x \approx 29\,701$.
$f(29\,701) = 22\,191$. Le coût de gestion minimal vaut 22 191 €.

**Problème 6**

**1. a)** $C'(x) = 1{,}5x^2 - 30x + 150$.
$\Delta = 0$, $C'(x) = 0$ pour $x = 10$. $C'(x) \geqslant 0$ pour $x$ appartenant à [0 ; 20].
Donc $C$ est croissante sur [0 ; 20].

**b)**



**2. a)** $C_M(x) = 0{,}5x^2 - 15x + 150$.

**b)** $C_M$ est une fonction du second degré qui présente un minimum lorsque sa dérivée s'annule.

$C'_M(x) = x - 15$ et s'annule pour $x = 15$.

| $h$ | 0 | | 15 | | 20 |
|---|---|---|---|---|---|
| signe de $p'(x)$ | | – | 0 | + | |
| $p(x)$ | 150 | ↘ | 37,5 | ↗ | 50 |

**c)** Le coût moyen minimal est obtenu pour $x = 15$. $C_M(15) = 37{,}5$.
Le coût moyen minimal vaut 37,5 milliers d'euros.

**3. a)** $B(x) = -\,0{,}5x^3 + 15x^2 - 108x$.
$B'(x) = -\,1{,}5x^2 + 30x - 108$.
$B'$ s'annule pour $x = 4{,}7$ et $x = 15{,}3$.
D'où le tableau de variation :

| $x$ | 0 | | ≈ 4,7 | | ≈ 15,3 | | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| signe de $B'(x)$ | | – | 0 | + | 0 | – | |
| $B(x)$ | – 108 | ↘ | – 228 | ↗ | 68 | ↘ | – 160 |

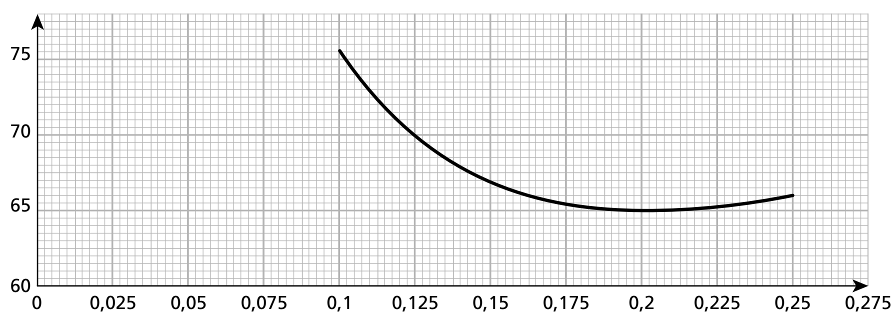
Pour que le bénéfice soit maximal, l'entreprise doit fabriquer 15,3 tonnes.

**b)** Non, le coût moyen est minimisé pour une production de 15 tonnes.

**Problème 7**

**1.** $p(0{,}1) = 75{,}5$ ; $p(0{,}18) = 65{,}23$ ; $p(0{,}2) = 65$ ; $p(0{,}22) = 65{,}19$ ; $p(0{,}25) = 66{,}05$.

**2.**



**3.** Graphiquement, $p(h)$ a pour valeur minimale 65.

**4. a)** $p'(h) = 105 - \dfrac{4,2}{h^2}$.

**b)** $p'(h) = 0$ pour $h = \sqrt{\dfrac{4,2}{105}} = 0,2$.

| $h$ | 0,1 | | 0,2 | | 0,25 |
|---|---|---|---|---|---|
| signe de $p'(x)$ | | – | 0 | + | |
| $p(x)$ | 77,5 | ↘ | 65 | ↗ | 66,05 |

**5. a)** L'épaisseur économique d'un mètre carré de la dalle considérée est 0,2 m.
**b)** Le prix minimal d'un mètre carré de la dalle vaut 65 €.

**Problème 8**

**1.** $C_m(x) = \dfrac{1}{10}x^2 - 30x + 2\,500$.

**2. a)** $R(x) = x \times p(x) = -\dfrac{45}{8}x^2 + 2\,750x$.
**b)** $R_m(x) = -\,11,25x + 2\,750$.
**c)** $R_m(x) = C_m(x)$ lorsque

$-\,11,25x + 2\,750 = \dfrac{1}{10}x^2 - 30x + 2\,500$.

Cela revient à résoudre l'équation
$0,1x^2 - 18,75x - 250 = 0$.
Soit pour $x = -\,12,5$ ou $x = 200$.
Comme $x > 0$, alors $R_m(x) = C_m(x)$ pour $x = 200$.

**3. a)** On obtient bien $B(x)$ en calculant : $B(x) = R(x) - C(x)$.

**b)** $B'(x) = -\,0,1x^2 + 18,75x + 250$.

**c)** Le bénéfice est maximal lorsque $B'(x) = 0$. Ce qui revient à résoudre la même équation qu'en 2. c. pour $R_m(x) = C_m(x)$.
Donc on a bien le bénéfice maximal lorsque la recette marginale est égale au coût marginal.

**d)** $B(200) = 158\,333,33$. Dans ce cas, le bénéfice maximal vaut 158 333,33 €.

**Problème 9**

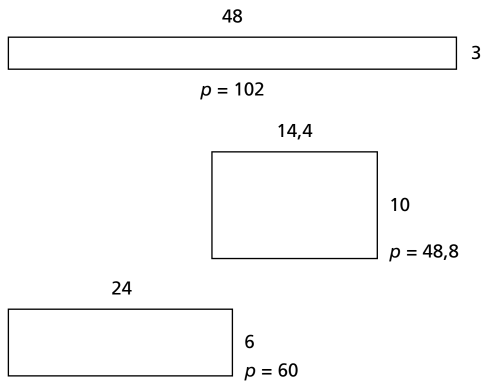
**a)** $B(x) = -\,x^3 + 3x^2 + 2\,520x - 500$.
$B'(x) = -\,3x^2 + 6x + 2\,520$.
$\Delta = 30\,276 > 0$ ; $x_1 = -\,28$ et $x_2 = 30$.

| $x$ | 0 | | 30 | |
|---|---|---|---|---|
| signe de $B'(x)$ | | + | 0 | – |
| $B(x)$ | – 500 | ↗ | 50 800 | ↘ |

**b)** L'ébénisterie doit produire et vendre 30 bureaux chaque mois pour maximiser son bénéfice.

**Problème 10**

**1. a)** et **b)**




**c)** Le rectangle de plus petit périmètre semble être le carré de côté 12.

**2. a)** On a $s = L \times l$ d'où $L = \dfrac{s}{l}$.

Donc $p = 2l + 2L = 2l + \dfrac{2s}{l}$.

**b)** Il s'agit de la valeur qui annule la dérivée : $p'(x) = 2 - \dfrac{2s}{x^2}$.

$p'(x) = 0$ lorsque $2x^2 - 2s = 0$. C'est-à-dire, pour $x > 0$, lorsque $x = \sqrt{s}$.

**c)** Lorsque $x = \sqrt{s}$, le rectangle est un carré, ce qui confirme la conjecture de 1. c.

# Je teste mes connaissances

**Page 147**

1. A
2. B
3. B
4. A
5. C
6. C
7. B
8. B
9. A
10. B

# Je m'entraîne au CCF

**Page 148**

**Partie A**

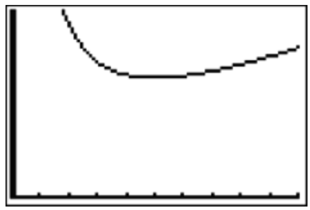
| Nombre de commandes dans l'année | 2 | 10 | $n$ |
|---|---|---|---|
| Coût de possession (en €) | 400 | 80 | $\dfrac{800}{n}$ |
| Coût de passation pour l'année (en €) | 64 | 320 | $32.n$ |
| Coût total de stockage (en €) | 464 | 400 | $\dfrac{800}{n} + 32n$ |

**Partie B**

**1.** $f'(x) = -\dfrac{800}{x^2} + 32.$

**2.**

| $x$ | 2 | | 5 | | 10 |
|---|---|---|---|---|---|
| signe de $f'(x)$ | | $-$ | 0 | $+$ | |
| $f(x)$ | 464 | $\searrow$ | 320 | $\nearrow$ | 400 |




**3.** L'entreprise doit passer 5 commandes dans l'année afin d'obtenir un coût total de stockage minimal. Dans ce cas, le coût minimal est de 320 €.

**4.** Graphiquement, on lit que l'entreprise doit passer dans l'année entre 3,02 et 8,2 commandes, soit entre 4 et 8 commandes.

# Suites numériques

# 11

## Activités

**Page 149**

À l'aide d'un tableur, on peut calculer les sommes versées chaque année pendant 20 ans avec les propositions A et B. Puis on fait le total des sommes pour les deux propositions et on compare.

Pour calculer le montant avec la proposition A, on écrit dans la cellule B3 la formule =B2*1,04.

Pour calculer le montant avec la proposition B, on écrit dans la cellule C3 la formule =C2+1025.

On recopie ensuite ces deux formules jusqu'à la ligne 21.

Voici un exemple de tableau pouvant être obtenu avec un tableur.

|  | A | B | C |
|---|---|---|---|
| 1 | Année | Proposition A | Proposition B |
| 2 | 1 | 20 000 | 20 000 |
| 3 | 2 | 20 800 | 21 025 |
| 4 | 3 | 21 632 | 22 050 |
| 5 | 4 | 22 497,28 | 23 075 |
| 6 | 5 | 23 397,1712 | 24 100 |
| 7 | 6 | 24 333,05805 | 25 125 |
| 8 | 7 | 25 306,38037 | 26 150 |
| 9 | 8 | 26 318,63558 | 27 175 |
| 10 | 9 | 27 371,38101 | 28 200 |
| 11 | 10 | 28 466,23625 | 29 225 |
| 12 | 11 | 29 604,8857 | 30 250 |
| 13 | 12 | 30 789,08113 | 31 275 |
| 14 | 13 | 32 020,64437 | 32 300 |
| 15 | 14 | 33 301,47015 | 33 325 |
| 16 | 15 | 34 633,52895 | 34 350 |
| 17 | 16 | 36 018,87011 | 35 375 |
| 18 | 17 | 37 459,62491 | 36 400 |
| 19 | 18 | 38 958,00991 | 37 425 |
| 20 | 19 | 40 516,33031 | 38 450 |
| 21 | 20 | 42 136,98352 | 39 475 |
| 22 | TOTAL | 595 562 | 594 750 |

La proposition A permettra à Rémi de gagner davantage d'argent.

**Pages 150 et 151**

## Est-ce que je sais ?

**1.**

| Suite numérique | Arithmétique | Géométrique | Ni arithmétique, ni géométrique |
|---|---|---|---|
| 10 ; 15 ; 22,5 ; 33,75 ; 50,625 | | X | |
| 396 ; 306 ; 216 ; 126 ; 36 | X | | |
| – 12 ; – 5 ; 2 ; 9 ; 16 | X | | |
| 20 ; 10 ; 2 ; 1 ; 0,2 | | | X |
| 1 ; $\sqrt{2}$ ; 2 ; $2\sqrt{2}$ ; 4 | | X | |

**2. a)** – 44 ; – 33 ; – 22 ; – 11 ; 0 $r = 11$
24 ; 20,4 ; 16,8 ; 13,2 ; 9,6 $r = -3{,}6$
**b)** 1 ; 0,6 ; 0, 36 ; 0,216 $q = 0{,}6$
0,5 ; 3 ; 18 ; 108 ; 648 $q = 6$

## Activité 1

**1.** Malika gagne 30 points supplémentaires chaque mois.

**2.** La suite $(u_n)$ est une suite arithmétique de raison 30 puisque
$r = u_1 - u_0 = 80 - 50 = 30$.

**3.**

$$\begin{array}{lll|l}
u_0 = 50 & & & \\
u_1 = 80 & + r & & u_1 = u_0 + r \\
u_2 = 110 & + 2r & & u_2 = u_0 + 2r \\
u_3 = 140 & + 3r & & u_3 = u_0 + 3r \\
u_4 = 170 & + 4r & & u_4 = u_0 + 4r \\
u_5 = 200 & + 5r & & u_5 = u_0 + 5r \\
u_6 = 230 & + 6r & & u_6 = u_0 + 6r \\
\vdots & & & \vdots \\
u_n & + nr & & \boxed{u_n = u_0 + nr}
\end{array}$$

**4.** $u_{24} = u_0 + 24\,r$,
soit $u_{24} = 50 + 24 \times 30 = 770$.
Malika pourra donc acquérir 770 points si son abonnement dure 24 mois.

**5.** Ce nombre de points n'est pas suffisant pour recevoir gratuitement le portable offert pour 1 000 points de fidélité.

**6.** Si l'abonnement rapportait 40 points à Malika, on va considérer que les nombres de points acquis chaque mois forment une suite arithmétique de raison 40 et de premier terme $u_0 = 50$.
Pour trouver, avec cet abonnement, le nombre de mois au bout duquel elle pourra recevoir le portable de 1 000 points, il faut résoudre l'équation :
$1\,000 = 50 + n \times 40$.
On trouve $n = 23{,}75$.
Malika devra donc attendre 24 mois avec cet abonnement pour obtenir les 1 000 points nécessaires pour obtenir le portable gratuitement.

## Activité 2

**1.** Si le nombre d'adhérents suit le principe de l'association, il y aura 8 adhérents la deuxième année et 16 adhérents la troisième.

**2.** La suite $(v_n)$ est géométrique, sa raison est $q = 2$, le deuxième terme est $v_2 = 8$ et le troisième terme $v_3 = 16$.

**3.** $v_n = v_1 \times q^{n-1}$.

**4.** La sixième année, le nombre d'adhérents sera 128 car :
$v_4 = 32$ ; $v_5 = 64$ ; $v_6 = 128$.
L'association ne pourra pas organiser le gala la sixième année car l'objectif de 200 adhérents ne sera pas atteint.

On vérifie avec la formule établie à la question 3.

$v_6 = 4 \times 2^5 = 128$ ; on retrouve bien 128 adhérents.

## J'utilise un logiciel

**Pages 155 et 156**

### Comparer des formules

**a) et b)** Voir le tableau ci-dessous.

**c)** La formule qui permet par recopie de calculer $C_n$ en fonction de $n$, à écrire dans la cellule C3, est =$B$3+A3*207.
Le symbole $ permet de fixer la cellule B3 comme cellule de référence (sa valeur ne sera pas modifiée lors de la recopie).
Les résultats des colonnes B et C sont identiques.

**d)** Il faut écrire en E3 la formule =$D$3*1,04^A3.
Les résultats des colonnes D et E sont identiques.
Les formules écrites dans les cellules B3 et E3 permettent d'obtenir, directement à partir de la valeur de *n*, le capital de la *n*-ième année.

| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | Placement 1 | | Placement 2 | |
| 2 | rang n | $C_n$ calculé mois après mois | $C_n$ calculé directement | $C_n$' calculé mois après mois | $C_n$' calculé directement |
| 3 | 0 | 4500 | 4500 | 4500,00 | 4500,00 |
| 4 | 1 | 4707 | 4707 | 4680,00 | 4680,00 |
| 5 | 2 | 4914 | 4914 | 4867,20 | 4867,20 |
| 6 | 3 | 5121 | 5121 | 5061,89 | 5061,89 |
| 7 | 4 | 5328 | 5328 | 5264,36 | 5264,36 |
| 8 | 5 | 5535 | 5535 | 5474,94 | 5474,94 |
| 9 | 6 | 5742 | 5742 | 5693,94 | 5693,94 |
| 10 | 7 | 5949 | 5949 | 5921,69 | 5921,69 |
| 11 | 8 | 6156 | 6156 | 6158,56 | 6158,56 |
| 12 | 9 | 6363 | 6363 | 6404,90 | 6404,90 |
| 13 | 10 | 6570 | 6570 | 6661,10 | 6661,10 |
| 14 | 11 | 6777 | 6777 | 6927,54 | 6927,54 |
| 15 | 12 | 6984 | 6984 | 7204,64 | 7204,64 |
| 16 | 13 | 7191 | 7191 | 7492,83 | 7492,83 |
| 17 | 14 | 7398 | 7398 | 7792,54 | 7792,54 |
| 18 | 15 | 7605 | 7605 | 8104,25 | 8104,25 |
| 19 | 16 | 7812 | 7812 | 8428,42 | 8428,42 |
| 20 | 17 | 8019 | 8019 | 8765,55 | 8765,55 |
| 21 | 18 | 8226 | 8226 | 9116,17 | 9116,17 |
| 22 | 19 | 8433 | 8433 | 9480,82 | 9480,82 |
| 23 | 20 | 8640 | 8640 | 9860,05 | 9860,05 |

**e)** Au bout de cinq ans, le placement le plus intéressant est le placement 1. À partir de la huitième année, c'est le placement 2 qui devient plus intéressant car il rapportera davantage d'argent.

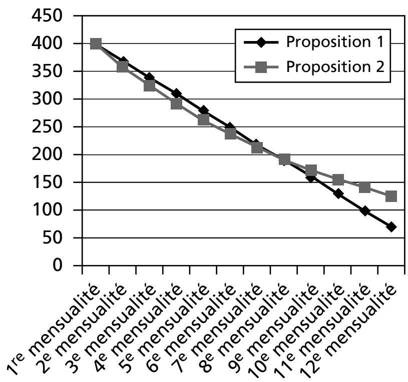
### Comparer deux suites avec le tableur

**1.** Dans la cellule B3, il faut écrire la formule =B2–30 pour obtenir les mensualités de la proposition 1.
Dans la cellule C3, il faut écrire la formule =C2*0,9 pour obtenir les mensualités de la proposition 2.

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| 1 | | Proposition 1 | Proposition 2 |
| 2 | $1^{ère}$ mensualité | 400 | 400,00 |
| 3 | $2^{ème}$ mensualité | 370 | 360,00 |
| 4 | $3^{ème}$ mensualité | 340 | 324,00 |
| 5 | $4^{ème}$ mensualité | 310 | 291,60 |
| 6 | $5^{ème}$ mensualité | 280 | 262,44 |
| 7 | $6^{ème}$ mensualité | 250 | 236,20 |
| 8 | $7^{ème}$ mensualité | 220 | 212,58 |
| 9 | $8^{ème}$ mensualité | 190 | 191,32 |
| 10 | $9^{ème}$ mensualité | 160 | 172,19 |
| 11 | $10^{ème}$ mensualité | 130 | 154,97 |
| 12 | $11^{ème}$ mensualité | 100 | 139,47 |
| 13 | $12^{ème}$ mensualité | 70 | 125,52 |
| 14 | TOTAL | 2820 | 2870,28 |

La suite de nombres formée par les mensualités de la proposition 1 est une suite arithmétique de raison $r = -30$.
La suite de nombres formée par les mensualités de la proposition 2 est une suite géométrique de raison $q = 0,9$.

**2.** Les premiers mois, les mensualités diminuent plus vite avec la proposition 2 qu'avec la proposition 1. À partir du $8^e$ mois, c'est l'inverse : les mensualités de la proposition 1 diminueront plus rapidement.




**3.** En comparant le coût total des deux crédits (voir le tableau), on constate que la proposition 1 est plus avantageuse car il faudra rembourser moins.

# Exercices et problèmes

**Pages 157 à 160**

## Exercices

### Déterminer la nature d'une suite et sa raison

**1. a)** C'est une suite arithmétique de raison $r = 1,1$.
**b)** Le sixième terme est 15,6.
**c)** $u_n = 10,1 + (n - 1) \times 1,1$.
**2. a)** Cette suite est géométrique car les rapports $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ sont égaux.

$\frac{u_1}{u_0} = \frac{16}{64} = 0,25$ ; $\frac{u_2}{u_1} = \frac{4}{16} = 0,25$ ;

$\frac{u_3}{u_2} = \frac{1}{4} = 0,25$ ; $\frac{u_4}{u_3} = \frac{0,25}{1} = 0,25$.

**b)** La raison est 0,25.
**c)** $u_n = 64 \times 0,25^n$.
**d)** Le 10^e^ terme de la suite est $u_9$.
$u_9 = 64 \times 0,25^9 \approx 2,44.\ 10^{-4}$.
**3.** Par lecture graphique, on trouve
$u_1 = -0,5$, $u_2 = 1$, $u_3 = 3,5$, $u_4 = 7$ et $u_5 = 11,5$
$u_2 - u_1 \neq u_3 - u_2$ ; la suite n'est pas arithmétique.
$\frac{u_2}{u_1} \neq \frac{u_3}{u_2}$ ; la suite n'est pas géométrique.
La suite $(u_n)$ n'est ni arithmétique, ni géométrique.
**4. a)** La suite est arithmétique ;
$u_1 = 0,75$ ; $r = 2$.
**b)** La suite est géométrique ;
$u_1 = 0,1$ ; $q = 10$.
**c)** La suite est arithmétique ;
$u_1 = -7,7$ ; $r = 0,3$.
**d)** La suite est arithmétique ;
$u_1 = 1,75$ ; $r = -3$.
**e)** La suite est géométrique ;
$u_1 = -12$ ; $q = 2,3$.
**5.** Suite n° 1 :
$u_1 = 100$ ; $r = -10$ ; $u_n = 100 - 10(n - 1)$.
Suite n° 2 :
$u_1 = -15$ ; $r = 20$ ; $u_n = -15 + 20(n - 1)$.

### Calculer les termes d'une suite

**6. a)** Calculer le 3^e^ terme d'une suite $(u_n)$ de premier terme $u_1$ revient à calculer $u_3$.
**b)** Calculer le 5^e^ terme d'une suite $(u_n)$ de premier terme $u_0$ revient à calculer $u_4$.
**7.** $u_{62}$ est le 63^e^ terme de la suite $(u_n)$.
$u_{62} = 13 + 62 \times (-1,4) = -73,8$.
**8.** $v_{20}$ est le 20^e^ terme de la suite $(v_n)$.
$v_{20} = 0,000\ 15 \times 4^{19}$.
$v_{20} \approx 41\ 231\ 686,04$.
**9. a)** Cette suite est géométrique.
**b)** $q = 2,1$ et $u_1 = 0,7$.
**c)** $u_{21} = 0,7 \times 2,1^{20}$.
$u_{21} \approx 1\ 947\ 529$.
**10. a)** Cette suite est arithmétique.
**b)** $r = 4$ et $v_0 = -1$.
**c)** $v_{1000} = 4 \times 1\ 000 - 1 = 3\ 999$.

## Problèmes

### Problème 1

La mise de départ de 0,15 € double à chaque partie. On peut donc considérer une suite géométrique de premier terme 0,15 et de raison 2. Avec un tableur, on obtient le tableau suivant.

| | A | B |
|---|---|---|
| 1 | Partie | Mise en euros |
| 2 | 1 | 0,15 |
| 3 | 2 | 0,3 |
| 4 | 3 | 0,6 |
| 5 | 4 | 1,2 |
| 6 | 5 | 2,4 |
| 7 | 6 | 4,8 |
| 8 | 7 | 9,6 |
| 9 | 8 | 19,2 |
| 10 | 9 | 38,4 |

Les joueurs peuvent jouer 8 parties de cartes sans dépasser la mise limite de 20 euros.

**Problème 2**

**1.** $u_1 = 51\ 625$ et $u_2 = 53\ 302{,}812\ 5$.
**2.** La suite $(u_n)$ est géométrique.
**3.** La raison de la suite est 1,032 5.
**4.** $u_{10} = 50\ 000 \times 1{,}0325^{10.}$
$u_{10} \approx 68\ 844{,}72$.
La valeur acquise, au bout de 10 ans, en plaçant le capital sur ce compte, est 68 844,72 euros.

**Problème 3**

**1. a)** La raison de la suite est $r = 30\ 000$.
**b)** $C_n = 300\ 000 + n \times 30\ 000$.
**2.** Fin 2020, le chiffre d'affaires sera 600 000 € car
$C_{10} = 300\ 000 + 10 \times 30\ 000 = 600\ 000$.
**3.** Au bout de la 24$^{e}$ année, le capital dépassera 1 000 000 d'euros.
Remarque : pour trouver ce résultat, on peut utiliser un tableur, une calculatrice graphique ou résoudre, par le calcul, l'inéquation $Cn > 1\ 000\ 000$.

**Problème 4**

**1.** =B2+$B$2*0,04.
**2.** =$C$2*1,035^A3.
**3.**

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| 1 | Rang *n* de l'année | Capital acquis par Miguel | Capital acquis par Julien |
| 2 | 0 | 1 500,00 € | 1 500,00 € |
| 3 | 1 | 1 560,00 € | 1 552,50 € |
| 4 | 2 | 1 620,00 € | 1 606,84 € |
| 5 | 3 | 1 680,00 € | 1 663,08 € |
| 6 | 4 | 1 740,00 € | 1 721,28 € |
| 7 | 5 | 1 800,00 € | 1 781,53 € |
| 8 | 6 | 1 860,00 € | 1 843,88 € |
| 9 | 7 | 1 920,00 € | 1 908,42 € |
| 10 | 8 | 1 980,00 € | 1 975,21 € |
| 11 | 9 | 2 040,00 € | 2 044,35 € |
| 12 | 10 | 2 100,00 € | 2 115,90 € |
| 13 | 11 | 2 160,00 € | 2 189,95 € |
| 14 | 12 | 2 220,00 € | 2 266,60 € |
| 15 | 13 | 2 280,00 € | 2 345,93 € |
| 16 | 14 | 2 340,00 € | 2 428,04 € |
| 17 | 15 | 2 400,00 € | 2 513,02 € |

**4.** Au bout de 8 ans, Miguel a le capital acquis le plus important.
Au bout de 15 ans, Julien a acquis le plus grand capital.

**Problème 5**

**Partie I**

**1.** Les remboursements mensuels baissent de 2 % chaque mois par rapport au mois précédent donc :
$1\ 200 \times 2 \div 100 = 24$.
$1\ 200 - 24 = 1\ 176$ donc $u_2 = 1\ 176$.
De même :
$1\ 176 \times 2 \div 100 = 23{,}52$
$1\ 176 - 23{,}52 = 1\ 152{,}48$ donc $u_3 = 1\ 152{,}48$.

**2.** $\dfrac{u_2}{u_1} = \dfrac{1\ 176}{1\ 200} = 0{,}98$ et

$\dfrac{u_3}{u_2} = \dfrac{1\ 152{,}48}{1\ 176} = 0{,}98$ ; les rapports étant égaux et la diminution toujours de 2 %, la suite $(u_n)$ est une suite géométrique de raison 0,98.

**Partie II**

**1.** Dans la cellule C3, le couple peut écrire la formule =C2*0,98.
**2.** Voir le tableau page suivante.

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Année n de remboursement | Montant (en €) du remboursement mensuel lors de la n-ième année Banque AA | Montant (en €) du remboursement mensuel lors de la n-ième année Banque BB | | Montant (en €) du remboursement annuel lors de la n-ième année Banque AA | Montant (en €) du remboursement annuel lors de la n-ième année Banque BB |
| 2 | 1 | 1 047 | 1 200,00 | | 12564 | 14400 |
| 3 | 2 | 1 047 | 1 176,00 | | 12564 | 14112,00 |
| 4 | 3 | 1 047 | 1 152,48 | | 12564 | 13829,76 |
| 5 | 4 | 1 047 | 1 129,43 | | 12564 | 13553,16 |
| 6 | 5 | 1 047 | 1 106,84 | | 12564 | 13282,10 |
| 7 | 6 | 1 047 | 1 084,70 | | 12564 | 13016,46 |
| 8 | 7 | 1 047 | 1 063,01 | | 12564 | 12756,13 |
| 9 | 8 | 1 047 | 1 041,75 | | 12564 | 12501,01 |
| 10 | 9 | 1 047 | 1 020,92 | | 12564 | 12250,99 |
| 11 | 10 | 1 047 | 1 000,50 | | 12564 | 12005,97 |
| 12 | 11 | 1 047 | 980,49 | | 12564 | 11765,85 |
| 13 | 12 | 1 047 | 960,88 | | 12564 | 11530,53 |
| 14 | 13 | 1 047 | 941,66 | | 12564 | 11299,92 |
| 15 | 14 | 1 047 | 922,83 | | 12564 | 11073,92 |
| 16 | 15 | 1 047 | 904,37 | | 12564 | 10852,44 |
| 17 | 16 | 1 047 | 886,28 | | 12564 | 10635,40 |
| 18 | 17 | 1 047 | 868,56 | | 12564 | 10422,69 |
| 19 | 18 | 1 047 | 851,19 | | 12564 | 10214,23 |
| 20 | 19 | 1 047 | 834,16 | | 12564 | 10009,95 |
| 21 | 20 | 1 047 | 817,48 | | 12564 | 9809,75 |
| 22 | | | | Total des remboursements | 251280 | 239322,26 |

Le montant des mensualités la dernière année de remboursement serait de 817,48 €.

**Partie III**

**1.** Voir les colonnes E et F du tableau ci-dessus pour connaître le montant total des remboursements : 251 280 € pour la banque AA et 239 322,26 € pour la banque BB.

**2.** La banque qui propose la formule où le montant total des versements est le plus faible est la banque BB. C'est donc celle que le couple a intérêt à choisir s'il veut dépenser le moins d'argent sur 20 ans.

**Problème 6**

**1.** Si la valeur de la voiture diminue de 20 % chaque année par rapport à l'année précédente, cela revient à multiplier par 0,80 la valeur de la voiture pour connaître sa valeur de revente l'année suivante. La suite $(V_n)$ est donc une suite géométrique de raison 0,80.

**2.** $V_5 = V_0 \times q^5$
$V_5 = 14\,000 \times 0{,}80^5$
$V_5 = 4\,587{,}52$.
Au bout de 5 ans, la voiture vaudra environ 4 600 €.

**3. a)** Si le prix des voitures augmente de 2 % chaque année entre 2010 et 2015, alors une voiture valant 14 000 € en 2010 vaudra environ 15 460 € en 2015 car
$14\,000 \times 1{,}02^5 \approx 15\,457{,}13$ soit environ 15 460 €.

**b)** Romain devra donc dépenser environ 10 860 € pour remplacer sa voiture en 2015 car :
$15\,460 - 4\,600 = 10\,860$.

**Problème 7**

**1. a)** La suite de nombres formée par le nombre de logements sociaux de la ville A est une suite arithmétique car on ajoute tous les ans 160 logements supplémentaires.
$a_n = a_0 + nr$ ; d'où $a_n = 3\,460 + 160\,n$.

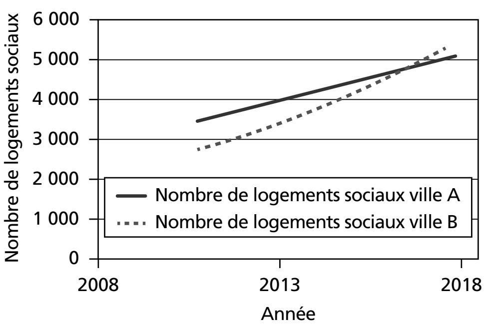
**b)** En 2019, le nombre de logements sociaux correspond à $a_{10}$.
$a_{10} = 3\,460 + 160 \times 10 = 5\,060$.
Le nombre de logements sociaux en 2019 n'aura donc pas doublé car il est inférieur à 6 920 logements.

**2.** La suite $(b_n)$ est une suite géométrique de raison 1,07.

**3. a)**

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Année | Rang de l'année | Nombre de logements sociaux ville A | Nombre de logements sociaux ville B |
| 2 | 2009 | 0 | 3 460 | 2740 |
| 3 | 2010 | 1 | 3 620 | 2931,8 |
| 4 | 2011 | 2 | 3 780 | 3137,026 |
| 5 | 2012 | 3 | 3 940 | 3356,61782 |
| 6 | 2013 | 4 | 4 100 | 3591,58107 |
| 7 | 2014 | 5 | 4 260 | 3842,99174 |
| 8 | 2015 | 6 | 4 420 | 4112,00116 |
| 9 | 2016 | 7 | 4 580 | 4399,84125 |
| 10 | 2017 | 8 | 4 740 | 4707,83013 |
| 11 | 2018 | 9 | 4 900 | 5037,37824 |
| 12 | 2019 | 10 | 5 060 | 5389,99472 |
| 13–15 | total des logements sociaux construits entre 2010 et 2019 | | 1600 | 2649,99472 |

**b)** On constate que le nombre de logements sociaux de la ville A augmente régulièrement alors que le nombre de logements sociaux de la ville B augmente de plus en plus vite au fil des années.




**c)** En utilisant le tableur, on peut calculer le nombre de logements sociaux construits pour chaque ville en dix ans : pour la ville A, il y a eu 1 600 logements sociaux supplémentaires construits ; pour la ville B, il y a eu 2 650 logements sociaux nouveaux. La ville la plus active, sur cette période, dans la construction des logements sociaux, est donc la ville B.

**Problème 8**

**1.** La production du deuxième mois va augmenter de 5 % par rapport au mois précédent donc :
$4\,000 \times 5 \div 100 = 200$, soit 200 vestes polaires supplémentaires.
Le deuxième mois, la production sera donc de 4 200 vestes polaires. En procédant de même, on trouve que la production sera de 4 410 vestes polaires le troisième mois.
On en déduit $u_2 = 4\,200$ et $u_3 = 4\,410$.

**2.** $\dfrac{u_2}{u_1} = \dfrac{4\,200}{4\,000} = 1{,}05$ ; $\dfrac{u_3}{u_2} = \dfrac{4\,410}{4\,200} = 1{,}05$.
$u_1$, $u_2$ et $u_3$ sont les trois premiers termes d'une suite géométrique de raison 1,05.

**3.**

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| 1 | Mois | $n$ | $u_n$ |
| 2 | janvier | 1 | 4000 |
| 3 | février | 2 | 4200 |
| 4 | mars | 3 | 4410 |
| 5 | avril | 4 | 4630,5 |
| 6 | mai | 5 | 4862,025 |
| 7 | juin | 6 | 5105,12625 |
| 8 | juillet | 7 | 5360,38256 |
| 9 | août | 8 | 5628,40169 |
| 10 | septembre | 9 | 5909,82178 |
| 11 | octobre | 10 | 6205,31286 |
| 12 | novembre | 11 | 6515,57851 |
| 13 | décembre | 12 | 6841,35743 |
| 14 | | TOTAL | 63668,5061 |

**4.** La production totale de vestes polaires sur l'année 2011 sera d'environ 63 669 vestes polaires.
Pour les fabriquer, il faudra recycler 1 719 063 bouteilles en plastique.
$63\,669 \times 27 = 1\,719\,063$.

**5.** $u_{36} = 4\,000 \times 1{,}05^{35} \approx 22\,064$.
L'objectif de production de 22 000 vestes polaires fabriquées mensuellement sera

donc bien atteint en moins de 3 ans puisque la production prévue le 36e mois est de 22 064 vestes polaires.

## Je teste mes connaissances

**Page 161**

1. A
2. B
3. B
4. B
5. C
6. A
7. B
8. C
9. A
10. B

## Je m'entraîne au CCF

**Page 162**

**Partie A**

**1.** $\frac{U_1}{U_0} = \frac{840}{800} = 1{,}05$ ; $\frac{U_2}{U_1} = \frac{882}{840} = 1{,}05$ ; $\frac{U_3}{U_2} = \frac{926{,}1}{882} = 1{,}05$.

Les rapports $\frac{U_n}{U_{n-1}}$ étant égaux, la suite $(U_n)$ est une suite géométrique de raison 1,05.

**2.** $U_n = U_0 \times q^n$, soit $U_n = 800 \times 1{,}05^n$.

**3.** Le montant du loyer au premier janvier 2015 correspond à $U_8$.
$U_8 = 800 \times 1{,}05^8 \approx 1\,181{,}96$.
Le montant du loyer au premier janvier 2015 sera donc d'environ 1 182 €.

**4.** Lorsque le loyer dépassera 40 % de sa valeur initiale, soit 1 120 €, le couple décidera d'acheter une maison.

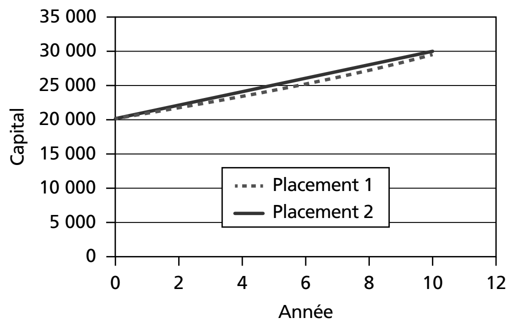
Par calcul, on trouve : $U_6 \approx 1\,072{,}08$ ; $U_7 \approx 1\,125{,}68$.
C'est donc au cours de la septième année que le couple devra se mettre à la recherche d'une maison.

**Remarque :** on peut également utiliser un tableur ou une calculatrice graphique pour répondre à cette question.

**Partie B**

**1.** Le placement 1 étant à intérêt composé à 4 %, les capitaux acquis chaque année forment une suite géométrique de raison 1,04.
$C_n = C_0 \times 1{,}04^n$ soit $C_n = 20\,000 \times 1{,}04^n$.
Le placement 2 étant à intérêt simple à 5 %, les capitaux acquis chaque année augmentent de 1 000 € ; ils forment une suite arithmétique de raison 1 000.
$20\,000 \times 5 \div 100 = 1\,000$ soit 1 000 euros d'augmentation.
$C'_n = C'_0 + 1\,000\,n$ soit
$C'_n = 20\,000 + 1\,000\,n$.

**2.**




**3.** Graphiquement, on trouve que pour obtenir le plus rapidement possible un capital de 30 000 euros, le couple a intérêt à choisir le placement 2.

# Probabilités

# 12

## Activités

**Page 163**
La probabilité de rencontrer Odin et de l'emporter est $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$.

**Pages 164 et 165**

### Est-ce que je sais ?

**a)** La probabilité que la bille tirée soit verte est $\frac{2}{5}$.
**b)** La probabilité que la bille tirée ne soit pas verte est $\frac{3}{5}$.

## Activité 1

**1. a)** La probabilité de chaque issue est $\frac{1}{6}$.
**b)** Erratum : ceci n'est pas une question.
**c)** $A = \{4, 5, 6\}$.
**d)** Il y a 3 cas favorables à $A$.
**e)** $P(A) = \frac{3}{6} = 0{,}5$.
**2. a)**

| Issue | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Probabilité | 0,25 | 0,25 | 0,2 | 0,15 | 0,1 | 0,05 |

Il n'y a pas équiprobabilité des six cas possibles.
**b)** $B = \{2, 4, 6\}$.
**c)** $P(B) = 0{,}25 + 0{,}15 + 0{,}05 = 0{,}45$.

## Activité 2

**1. a)** $A = \{2, 4, 6\}$ et
$P(A) = 0{,}25 + 0{,}15 + 0{,}05 = 0{,}45$.
**b)** $\bar{A}$ : « le numéro sorti est impair ».
**c)** $\bar{A} = \{1, 3, 5\}$ et
$P(\bar{A}) = 0{,}25 + 0{,}2 + 0{,}1 = 0{,}55$.
**d)** On a $P(A) + P(\bar{A}) = 1$ ou encore
$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.
**2. a)** Les fréquences se stabilisent.
**b)** On peut estimer que $P(A \cap B) \approx 0{,}20$ et $P(A \cup B) \approx 0{,}55$.
**c)** $A \cap B = \{4, 6\}$.
**d)** $P(A \cap B) = 0{,}15 + 0{,}05 = 0{,}20$. Cela confirme l'estimation précédente.
**e)** $A \cup B = \{2, 4, 5, 6\}$.
**f)** $P(A \cup B) = 0{,}25 + 0{,}15 + 0{,}10 + 0{,}05 = 0{,}55$.
Cela confirme l'estimation précédente.
**g)** $P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$= 0{,}45 + 0{,}30 - 0{,}20 = 0{,}55 = P(A \cup B)$.

## J'utilise un logiciel

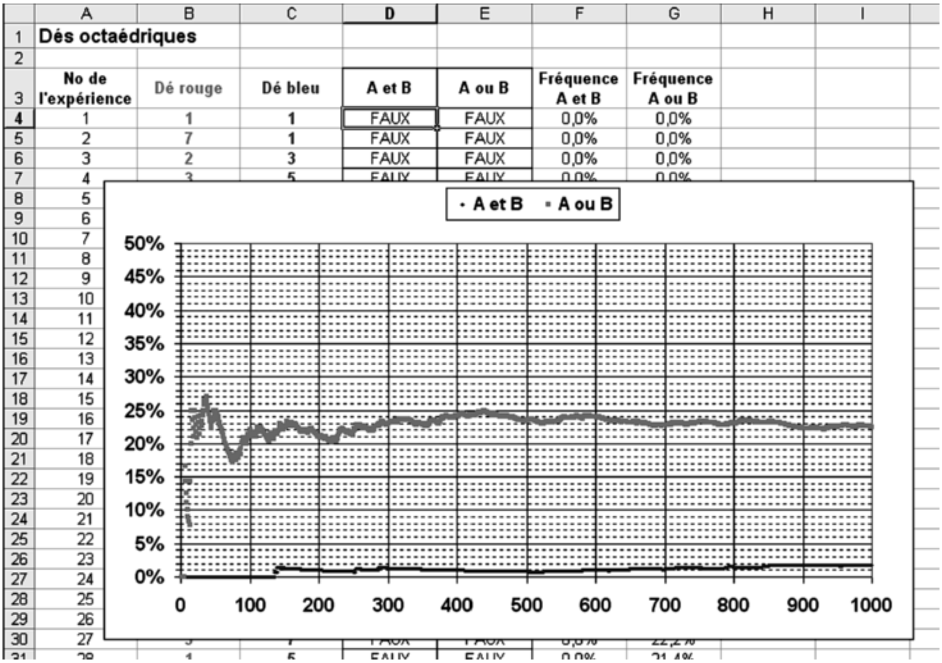
**Pages 169 et 170**

### Expérimenter intersection et réunion

**1. a)** « Faire un double 8 » correspond à l'événement $A$ et $B$, c'est-à-dire $A \cap B$.
**b)** L'événement $A \cup B$ correspond à « l'un au moins des deux dés tombe sur la face 8 ».

**c)** L'événement dont la probabilité semble la plus faible est $A \cap B$.

**d)**




L'instruction en B4 simule le lancer du dé rouge.

**e)** La cellule E4 affiche « VRAI » quand B4 vaut 8 ou quand C4 vaut 8. Elle affiche « FAUX » dans tous les autres cas.

**f)** On peut faire les estimations suivantes : $P(A \cap B) \approx 0{,}24$ ; $P(A \cup B) \approx 0{,}02$.

**2. a)** Il y a $8 \times 8 = 64$ chemins possibles.

La probabilité d'une issue est $\frac{1}{64}$.

**b)** $P(A) = \frac{1}{8}$ ; $P(B) = \frac{1}{8}$ ;

$P(A \cap B) = \frac{1}{64} \approx 0{,}016$.

**c)** On en déduit que $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{64} = \frac{15}{64} \approx 0{,}234$.

**3.** La probabilité de panne, durant la période de garantie, du réseau 1 est $\frac{1}{64} \approx 0{,}016$.

La probabilité de panne, durant la période de garantie, du réseau 2 est $\frac{15}{64} \approx 0{,}234$.

**Estimer puis calculer une probabilité**

**1. a)** La formule entrée en B3 simule un lancer de pile ou face sous la forme 1 ou 0.

**b)** La cellule J3 affiche « VRAI » lorsqu'il y a sept « 0 » ou sept « 1 ». Elle affiche « FAUX » dans tous les autres cas.

**c)** On observe assez rarement l'affichage « VRAI ».

**d)** On peut estimer la probabilité d'avoir sept « pile » ou sept « face » après sept lancers d'une pièce supposée équilibrée à environ 0,016.

M2 = =NB.SI(J:J;"VRAI")/10000

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | **Alarme des sept points** | | | | | | | | | | | | |
| 2 | Numéro de l'expérience | | | | | | | | | Réalisation de l'événement | | Fréquence de réalisation | **0,0157** |
| 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | | FAUX | | | |
| 4 | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | | FAUX | | | |
| 5 | 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | | FAUX | | | |
| 6 | 4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | | FAUX | | | |
| 7 | 5 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | | FAUX | | | |
| 8 | 6 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | | FAUX | | | |
| 9 | 7 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | | FAUX | | | |
| 10 | 8 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | | FAUX | | | |
| 11 | 9 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | | FAUX | | | |
| 12 | 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | | FAUX | | | |
| 13 | 11 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | | FAUX | | | |
| 14 | 12 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | | FAUX | | | |
| 15 | 13 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | | FAUX | | | |
| 16 | 14 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | | FAUX | | | |
| 17 | 15 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | | FAUX | | | |
| 18 | 16 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | | FAUX | | | |
| 19 | 17 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | VRAI | | | |
| 20 | 18 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | | FAUX | | | |
| 21 | 19 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | | FAUX | | | |
| 22 | 20 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | | FAUX | | | |
| 23 | 21 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | | FAUX | | | |
| 24 | 22 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | | FAUX | | | |
| 25 | 23 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | | FAUX | | | |
| 26 | 24 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | | FAUX | | | |
| 27 | 25 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | | FAUX | | | |
| 28 | 26 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | | FAUX | | | |
| 29 | 27 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | VRAI | | | |
| 30 | 28 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | | FAUX | | | |
| 31 | 29 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | | FAUX | | | |

**2. a)** Il y a $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^7 = 128$ chemins possibles.

**b)** Il y a 2 issues favorables sur 128 issues possibles équiprobables. La probabilité recherchée est $\frac{2}{128} = \frac{2}{2^7} = \frac{1}{2^6} \approx 0{,}0156$.

**c)** Lorsqu'une alerte est donnée, la probabilité que ce soit une fausse alerte est faible.

# Exercices et problèmes

**Pages 171 à 174**

## Exercices

### Déterminer un modèle de probabilité

**1. a)** Méthode 2.

**b)** Méthode 1.

**c)** Méthode 2.

**d)** Méthode 1.

**2.** • Roulette A : la probabilité d'obtenir le rouge est 0,25 ; celle d'obtenir le bleu est 0,5 ; et celle d'obtenir le vert est 0,25.

• Roulette B : la probabilité d'obtenir le rouge est $\frac{1}{3}$ ; celle d'obtenir le bleu est $\frac{1}{3}$ ; et celle d'obtenir le vert est $\frac{1}{3}$.

• Roulette C : la probabilité d'obtenir le rouge est 0,3 ; celle d'obtenir le bleu est 0,2 ; et celle d'obtenir le vert est 0,5.

### Calculer une probabilité par addition de probabilités d'issues

**3. a)** On a $5 \times p_1 + p_6 = 1$ ; d'où $5 \times p_1 = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$ donc $p_1 = 0{,}04 = p_2 = p_3 = p_4 = p_5$.

**b)** On a $A = \{2, 4, 6\}$ ; d'où $P(A) = p_2 + p_4 + p_6 = 0{,}04 + 0{,}04 + 0{,}8 = 0{,}88$.

### Calculer une probabilité en situation d'équiprobabilité

**4. a)** La probabilité que la fiche tirée soit celle d'un homme est : $\frac{517}{1\,000} = 0{,}517$.

**b)** La probabilité que la fiche tirée soit celle d'une femme est : $\frac{483}{1\,000} = 0{,}483$.

**c)** La probabilité que la fiche tirée soit celle d'une personne de moins de 65 ans est : $\frac{800}{1\,000} = 0{,}8$.

**5.** On peut dresser le tableau suivant :

| | Hypothèse 1 | Hypothèse 2 | total |
|---|---|---|---|
| Aubois | 45 | 92 | 137 |
| Bellevie | 156 | 85 | 241 |
| Total | 201 | 177 | 378 |

**a)** Il y a 137 bulletins provenant d'Aubois. La probabilité que le bulletin tiré provienne d'Aubois est $\frac{137}{378} \approx 0{,}36$ (car on est dans une situation d'équiprobabilité).

**b)** Il y a 201 bulletins en faveur de l'hypothèse 1.
La probabilité que le bulletin tiré soit en faveur de l'hypothèse 1 est $\frac{201}{378} \approx 0{,}53$.

**c)** Il y a 45 bulletins provenant d'Aubois et en faveur de l'hypothèse 1.
La probabilité que le bulletin tiré provienne d'Aubois et soit en faveur de l'hypothèse 1 est $\frac{45}{378} \approx 0{,}12$.

**6. a)**

| Salaires mensuels | Effectifs |
|---|---|
| [1 000 ; 1 400[ | 80 |
| [1 400 ; 1 800[ | 40 |
| [1 800 ; 2 200[ | 40 |
| [2 200 ; 2 600[ | 30 |
| [2 600 ; 3 000] | 10 |
| Total | 200 |

**b)** $P(A) = \frac{80}{200} = 0{,}4$.

$P(B) = \frac{40}{200} = 0{,}2$.

**c)** $A \cup B$ : « Le salarié a un salaire compris entre 1 000 et 1 800 euros (1 800 exclus) ».
$\bar{A}$ : « Le salarié a un salaire supérieur ou égal à 1 400 euros ».

**d)** Erratum : l'élève doit calculer $P(A \cup B)$.
$P(A \cup B) = \frac{100}{200} = 0{,}5$ et $P(\bar{A}) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$.

### Passer du langage des probabilités au langage courant et réciproquement

**7. a)** $\bar{A}$ : « La carte tirée n'est pas un cœur ».
**b)** $A \cap B$ : « La carte tirée est une figure de cœur ».
**c)** Il y a 3 figures de cœur donc
$P(A \cap B) = \frac{3}{32} = 0{,}9375$.

**d)** $A \cup B$ : « La carte tirée est un cœur ou une figure ».

**e)** Il y a 8 cartes de cœur et 9 figures qui ne sont pas de cœur, donc 17 cartes pouvant conduire à $A \cup B$.

Donc $P(A \cup B) = \frac{17}{32} = 0{,}53125$.

Remarque : on constate que $P(A \cup B)$
$= P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{8}{32} + \frac{12}{32} - \frac{3}{32}$.

**8.** Figure 1 : jaune $A$ ; bleu $\bar{A}$.
Figure 2 : jaune $A \cup B$ ; bleu $\bar{A} \cap \bar{B}$.
Figure 3 : jaune $A \cup \bar{B}$ ; bleu $\bar{A} \cap B$.

### Utiliser un tableau ou un arbre

**9. a)**

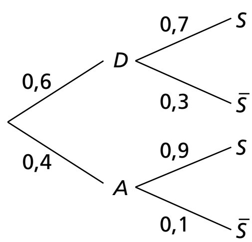
| | Coupures de 10 € | Coupures de 20 € | Coupures de 50 € | Total |
|---|---|---|---|---|
| Billets falsifiés | 0 | 3 | 2 | 5 |
| Billets non falsifiés | 600 | 797 | 598 | 1 995 |
| Total | 600 | 800 | 600 | 2 000 |

**b)**

| | D | V | C | Total |
|---|---|---|---|---|
| F | 0 | 0,0015 | 0,001 | 0,0025 |
| $\overline{F}$ | 0,3 | 0,3985 | 0,299 | 0,9975 |
| Total | 0,3 | 0,4 | 0,3 | 1 |

**c)** $\overline{F}$ : « Le billet choisi n'est pas falsifié ». $P(\overline{F}) = 0{,}9975$.
$V \cap F$ : « Le billet choisi est un billet de 20 euros falsifié ». $P(V \cap F) = 0{,}0015$.
$V \cup C$ : « Le billet choisi est un billet de 20 euros ou un billet de 50 euros ».
$P(V \cup C) = 0{,}4 + 0{,}3 = 0{,}7$.

**10. a)**




**b)** $A \cap \overline{S}$ correspond à l'événement : « Le tirage au sort a désigné un client de la formule aventure non satisfait ».
$P(A \cap \overline{S}) = 0{,}4 \times 0{,}1 = 0{,}04$.

**c)** $P(\overline{S}) = 0{,}6 \times 0{,}3 + 0{,}4 \times 0{,}1 = 0{,}22$.

**Calculer la probabilité de la réunion ou de l'intersection d'événements**

**11.** $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$.
$P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0{,}5 = 0{,}5$.
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$= 0{,}3 + 0{,}5 - 0{,}2 = 0{,}6$.

**12.** $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$= 0{,}6 + 0{,}2 - P(A \cap B)$.

**a)** Si $P(A \cap B) = 0{,}1$, alors $P(A \cup B)$
$= 0{,}6 + 0{,}2 - 0{,}1 = 0{,}7$.

**b)** Si $A$ et $B$ sont deux événements disjoints, $P(A \cap B) = 0$,
alors $P(A \cup B) = 0{,}6 + 0{,}2 - 0 = 0{,}8$.

**13. a)** $\overline{A}$ : « Alex donne un avis défavorable ».
$\overline{B}$ : « Ben donne un avis défavorable ».
$A \cap B$ : « Alex et Ben donnent un avis favorable ».
$A \cup B$ : « Alex ou Ben, au moins, donne un avis favorable ».

**b)** $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$.
$P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0{,}7 = 0{,}3$.
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$= 0{,}8 + 0{,}7 - 0{,}6 = 0{,}9$.

## Problèmes

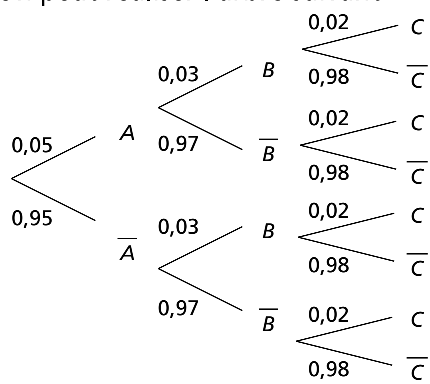
**Problème 1**

**1.** D'après les instructions du tableur, $P(A) = 0{,}05$ ; $P(B) = 0{,}03$ ; et $P(C) = 0{,}02$.

**2.** La cellule D2 affiche $1 \times 1 \times 1 = 1$ (sinon elle affiche 0).

**3.** L'événement $A \cap B \cap C$ s'est réalisé 4 fois.

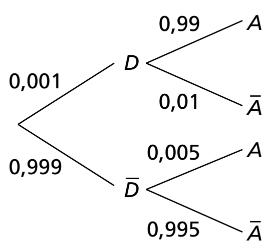
**4.** On peut réaliser l'arbre suivant.




La probabilité de toucher le jackpot est $0{,}05 \times 0{,}03 \times 0{,}02 = 0{,}00003$.

**Problème 2**

**1.**




**2.** La probabilité qu'un jour donné le système de contrôle déclenche une fausse alerte est :

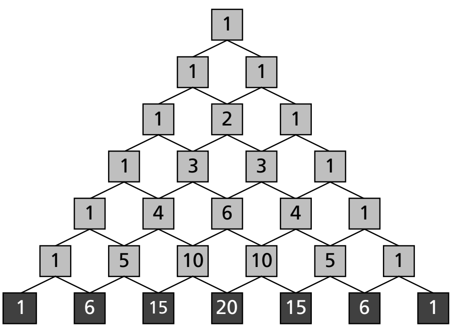
$P(\bar{D} \cap A) = 0{,}999 \times 0{,}005 = 0{,}004995$ soit environ 0,5 % des jours où se déclenche une fausse alerte.

**3.** $P(A) = 0{,}001 \times 0{,}99 + 0{,}999 \times 0{,}005$
$= 0{,}005985$.
La probabilité qu'un jour donné se déclenche une alerte est 0,005985 (environ 0,6 % des jours).
Remarque : on constate que le rapport entre les fausses alertes et les alertes est $\dfrac{0{,}004995}{0{,}005985}$, c'est-à-dire qu'environ 83 % des alertes sont de fausses alertes.

**Problème 3**

**1.** On peut estimer $p_3$ à environ 0,32 et $p_6$ à environ 0,02.

**2. a)**




**b)** Au total, il y a
$1 + 6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1 = 64$ chemins.
**c)** En supposant que les 64 chemins sont équiprobables, on en déduit que :

$p_0 = \dfrac{1}{64} \approx 0{,}016$ ;

$p_1 = \dfrac{6}{64} \approx 0{,}094$ ;

$p_2 = \dfrac{15}{64} \approx 0{,}234$ ;

$p_3 = \dfrac{20}{64} = 0{,}3125$ ;

$p_4 = \dfrac{15}{64} \approx 0{,}234$ ;

$p_5 = \dfrac{6}{64} \approx 0{,}094$ ;

$p_6 = \dfrac{1}{64} \approx 0{,}016$.

# Je teste mes connaissances

**Page 175**

1. B
2. C
3. B
4. C
5. A
6. C
7. B
8. A
9. A
10. A

# Je m'entraîne au CCF

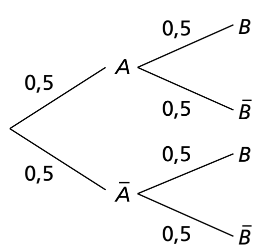
**Page 176**

**Partie A**

**1.** L'affichage « 0 » correspond à « garçon » et l'affichage « 1 » correspond à « fille ».
**2.** L'affichage VRAI correspond à « au moins une fille parmi les deux enfants ». L'affichage FAUX correspond à « deux garçons ».
**3.** Il y a eu 7 495 cas sur 10 000 avec « au moins une fille » sur les deux enfants.
**4.** La probabilité d'avoir au moins une fille lorsque l'on a deux enfants est d'environ 0,75.

**Partie B**

**1.** C'est l'événement $A \cup B$.
**2.**




**3.** $P(A \cap B) = 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}25$.

**4.** $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$= 0{,}5 + 0{,}5 - 0{,}25 = 0{,}75$.

Ce résultat confirme les observations effectuées par simulation.

# Exponentielles et logarithme décimal

# 13

## Activités

**Page 177**
Nombre d'habitants prévus à Saint-Désert au 1er janvier 2012 : 52 500.
Nombre d'habitants prévus à Saint-Désert au 1er janvier 2013 : 55 135.
Nombre d'habitants prévus à Saint-Désert au 1er juillet 2012 : les élèves peuvent proposer de calculer la moyenne des deux résultats précédents :
$(52\,500 + 55\,135) \div 2 = 53\,812$.
Le calcul exact est :
$50\,000 \times 1{,}05^{1,5} \approx 53\,796$.

**Pages 178 et 179**

### Est-ce que je sais ?

**1.** $u_3 = 12{,}5$ ; 6e terme $= u_5 = 1{,}5625$.

**2.** Les suites géométriques correspondent aux propositions a. c. et d.

### Activité 1

**1. a)** $u_0 = 1$ ; $u_1 = 10$ ; $u_2 = 100$ ; $u_3 = 1\,000$ ; $u_4 = 10\,000$.

**b)** La suite $(u_n)$ est une suite géométrique de raison 10.

**c)** $u_n = 1 \times 10^n$.

**2. a)** $t = 1{,}5$.
$h(1{,}5) = 10^{1,5} \approx 32$. La hauteur de la plante au bout d'une semaine et demie est 32 mm.

**b)** $t = \dfrac{6}{7}$.
$h\left(\dfrac{6}{7}\right) = 10^{6/7} \approx 7$. La hauteur de la plante au bout de 6 jours est 7 mm.

### Activité 2

**1. a)** La fonction $f$ est croissante.

**c)** Le point $N$ décrit une courbe symétrique de $C_f$ par rapport à la première bissectrice.

**d)** $10^{0,2} \approx 1{,}58$ ; alors $\log 1{,}58 \approx 0{,}2$.
$10^{-0,3} \approx 0{,}5$ ; alors $\log 0{,}5 \approx -0{,}3$.

**2. a)** $\log 18 \approx 1{,}26$ ; $\log 2\,570 \approx 3{,}41$.

**c)** La fonction log est croissante.

**e)** $\log(10^x) = x$.

### Activité 3

**a)** $\log(4 \times 9) \approx 1{,}556$ ; $\log 4 \approx 0{,}602$ ; $\log 9 \approx 0{,}954$.

**b)** Les valeurs approchées de $\log(4 \times 9)$ et de $\log 4 + \log 9$ sont égales.

## J'utilise un logiciel

**Pages 183 et 184**
Voir fichiers « **13_interpolation_corrige.xls** » et « **13_interpolation_corrige.ods** ».

**1. a)** $u_0 = 1$ ; la raison de la suite est 0,5.

**b)** $u_2 = 0{,}25$ ; $u_5 = 0{,}03125$.

**3. a)** La suite $u_0$, $y$, $u_1$ est une suite géométrique. Donc $\dfrac{y}{u_0} = \dfrac{u_1}{y}$.

L'égalité des produits en croix permet d'écrire : $y^2 = u_0 \times u_1$.
$y = \sqrt{1 \times 0{,}5} \approx 0{,}70$.

**c)** La quantité de médicament dans le sang au bout d'une heure et demie est 0,35 centilitre.

**4. b)** Pour $t = 3{,}25$, on a $y \approx 0{,}074$.
La quantité de médicament dans le sang au bout de trois heures et quart est 0,074 centilitre.

# Exercices et problèmes

**Pages 185 à 188**

## Exercices

### Calculer un logarithme décimal

**1.** $\log 1\,000 = 3$ ; $\log 0{,}01 = -2$ ; $\log(10^{-5}) = -5$ ; $\log(10^6) = 6$ ; $\log 17{,}2 \approx 1{,}24$ ; $\log 0{,}99 \approx -0{,}004$, soit 0 en arrondissant au centième.

**2.** $\log 3{,}2 \approx 0{,}51$ ; $\log\left(\frac{1}{5}\right) \approx -0{,}70$ ; $\log\left(6 \times 10^3\right) \approx 3{,}78$.

**3.** Un seul calcul est impossible : $\log(-5^2)$.

**4.** Nombres positifs : $\log(10^3)$ ; $\log 8{,}2$ ; $\log(-5)^2$ ; $\log 1{,}05$.

Nombres négatifs : $\log\left(\frac{2}{3}\right)$ ; $\log(10^{-2})$ ; $\log 0{,}9$.

### Appliquer les propriétés opératoires du logarithme décimal

**5.** $\log(10^8) = 8$ ; $\log(10^{-1}) = -1$ ;
$\log(10^{3,7}) = 3{,}7$ ; $\log(10^{-0,8}) = -8$.

**6.** $\log 16 = 4 \log 2$ ; $\log 20 = 1 + \log 2$ ;
$\log(2 \times 10^{-5}) = \log 2 - 5$ ;
$3 \log 8 - 7 \log 4 = -5 \log 2$ ;
$\log\left(\frac{1}{2}\right) = -\log 2$ ;
$\log(2 \times 10^7) + \log 2 = 2 \log 2 + 7$.

**7.** $\log 6 = \log 2 + \log 3 = 0{,}778$ ;
$\log 15 = \log 3 + \log 5 = 1{,}176$ ;
$\log 50 = \log 2 + 2\log 5 = 1{,}699$ ;
$\log 1{,}5 = \log 3 - \log 2 = 0{,}176$ ;
$\log 2{,}5 = \log 5 - \log 2 = 0{,}398$ ;
$\log 300 = 2\log 2 + \log 3 + 2\log 5 = 2{,}477$.

**8.** $\log(1{,}5x^4) = \log 1{,}5 + 4 \log x$ ;
$\log\left(\frac{x}{4}\right) = \log x - \log 4$ ;
$\log(10x) - 5 \log x = \log x + 1 - 5 \log x$
$= 1 - 4 \log x$.

### Calculer une exponentielle

**9.** $10^5 = 100\,000$ ; $10^{-4} = 0{,}0001$ ;
$10^{2,1} \approx 125{,}89$ ; $10^{-1,8} \approx 0{,}02$ ;
$0{,}5^3 = 0{,}125$ ; $0{,}5^{-2} = 4$ ;
$0{,}5^{1,6} \approx 0{,}33$ ; $0{,}5^{-0,7} \approx 1{,}62$.

**10.** $3^{2,5} \approx 15{,}59$ ; $2^{-4} = 0{,}0625$ ;
$0{,}6^{3,5} \approx 0{,}17$ ; $7^{-0,8} \approx 0{,}21$ ; $1{,}5^{4,3} = 5{,}72$.

### Appliquer les propriétés opératoires d'une exponentielle

**11.** $10^{-3} \times 10^{5,1} = 10^{2,1}$ ; $\frac{10^4}{10^{3,1}} = 10^{0,9}$ ;
$10^{-9} \times 10 = 10^{-8}$ ; $(10^{-1,4})^2 = 10^{-2,8}$.

**12.** $10^{x+1} = 10 \times 10^x$ ; $10^{2-x} = \frac{100}{10^x}$ ;
$10^{2+0,5} = 10^{0,5} \times (10^x)^2$.

### Résoudre une équation ou une inéquation du type $q^x = a$ ou $q^x \leqslant a$

**13.** $10^n = 100\,000$ ; $n = 5$.
$10^n = 0{,}000001$ ; $n = -6$.
$0{,}5^n = 0{,}03125$ ; $n = 5$.

**14.** $3^x = 147$ ; $x = \frac{\log 147}{\log 3}$.

$5 \times 1{,}2^x = 15$ ; $1{,}2^x = 3$ ; $x = \frac{\log 3}{\log 1{,}2}$.

$10^x + 28 = 157$ ; $10^x = 129$ ; $x = \log 129$.

$0{,}5^x = 0{,}1$ ; $x = \frac{\log 0{,}1}{\log 0{,}5}$.

$10^{x+1} = 23$ ; $x + 1 = \log 13$ ; $x = \log 23 - 1$.

**15.** $10^x < 50$ équivaut à $x < \log 50$.

$6{,}1^x \geqslant 472{,}3$ équivaut à $x \geqslant \frac{\log 472{,}3}{\log 6{,}1}$.

$0{,}5^x \leqslant 0{,}48$ équivaut à $x \geqslant \dfrac{\log 0{,}48}{\log 0{,}5}$.

$10^{-6x} > 10^{-3}$ équivaut à $-6x > -3$, soit $x < 0{,}5$.

**16. a)** $C_5 = 20\,000 \times 1{,}035^5 \approx 23\,753{,}73$ €.
La valeur acquise au bout de 5 ans est 23 753,73 €.

**b)** $20\,000 \times 1{,}035^n = 29\,200$ ;
$1{,}035^n = 1{,}46$ ; $n = \dfrac{\ln 1{,}46}{\ln 1{,}035} \approx 11$.

La valeur acquise est égale à 29 200 € au bout de 11 ans.

**c)** $1{,}035^n = 2$ ; $n = \dfrac{\ln 2}{\ln 1{,}035} \approx 20{,}16$.

Le capital a doublé à la fin de la 21e année.

**17. a)** $V_2 = 65\,049{,}60$ €.
La valeur de la machine au bout de 2 ans est 65 049,60 €.

**b)** $n > 2{,}63$. La valeur de la machine est inférieure à 60 000 € au bout de la troisième année.

**c)** $n \approx 5{,}4$. La machine a perdu la moitié de sa valeur au bout de la sixième année.

### Résoudre une équation ou une inéquation du type log *x* = *a* ou log *x* ⩾ *a*

**18.** $\log x = 2{,}5$ ; $x = 10^{2{,}5}$.
$\log x = -4$ ; $x = 10^{-4} = 0{,}0001$.
$2 \log x = 10$ ; $\log x = 5$ ; $x = 10^5 = 100\,000$.
$4 \log x - 1 = -11$ ; $\log x = -2{,}5$ ; $x = 10^{-2{,}5}$.

**19.** $\log x > 2$ ; $x > 100$.
$\log x \leqslant 8$ ; $0 < x \leqslant 10^8$.
$2 \log x + 3 < 13$ ; $\log x < 5$ ; $0 < x < 10^5$.
$4 - \log x \geqslant 12$ ; $\log x \leqslant -8$ ; $0 < x \leqslant 10^{-8}$.

### Étudier une fonction logarithme décimal

**20. a)** La fonction logarithme décimal est croissante sur $]0\,;+\infty[$.

**b)** $f_1(x) = \log(4x) = \log 4 + \log x$. La fonction $f_1$ est croissante car on ajoute une constante à la fonction log.

$f_2(x) = -2 \log x$. La fonction $f_2$ est décroissante car on multiplie la fonction log par une constante négative.
$f_3(x) = 5 \log(x^3) = 15 \log x$. La fonction $f_3$ est croissante car on multiplie la fonction log par une constante positive.
$f_4(x) = -\log(x^2) + 5 = -2 \log x + 5$. La fonction $f_4$ est décroissante car on multiplie la fonction log par une constante négative. L'addition d'une constante ne change pas le sens de variation.

### Étudier une fonction comportant une exponentielle de base 10

**21. a)** La fonction exponentielle de base 10 est croissante.

**b)** $f_1(x) = 0{,}6 \times 10^x$. La fonction $f_1$ est croissante car on multiplie la fonction exponentielle de base 10 par une constante positive.
$f_2(x) = -10^x$. La fonction $f_2$ est décroissante car on multiplie la fonction exponentielle de base 10 par une constante négative, $-1$.
$f_3(x) = 10^x - 5$. La fonction $f_3$ est croissante car on ajoute une constante à la fonction exponentielle de base 10.
$f_4(x) = -4 \times 10^x + 2{,}7$. La fonction $f_4$ est décroissante car on multiplie la fonction exponentielle de base 10 par une constante négative. L'addition d'une constante ne change pas le sens de variation.

## Problèmes

### Problème 1

**1. a)** $V(45) = 110\,545 \times 0{,}995^{45} \approx 88\,222$ €.

**b)** $V(63) = 110\,545 \times 0{,}995^{63} \approx 80\,610$ €.

**2.** Nombre de décès entre 45 et 63 ans : 7 612.

Taux de mortalité : $\dfrac{7\,612}{88\,222} \approx 0{,}086$, soit 9 %.

**3.** L'assureur va accepter le dossier de madame Prévo car ce taux est inférieur à 20 %.

**Problème 2**

**1. a)** Montant des charges en 2012 :
$200\,000 \times 0{,}95 = 190\,000$ €.
Montant des charges en 2013 :
$190\,000 \times 0{,}95 = 180\,500$ €.
Montant des charges en 2014 :
$180\,500 \times 0{,}95 = 171\,475$ €.

**b)** La suite est géométrique car le quotient de deux termes consécutifs est constant. Le premier terme est égal à 200 000 et la raison à 0,95.

**2. a)** et **b)**


On lit graphiquement $x \approx 6$. Le montant des charges sera de 147 000 € en 2017.

**c)** $200\,000 \times 0{,}95^x = 147\,000$ ;
$0{,}95^x = 0{,}735$ ; $x = \dfrac{\log 0{,}735}{\log 0{,}95} \approx 6$.

**Problème 3**

**1. a)** et **b)** Voir fichier « **13_probleme3_corrige.xls** » ou « **13_probleme3_corrige.ods** ».

**c)** Les charges en personnel semblent augmenter le plus rapidement.

**d)** $\dfrac{15\,400 - 7\,800}{7\,800} \approx 0{,}97$. L'augmentation des charges de personnel entre l'année 1 et l'année 5 est de 97 %.

**e)** $\dfrac{5\,500 - 1\,400}{1\,400} \approx 2{,}93$. L'augmentation des charges de sous-traitance entre l'année 1 et l'année 5 est de 293 %.

**f)** L'impression laissée par le graphique est donc fausse.

**2. a)** et **b)** Voir à nouveau fichier « **13_probleme3_corrige.xls** » ou « **13_probleme3_corrige.ods** ».

**c)** Le rapport des charges en personnel d'une année sur l'autre est à peu près constant. Le pourcentage d'augmentation, c'est-à-dire la vitesse d'évolution, est presque le même.

**d)** Les points ne sont pas alignés. Le pourcentage d'augmentation augmente d'une année sur l'autre. La vitesse d'évolution augmente.

**e)** Le premier graphique est trompeur. En pourcentage, ce sont les charges de maintenance qui augmentent le plus.

**Problème 4**

**1. a)** $\dfrac{I}{I_0} = \dfrac{2 \times 10^{-4}}{10^{-12}} = 2 \times 10^8$.

$L = 10 \times \log\,(2 \times 10^8) = 10(\log 2 + 8)$
$= 10 \log 2 + 80$.

**b)** $L \approx 83$ dB.

**2.** $L' = 10 \times \log\,(6 \times 10^8) \approx 87{,}8$ dB.
L'augmentation du niveau sonore est de 4,8 dB, c'est-à-dire 10 log 3.

**Problème 5**

**1.** $x = 3{,}5 \times 10^{-4}$.
$-\log x \approx 3{,}5$. Le pH de la solution est 3,5.
La solution est acide.
**2.** pH = 9.
$-\log x = 9$ ; $\log x = -9$ ; $x = 10^{-9}$.
La concentration en ions $H_3O^+$ est
$10^{-9}$ mole par litre.
La solution est basique.

**Problème 6**

Voir fichiers « **13_probleme6_corrige.xls** » ou « **13_probleme6_corrige.ods** ».

**1. b)** La forme du nuage de points ne justifie pas un ajustement par une droite.

**c)** La forme du nuage de points s'allonge.

**2. c)** On obtient $y = 0{,}14x + 2{,}39$.

**d)** $\log C_7 = 0{,}14 \times 7 + 2{,}39 = 3{,}37$.

**e)** $C_7 \approx 29$ (en centaines d'euros). L'estimation demandée est 2 900 €.

**Problème 7**

**Partie A**

**1.** Valeur résiduelle du fourgon en 2012 : 40 160 €.
Valeur résiduelle du fourgon en 2013 : 32 128 €.
Valeur résiduelle du fourgon en 2014 : 25 702,40 €.

**2.** La suite est géométrique de raison 0,8.

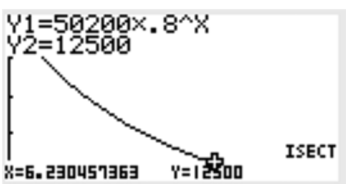
**3.** $V_n = 50\,200 \times 0{,}8^n$.

**Partie B**

**1.** La fonction $x \mapsto 0{,}8^x$ est décroissante sur l'intervalle [0 ; 10] car 0,8 est compris entre 0 et 1. Donc la fonction $f$ est décroissante sur l'intervalle [0 ; 10] car la multiplication par un nombre positif ne change pas le sens de variation.

**2. b)** $f(0) = 50\,200$ ; $f(5) \approx 16\,449{,}53$ ; $f(10) \approx 5\,390{,}18$.

**3. a)** et **b)**




**c)** La solution graphique de l'équation $f(x) = 12\,500$ est 6,23.

**Partie C**

Le fourgon sera remplacé au cours de la septième année.

# Je teste mes connaissances

**Page 189**

1. B
2. C
3. A
4. C
5. A
6. A
7. C
8. B
9. C
10. A

# Je m'entraîne au CCF

**Page 190**

**Exercice 1**

**1.** pH = 5.

**2.** La fonction logarithme décimal est croissante.
Lorsque la concentration en ions $H_3O^+$ augmente, le pH diminue.

**3.** Lorsque la concentration en ions $H_3O^+$ est divisée par 10, le pH augmente de 1.

$$-\log\left(\frac{x}{10}\right) = -\log x - (-\log 10) = -\log x + 1.$$

**4.** $7{,}2 = -\log x$ ; $\log x = -7{,}2$ ;
$x = 10^{-7{,}2} \approx 6{,}3 \times 10^{-8}$.
La concentration en ions $H_3O^+$ d'une solution dont le pH est 7,2 est $6{,}3 \times 10^{-8}$ mole par litre.

**Exercice 2**

**1.** Nombre de souris encore malades à la fin de la 3e semaine : $1\,000 \times 0{,}5^3 = 125$.

**2. a)** La fonction $x \mapsto 0{,}5^x$ est décroissante car 0,5 est compris entre 0 et 1.

**b)** $f$ est le produit de la fonction $x \mapsto 0{,}5^x$ par la constante positive 1 000. La fonction $f$ est donc aussi croissante.

**c)** $f(x) = 400$ ; $1\,000 \times 0{,}5^x = 400$ ;
$0{,}5^x = 0{,}4$ ; $x = \dfrac{\log 0{,}4}{\log 0{,}5} \approx 1{,}32$.

**3. a)** $1\,000 \times 0{,}5^{1/7} \approx 906$.
Il y a 906 souris encore malades ; il y a donc 94 souris guéries dès le premier jour.

**b)** $\frac{2}{5}$ des souris sont encore malades, soit 400. Le nombre de jours cherché est donc la solution de l'équation $f(x) = 400$.
1,32 semaine ≈ 9 jours.
Il faut donc environ 9 jours pour que les $\frac{3}{5}$ des souris soient guéries.

# Primitives

# 14

## Activités

**Page 191**

– Pour convertir 100 km/h en m/s :
$\frac{100}{3{,}6} \approx 27{,}8$. 100 km/h = 27,8 m/s.
$V(14) = a \times 14 = 27{,}8$. D'où $a = 1{,}986$.
– Il s'agit de $d_3(t) = 0{,}99t^2 + k$.
– La fonction $d$ a pour expression
$d(t) = 0{,}99t^2$.
$d(14) = 194{,}04$.

**Pages 192 et 193**

### Est-ce que je sais ?

**a)** La dérivée de la fonction carré est $2x$.

**b)** La dérivée de la fonction cube est $3x^2$.

**c)** La dérivée de la fonction $x \mapsto x^5$ est $5x^4$, et la dérivée de la fonction $x \mapsto x^6$ est $6x^5$.

**d)** La formule générale de la dérivée de la fonction $x \mapsto x^n$ est $nx^{n-1}$ avec $x \neq 0$.

**e)** Pour $x \mapsto x^0$, on doit avoir pour dérivée la fonction nulle, et pour $x \mapsto x^{-1}$ on doit avoir pour dérivée la fonction inverse.

**f)** C'est bien le cas.

## Activité 1

**1. a)** Les courbes sont décalées le long de l'axe $(Oy)$.

**b)** $F'_1(x) = 2x + 3$ ; $F'_2(x) = 2x + 3$ ;
$F'_3(x) = 2x + 3$.

**c)** On constate que $F'_1(x) = F'_2(x) = F'_3(x)$.

**d)** $F_4(x) = x^2 + 3x - \sqrt{2}$ ; $F_5(x) = x^2 + 3x + 0{,}4$.

**2. a)** $G'(x) = F'_1(x)$.

**b)** La fonction $G = F_1 + k$ est aussi une primitive de la fonction $f$.

## Activité 2

**a)** $F(x) = x^2$ et $G(x) = x^3$.

**b)** $F_1(x) = \frac{x^2}{2}$ et $G_1(x) = \frac{x^3}{3}$.

**c)** $H(x) = \frac{1}{x}$.

**d)** $H_1(x) = -\frac{1}{x}$.

**e)** $J_1(x) = \frac{x^4}{4}$.

## Activité 3

**a)** $f(x) = 3x^2$ et $g(x) = 2x$.

**b)** $F(x) + G(x) = x^3 + x^2$.
$(F(x) + G(x))' = 3x^2 + 2x = f(x) + g(x)$.

**c)** $2F(x) = 2x^3$ et $3G(x) = 3x^2$.
$(2F(x))' = 2 \times 3x^2 = 6x^2 = 2f(x)$ ;
$(3G(x))' = 3 \times 2x = 6x = 3g(x)$.

**d)** $2F(x) + 3G(x) = 2x^3 + 3x^2$.
$(2F(x) + 3G(x))' = 6x^2 + 6x = 2f(x) + 3g(x)$.

## J'utilise un logiciel

**Pages 197 et 198**

**Coût marginal**

**1. a)** et **b)** Voir fichier « **14_page197.xls** ».

| $q$ ième objet | coût marginal $C_m(q)$ | coût total de fabrication $F(q)$ | coût total estimé $C(q)$ | erreur commise % |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 43 | 43 | 41,5 | 3,49 |
| 2 | 46 | 89 | 86 | 3,37 |
| 3 | 49 | 138 | 133,5 | 3,26 |
| 4 | 52 | 190 | 184 | 3,16 |
| 5 | 55 | 245 | 237,5 | 3,06 |
| 6 | 58 | 303 | 294 | 2,97 |
| 7 | 61 | 364 | 353,5 | 2,88 |
| 8 | 64 | 428 | 416 | 2,80 |
| 9 | 67 | 495 | 481,5 | 2,73 |
| 10 | 70 | 565 | 550 | 2,65 |

• Il faut entrer dans la cellule B2 la formule =3*A2+40.

**b)** • Il faut entrer dans la cellule C2 =Somme($B$2:B2).

• Le coût de fabrication pour 10 objets supplémentaires est de 565 €.

**2.** $F(q) = 3 \times 1 + 40 + 3 \times 2 + 40 + \ldots + 3 \times q + 40$ ;
$F(q) = 3 \times (1 + 2 + \ldots + q) + 40q$
$= 3 \times \frac{q}{2}(1+q) + 40q$ ;
$F(q) = \frac{3}{2}q + \frac{3}{2}q^2 + 40q = \frac{3}{2}q^2 + 41{,}5q.$

Le coût total de fabrication des $q$ premiers objets supplémentaires est bien égal à : $F(q) = \frac{3}{2}q^2 + 41{,}5q.$

**3. a)** $C(q) = \frac{3}{2}q^2 + 40q.$

Il faut entrer dans la cellule D2 la formule =3/2*A2^2+40*A2.

**b)** Voir à nouveau le fichier « **14_page197.xls** ».

**c)** Plus $q$ augmente et plus l'erreur commise diminue.

**d)** L'erreur commise est due à la différence entre $F(q)$ et $C(q)$ de $1{,}5q$.

### Calculer la valeur moyenne d'une fonction

Voir le fichier « **14_page198.xlsx** ».

**Partie A**

**1. a)**

| $n$ | $p(n)$ | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 349 | | | |
| 2 | 632 | N = | 21420 | |
| 3 | 855 | | | |
| 4 | 1024 | N1= | 12636 | |
| 5 | 1145 | | | |
| 6 | 1224 | | | |
| 7 | 1267 | | | |
| 8 | 1280 | | | |
| 9 | 1269 | | | |
| 10 | 1240 | | | |
| 11 | 1199 | | | |
| 12 | 1152 | | | |
| 13 | 1105 | | | |
| 14 | 1064 | | | |
| 15 | 1035 | | | |
| 16 | 1024 | | | |
| 17 | 1037 | | | |
| 18 | 1080 | | | |
| 19 | 1159 | | | |
| 20 | 1280 | | | |

• Il faut entrer dans la cellule B2 la formule =A2^336*A2*A2+384*A2.

**b)** $N = 21\,420$.

**c)** $\dfrac{21\,420}{20} = 1\,071$.

Le nombre moyen de jeux informatiques vendus par mois est 1 071 jeux.

**2. a)** $F(x) = \dfrac{x^4}{4} - 12x^3 + 192x^2$.

**b)** $F(0) = 0$ et $F(20) = 20\,800$.

**c)** $\mu = \dfrac{20\,800}{20} = 1\,040$.

La valeur moyenne de $f$ sur l'intervalle [0 ; 20] est 1 040.

**d)** La valeur moyenne de $f$ et le nombre moyen de ventes sont légèrement différents mais relativement proches tout de même.

**Partie B**

**a)** $N = 12\,636$.

Le nombre total de ventes durant la première année est 12 636.

**b)** $\dfrac{12\,636}{12} = 1\,053$.

Le nombre moyen de jeux vendus par mois la première année est 1 053 jeux.

**c)** $\dfrac{F(24) - F(12)}{12} = 1\,296$.

**d)** Le nombre moyen de jeux vendus par mois la seconde année est 1 296 jeux.

**e)** Il y a une augmentation du nombre moyen mensuel de ventes.

## Exercices et problèmes

**Pages 199 à 201**

### Exercices

**Primitives d'une fonction**

**1. a)** $F(x) = 1{,}5x^2 - 5x + k$.

**b)** $G(x) = -\,0{,}5x^2 + 2x + k$.

**2. a)** $F(x) = -\dfrac{1}{7}x^2 - 15x + k$.

**b)** $G(x) = x - 5{,}5x^2 + k$.

**3. a)** $F(x) = \dfrac{2}{3}x^3 - \dfrac{7}{2}x^2 + 6x + k$.

**b)** $G(x) = -\dfrac{1}{6}x^3 + 2x^2 - \dfrac{1}{5}x + k$.

**4. a)** $F(x) = \dfrac{5}{3}x^3 + \dfrac{7}{2}x^2 + 5x + k$.

**b)** $G(x) = -\dfrac{1}{12}x^3 + 3x^2 - \dfrac{1}{7}x + k$.

**5. a)** $F(x) = -\dfrac{0{,}01}{3}x^3 + 3x + k$.

**b)** $G(x) = -\dfrac{\sqrt{11}}{3}x^3 - 2x + k$.

**6. a)** $F(x) = -\dfrac{3}{x} + k \ (x \neq 0)$.

**b)** $G(x) = \dfrac{2}{x} + k \ (x \neq 0)$.

**7. a)** $F(x) = 3 \ln x + k \ (x > 0)$.

**b)** $G(x) = -\,2 \ln x + k \ (x > 0)$.

**8. a)** $F(x) = -\,6 \ln x + k \ (x > 0)$.

**b)** $G(x) = -\dfrac{4}{x} + k \ (x \neq 0)$.

**9. a)** $F(x) = -\,2x^2 + \ln x + k \ (x > 0)$.

**b)** $G(x) = -\,3x^3 - 2 \ln x + k \ (x > 0)$.

**10. a)** $F(x) = 4 \ln x + 0{,}5x^4 + k \ (x > 0)$.

**b)** $G(x) = -\dfrac{1}{x} - 3 \ln x + k \ (x > 0)$.

**11.a)** $F(x) = -\,0{,}5x^6 + 0{,}75x^4 - 2x^2 + k$.

**b)** $G(x) = x^5 - \dfrac{7}{3}x^3 - 2x + k$.

**Primitive d'une fonction prenant une valeur donnée en un point donné**

**12.** $F(x) = \dfrac{x^3}{3} - 1{,}5x^2 + x + \dfrac{1}{6}$.

**13.** $F(x) = \dfrac{1}{9}x^3 - 2{,}5x^2 + 7x + \dfrac{46}{9}$.

**14.** $F(x) = x + 3 \ln x + 2 \ (x > 0)$.

**15.** $F(x) = -\,2 \ln x + \dfrac{x^2}{2} + x + 2 + 2\ln 7 \ (x > 0)$.

**16.** $F(x) = -4 \ln x - \frac{2}{9}x^3 + \frac{2}{9}$.

**17.** $F(x) = -\frac{2}{3}x^6 + \frac{5}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^2 + 63$.

**18. a)** $F(2) - F(0) = 6$.

**b)** $F(3) - F(1) = 20$.

**19. a)** $F(2) - F(1) = -3$.

**b)** $F(2) - F(2) = 8$.

**20. a)** $F(1) - F(0) = \frac{1}{18}$.

**b)** $F(0{,}85) - F(0{,}85) \approx 3{,}969\ 6$.

**21.** $F(2) - F(1) = 2$.

**22.** $F(3) - F(1) = 4 \ln 3$.

**23.** $F(3) - F(1) = \frac{4}{3}$.

## Problèmes

### Problème 1

**1.** $Q(t) = 0{,}005t^2 + 4{,}5t$.

**2.** Les réserves seront épuisées lorsque $Q(t) = 100$. Il faut donc résoudre l'équation $0{,}005t^2 + 4{,}5t - 100 = 0$.
Cette équation n'a qu'une solution positive : 21,7.
Il faudra donc 21 ou 22 ans pour épuiser les réserves de gaz naturel.

### Problème 2

**a)** $F(q) = -0{,}006q^2 + 16q + k$.

**b)** $F(q) = -0{,}006q^2 + 16q + 4{,}006$.

**c)** $F(60) = 942{,}406$.
Le coût total de production de 60 survêtements est de 942,41 €.

### Problème 3

**a)** $F(q) = -0{,}008q^2 + 24q + 4{,}008$.

**b)** $F(100) = 2\ 324{,}008$.
Le coût total de production de 100 pièces est de 2 324 €.

### Problème 4

**a)** $F(q) = -\frac{0{,}2}{3}q^3 + 3q^2 + 10q + 40\ 000$.

**b)** $F(11) - F(8) = 40\ 384{,}27 - 40\ 237{,}87 = 146{,}40$.
Le coût de production de trois centaines d'objets supplémentaires, lorsque la production est de 800 objets, est de 146,40 milliers d'euros.

### Problème 5

**a)** $C_k(q) = 0{,}3q^2 + k$.

**b)** La constante $k$ représente le coût fixe de la production. Elle ne doit pas dépendre de $q$.

**c)** Lorsque $C_k(100) = 6\ 000$, la constante $k$ prend la valeur 3 000. On en déduit que le coût fixe de cette production vaut 3 000 €.

### Problème 6

**1. a)** $S(t) = 0{,}0025t^4 - 0{,}17t^3 - t^2 + 680t$.

**b)** $S(0) = 0$ et $S(15) = 9\ 527{,}8125$.

**c)** $S_{m1} = \frac{1}{15} \times 9\ 527{,}8125 = 635{,}1875$.

Soit une valeur moyenne $S_{m1} = 635$.

**2. a)** $S(16) = 10\ 091{,}520$ et $S(30) = 16\ 935$.

**b)** $S_{m2} = \frac{1}{15} \times 6\ 843{,}48 = 456{,}232$.

Soit une valeur moyenne $S_{m2} = 456$.

**3.** $S_m = \frac{1}{30} \times 16\ 935 = 564{,}5$.

Soit un niveau moyen du stock au cours des trente jours d'observation $S_m = 565$.

**4.** La valeur $S_m$ est la moyenne entre les valeurs $S_{m1}$ et $S_{m2}$. La légère différence provient du fait que l'on ne tient pas compte de l'intervalle [15 ; 16].

**5. a)** $200 \times 30 \times S_m = 200 \times 30 \times 565 = 3\ 390\ 000$. Le coût total de gestion de ce stock au cours des trente jours d'observation s'élève à 3,39 milliers d'euros.

**b)** Voir le fichier « **14_probleme6.xlsx** ».

| t | s(t) | coût journalier |
|---|---|---|
| 1 | 677,5 | 135500 |
| 2 | 674,04 | 134808 |
| 3 | 669,68 | 133936 |
| 4 | 664,48 | 132896 |
| 5 | 658,5 | 131700 |
| 6 | 651,8 | 130360 |
| 7 | 644,44 | 128888 |
| 8 | 636,48 | 127296 |
| 9 | 627,98 | 125596 |
| 10 | 619 | 123800 |
| 11 | 609,6 | 121920 |
| 12 | 599,84 | 119968 |
| 13 | 589,78 | 117956 |
| 14 | 579,48 | 115896 |
| 15 | 569 | 113800 |
| 16 | 558,4 | 111680 |
| 17 | 547,74 | 109548 |
| 18 | 537,08 | 107416 |
| 19 | 526,48 | 105296 |
| 20 | 516 | 103200 |
| 21 | 505,7 | 101140 |
| 22 | 495,64 | 99128 |
| 23 | 485,88 | 97176 |
| 24 | 476,48 | 95296 |
| 25 | 467,5 | 93500 |
| 26 | 459 | 91800 |
| 27 | 451,04 | 90208 |
| 28 | 443,68 | 88736 |
| 29 | 436,98 | 87396 |
| 30 | 431 | 86200 |
| | | 3362040 |

Il faut entrer dans la cellule B2 la formule : =0,01*A2^3-0,51*A2^2-2*A2+680.
Il faut entrer dans la cellule C2 la formule : =B2*200.

**c)** Le coût total de gestion de ce stock durant cette période s'élève à 3,362 milliers d'euros.

**d)** Les valeurs sont très proches. La différence provient d'un mode de calcul avec des valeurs discrètes et avec un mode de calcul avec une fonction continue.

**Problème 7**

**a)** $C(t) = 1\,000t + k$.

**b)** $C(0) = k$ et $C(1) = 1\,000 + k$.

**c)** $C(1) - C(0) = 1\,000$.
La formation du capital généré est de 1 000 €.

**d)** La 2$^{e}$ année, le capital généré est :
$C(2) - C(1) = 1\,000$.
La 3$^{e}$ année, le capital généré est :
$C(3) - C(2) = 1\,000$.
La formation du capital généré la 2$^{e}$ année est de 1 000 euros et de même la 3$^{e}$ année.

**e.** On constate que la formation du capital est constante lorsque l'investissement net est constant.

**Problème 8**

**a)** $C(t) = 1{,}5t^2 + k$.

**b)** $C(1) = 1{,}5 + k$ et $C(2) = 6 + k$.

**c)** $C(2) - C(1) = 4{,}5$.
La formation du capital généré la 2$^{e}$ année est de 4,5 milliers d'euros.

**d)** La 3$^{e}$ année, le capital généré est :
$C(3) - C(2) = 7{,}5$.
La 4$^{e}$ année, le capital généré est :
$C(4) - C(3) = 10{,}5$.
La formation du capital généré la 3$^{e}$ année est de 7,5 milliers d'euros, et, la 4$^{e}$ année, de 10,5 milliers d'euros.

## Je teste mes connaissances

**Page 202**

1. B
2. B
3. A
4. C
5. C
6. B
7. A
8. B
9. C
10. C

# Fonction logarithme népérien

# 15

## Activités

**Page 203**

$f(0{,}25) = -8\,310 \times \ln 0{,}25 \approx 11\,520$.

Le mammouth fossilisé est vieux d'environ 11 520 ans.

**Pages 204 et 205**

### Est-ce que je sais ?

**1. a)** $f'(x) = 6x - 6$.

**b)** $f'(x) < 0$ sur l'intervalle $[-1\,;\,1]$.

Donc $f$ est décroissante sur cet intervalle.

$f'(x) > 0$ sur l'intervalle $[1\,;\,3]$. Donc $f$ est croissante sur cet intervalle.

| $x$ | $-1$ | | $1$ | | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $9$ | ↘ | $-3$ | ↗ | $9$ |

**2.** La fonction $g$ a le même sens de variation que $f$ car $f$ est multipliée par la constante positive 2.

| $x$ | $-1$ | | $1$ | | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | $18$ | ↘ | $-6$ | ↗ | $18$ |

La fonction $h$ varie en sens contraire de $f$ car $f$ est multipliée par la constante négative $-0{,}4$.

| $x$ | $-1$ | | $1$ | | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $h(x)$ | $-3{,}6$ | ↗ | $1{,}2$ | ↘ | $-3{,}6$ |

## Activité 1

**1. a)** $f'_1(x) = x$ ; $f'_2(x) = x^2$ ; $f'_3(x) = x^3$ ; $f'_4(x) = 2x - 1$.

**b)** $f'_2$ est égale à la fonction carré.

**c)** $f'_3$ est égale à la fonction cube.

**d)** Aucune des dérivées obtenues n'est égale à la fonction inverse.

$\ln 1 = 0$ ; $\ln'(x) = \dfrac{1}{x}$ pour $x > 0$.

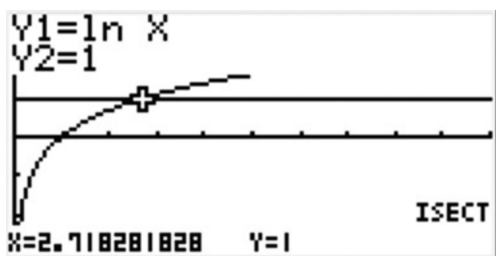
**2.** $\ln 0{,}2 \approx -1{,}61$ ; $\ln 0{,}8 \approx -0{,}22$ ; $\ln 1{,}2 \approx 0{,}18$ ; $\ln 2 \approx 0{,}69$.

**3. a)** $\dfrac{1}{x} > 0$ pour $x > 0$.

**b)** La fonction ln est donc croissante sur $]0\,;+\infty[$.

**c)** La courbe représentative obtenue est bien celle d'une fonction croissante.

**d)** Une valeur arrondie au centième du point d'ordonnée 1 est 2,72.




## Activité 2

**b)** L'ordonnée de $M$ n'est pas toujours de même signe. Elle est positive lorsque $x > 1$. Elle est négative lorsque $x < 1$.

**c)**

| $x$ | 0 | 1 | 6 |
|---|---|---|---|
| Signe de ln $x$ | $-$ | 0 | $+$ |

## Activité 3

**a)** $\ln x + \ln 7 = \ln (7x)$ ;

$\ln 0{,}5 - \ln x = \ln \left(\dfrac{0{,}5}{x}\right)$ ;

$\ln (5x) = \ln 5 + \ln x$.

**b)** $\ln (x^2) = 2 \ln x$ pour $x > 0$.

**c)** $AC = 2AB$. La réponse faite au b. est donc confirmée.

# Exercices et problèmes

**Pages 209 à 211**

## Exercices

### Calculer un logarithme népérien

**1.** $\ln 18 \approx 2{,}89$ ; $\ln 2{,}5 \approx 0{,}92$ ;
$\ln 0{,}2 \approx -1{,}61$ ; $\ln 0{,}58 \approx -0{,}55$ ;
$\ln \left(\dfrac{5}{3}\right) \approx 0{,}51$ ; $\ln \left(\dfrac{4}{7}\right) \approx -0{,}56$.

**2.** $\ln 7 \approx 1{,}95$ ; $\ln 3{,}2 \approx 1{,}16$ ;
$\ln \left(\dfrac{1}{5}\right) \approx -1{,}61$ ; $\ln 0{,}187 \approx -1{,}68$ ;
$\ln \left(\dfrac{17}{3}\right) \approx 1{,}73$.

**3.** Les calculs impossibles sont : $\ln (-4)$ et $\log (-3^2)$.

**4.** Nombres positifs : $\ln (21^3)$ ; $\ln \left(\dfrac{3}{2}\right)$ ; $\ln (-3)^2$ ; $(\ln 0{,}8)^2$.

Nombres négatifs : $\ln 0{,}01$ ; $\ln \left(\dfrac{1}{7}\right)$.

### Appliquer les propriétés opératoires

**5.** $\ln \left(\dfrac{1}{b}\right) = \ln 1 - \ln b = 0 - \ln b = -\ln b$.

**6.** $\ln (3a) = \ln 3 + \ln a$ ; $\ln \left(\dfrac{5}{a}\right) = \ln 5 - \ln a$ ;
$\ln (a^7) = 7 \ln a$ ;
$\ln (6a^2) = \ln 6 + 2 \ln a$ ;
$5 \ln (a^2) + 3 \ln (2a) = 10 \ln a + 3 \ln 2 + 3 \ln a = 13 \ln a + 3 \ln 2$.

**7.** $\ln 27 = 3 \ln 3$ ; $4 \ln 3 - \ln 9 + 2 \ln \left(\dfrac{1}{3}\right) = 4 \ln 3 - 2 \ln 3 - 2 \ln 3 = 0$ ;
$\ln \left(\dfrac{e}{3}\right) = 1 - \ln 3$ ;

$5 \ln 9 + \ln (e^3) = 10 \ln 3 + 3$.

### Rechercher l'exposant d'une puissance à l'aide d'un logarithme

**8.** $4^n = 16\,384$ ; $n = \dfrac{\ln 16\,384}{\ln 4}$ ; $n = 7$.

$7^n = 5\,764\,801$ ; $n = \dfrac{\ln 5\,764\,801}{\ln 7}$ ; $n = 8$.

$10 \times 1{,}5^n = 75{,}9375$ ; $1{,}5^n = 7{,}59375$ ;
$n = \dfrac{\ln 7{,}59375}{\ln 1{,}5}$ ; $n = 5$.

**9.** $5^n < 100$ ; $n < 2{,}86$ et $n$ entier ; $n = 2$.
$2{,}8^n \geq 42{,}3$ ; $n \geq 3{,}03$ et $n$ entier ; $n = 4$.
$0{,}4^n \leq 0{,}17$ ; $n \geq 1{,}93$ et $n$ entier ; $n = 2$.
$10^{-3n} > 10^{-5}$ ; $n < \dfrac{5}{3}$ et $n$ entier ; $n = 1$.

**10. a)** $40\,000 \times 0{,}94 = 37\,600$.
La quantité de rejets prévus en 2012 est 37 600 tonnes.

**b)** $r_{n+1} = 0{,}94 r_n$.
La suite $(r_n)$ est une suite géométrique.
$r_n = 40\,000 \times 0{,}94^n$.

**c)** $40\,000 \times 0{,}94^n < 30\,000$ ; $0{,}94^n < 0{,}75$ ;
$n < \dfrac{\ln 0{,}75}{\ln 0{,}94}$ ; $n > 4{,}649$.

La quantité de rejets sera inférieure à 30 000 tonnes au bout de 5 ans, soit à partir de 2016.

**11.** Soit $t$ le temps exprimé en heures.
**a)** $10\,000 \times 0{,}95^t \leq 2\,000$ ; $0{,}95^t \leq 0{,}2$ ;
$t \geq \dfrac{\ln 0{,}2}{\ln 0{,}95}$ ; $t \geq 31{,}38$, soit 31 h 23 min.

La population devient inférieure au cinquième de la population initiale au bout de 31 h 23 min.

**b)** $10\,000 \times 1{,}05^t = 20\,000$ ; $1{,}05^t = 2$ ;

$t = \dfrac{\ln 2}{\ln 1{,}05}$ ; $t \approx 14{,}21$, soit 14 h 13 min.

La population double au bout de 14 h 13 min.

**Dériver une fonction comportant un logarithme népérien**

**12. a)** $f'(x) = -\dfrac{1}{x}$ ; $f'(x) < 0$ sur $[0{,}1 \,;\, 4]$.

Donc $f$ est décroissante sur cet intervalle.

**b)** $f'(x) = \dfrac{1}{x}$ ; $f'(x) > 0$ sur $[0{,}1 \,;\, 4]$. Donc $f$ est croissante sur cet intervalle.

**c)** $f'(x) = \dfrac{2}{x}$ ; $f'(x) > 0$ sur $[0{,}1 \,;\, 4]$.

Donc $f$ est croissante sur cet intervalle.

**d)** $f'(x) = \dfrac{4}{x}$ ; $f'(x) > 0$ sur $[0{,}1 \,;\, 4]$.

Donc $f$ est croissante sur cet intervalle.

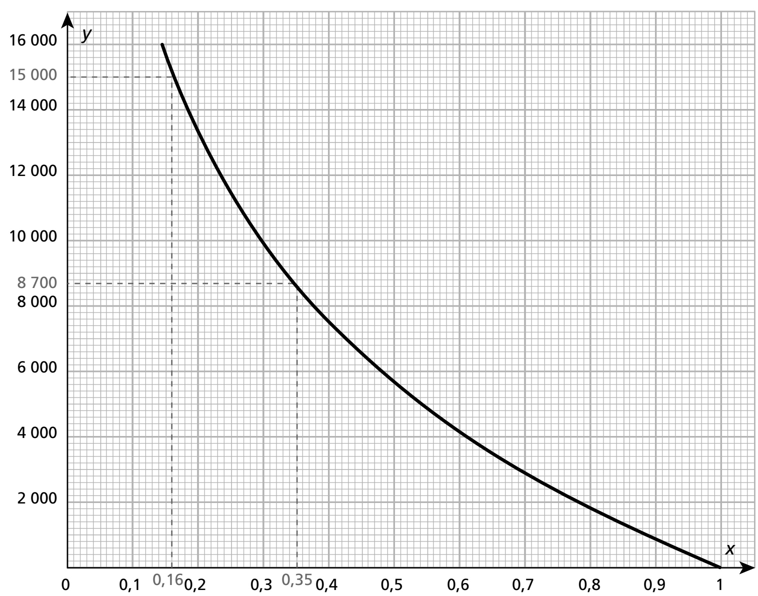
## Problèmes

**Problème 1**

**1. a)** $f'(x) = -\dfrac{8\,310}{x}$ sur l'intervalle $[0{,}2 \,;\, 1]$.

**b)** $f'(x) < 0$. Donc $f$ est décroissante sur $[0{,}2 \,;\, 1]$.

**c)**




**2. a)** $f(0{,}35) = 8\,700$. L'âge du fossile est 8 700 ans.

**b)** Voir le graphique ci-dessus.

**c)** Voir le graphique ci-dessus. La fraction de carbone 14 restant est environ 16 %.

**Problème 2**

**1. a)** $Q_1 = 2{,}4 \times 0{,}8 = 1{,}92$ mg ;
$Q_2 = 1{,}92 \times 0{,}8 = 1{,}536$ mg.

**b)** $Q_{n+1} = 0{,}8Q_n$.

**c)** $(Q_n)$ est une suite géométrique de raison 0,8 et de premier terme $Q_0 = 2{,}4$.

**d)** $Q_n = 2{,}4 \times 0{,}8^n$.

**2.**


**a)** $Q_1 \approx 1{,}9$ mg ; $Q_2 \approx 1{,}5$ mg. Les résultats de la question 1. a. sont donc vérifiés graphiquement.

**b)** La quantité de médicament présente dans le sang au bout de 7 heures est 0,5 mg.

**c)** La quantité de médicament présente dans le sang est de 1,6 mg au bout de 1,8 h, soit 1 h 48 min.

**d)** La quantité de médicament présente dans le sang est divisée par 2 au bout de 3,1 h, soit 3 h 6 min.

**Problème 3**

Voir fichier « **15_planete_corrige.xls** » ou « **15_planete_corrige.ods** ».

**1. b)** La forme du nuage ne justifie pas un ajustement par une droite.

**2. a)**

| $i$ | $d_i - d_0$ | $\ln(d_i - d_0)$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | |
| 1 | 50 | 3,912 |
| 2 | 92 | 4,522 |
| 3 | 170 | 5,136 |
| 5 | 721 | 6,581 |
| 6 | 1 370 | 4 110 |
| 7 | 2 814 | 7,942 |

**b)** Voir à nouveau fichier « **15_planete_corrige.xls** » ou « **15_planete_corrige.ods** ».

**c)** $\ln(d_4 - d_0) = 0{,}676 \times 4 + 3{,}181 \approx 5{,}885$ ; $\ln(d_8 - d_0) = 0{,}676 \times 8 + 3{,}181 \approx 8{,}589$.

**3. a)** La distance moyenne au Soleil de la planète numérotée 4 est :
$d_4 = 24{,}071 \times 1{,}966^4 + 58 \approx 417$ millions de km.

**b)** La distance moyenne au Soleil de la planète numérotée 8 est :

$d_8 = 24{,}071 \times 1{,}966^8 + 58 \approx 5\,430$ millions de km.

**4. a)** $\dfrac{417 - 414}{414} \approx 0{,}007$ ; soit 0,7 % d'écart.

**b)** $\dfrac{5\,430 - 4\,500}{4\,500} \approx 0{,}206$ ; soit 21 % d'écart.

## Je teste mes connaissances

**Page 212**

1. B
2. A
3. B
4. B
5. C
6. A
7. A
8. C
9. A
10. B

# Fonctions exponentielles 16

## Activités

**Page 213**

$f(2) = 2 \times e^{-0,15 \times 2} \approx 1,5$.

Le taux d'alcool du conducteur, deux heures après la prise de sang, est 1,5 g/L. Il ne peut donc pas reprendre le volant.

**Pages 214 et 215**

### Est-ce que je sais ?

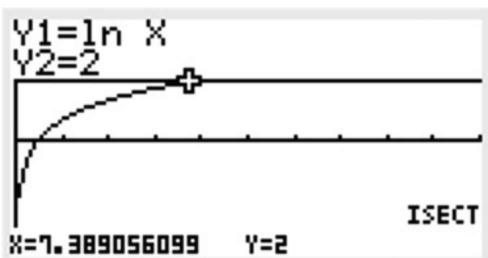
**1.** $\ln 3 \approx 1,10$ ; $\ln 1 = 0$ ; $\ln 0,5 \approx -0,69$ ; $\ln 1,5 \approx 0,41$ ; $\ln e = 1$.

On ne peut pas calculer ln (– 2) et ln (– 1).

**2.** $f'_1(x) = \dfrac{1}{x}$ ; $f'_2(x) = \dfrac{1}{x}$ ; $f'_3(x) = \dfrac{3}{x}$ ; $f'_4(x) = \dfrac{1}{x}$.

## Activité 1

**1. c)** $x \approx 7,39$.




**2. a)**

| $b$ | – 3 | – 2 | – 1 | 0 | 0,5 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Valeur approchée au centième de $e^b$ | 0,05 | 0,14 | 0,36 | 1 | 1,65 | 2,72 | 7,39 | 20,09 |

**b)** $e^3 \approx 20,09$.

On trouve par la même méthode $e^{-3} \approx 0,05$ ; $e^{-2} \approx 0,14$ ; $e^{-1} \approx 0,36$ ; $e^0 = 1$ ; $e^1 \approx 2,72$ ; $e^2 \approx 7,39$.

**3. a)** La fonction $f$ est croissante.

**b)** $e^x$ est positif quel que soit $x$.

**c)** $e^x$ étant positif, la fonction dérivée $f'$ est positive. Donc la fonction $f$ est croissante.

## Activité 2

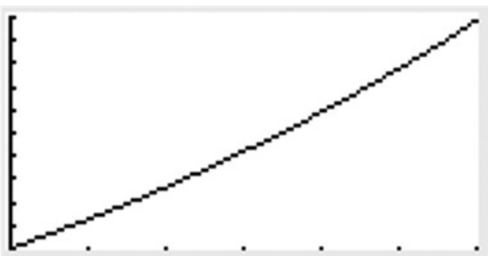
**1. a)** Il y a 14 657 bactéries après 20 minutes.

**b)** Le nombre de bactéries après 40 minutes est 17 902, et après 60 minutes 21 865.

Le nombre de bactéries augmente.

**c)** Pourcentage d'augmentation du nombre de bactéries entre $t = 0$ et $t = 20$ :
$\dfrac{14\,657 - 12\,000}{12\,000} \approx 0{,}221$, soit 22,1 %.
Pourcentage d'augmentation du nombre de bactéries entre $t = 20$ et $t = 40$ :
$\dfrac{17\,902 - 14\,657}{14\,657} \approx 0{,}221$, soit 22,1 %.
Pourcentage d'augmentation du nombre de bactéries entre $t = 40$ et $t = 60$ :
$\dfrac{21\,865 - 17\,902}{17\,902} \approx 0{,}221$, soit 22,1 %.
Le pourcentage d'augmentation est le même.

**d)**

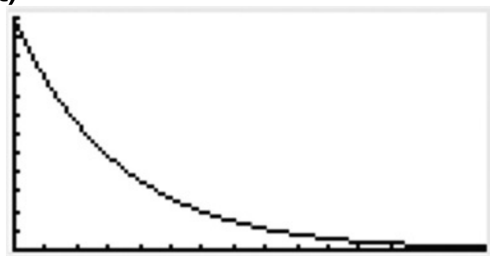


**e)** La fonction $f$ est croissante.

**2. a)** Il y a 2 678 bactéries après 5 minutes.
Le nombre de bactéries après 10 minutes est 597, et après 15 minutes 133.
Le nombre de bactéries diminue.

**b)** Pourcentage de diminution du nombre de bactéries entre $t = 0$ et $t = 5$ :
$\dfrac{12\,000 - 2\,678}{12\,000} \approx 0{,}777$, soit 77,7 %.
Pourcentage de diminution du nombre de bactéries entre $t = 5$ et $t = 10$ :
$\dfrac{2\,678 - 597}{2\,678} \approx 0{,}777$, soit 77,7 %.
Pourcentage de diminution du nombre de bactéries entre $t = 10$ et $t = 15$ :
$\dfrac{597 - 133}{597} \approx 0{,}777$, soit 77,7 %.
Le pourcentage de diminution est le même.

**c)**



**d)** La fonction $g$ est décroissante.

## Activité 3

**a)** $e^6 \times e^2 = ?$ ☑ $e^{6+2}$ ☐ $e^{6\times 2}$

**b)** $\dfrac{e^6}{e^2} = ?$ ☐ $e^{6 \div 2}$ ☑ $e^{6-2}$

**c)** $(e^6)^2 = ?$ ☐ $e^{(6^2)}$ ☑ $e^{6\times 2}$

# J'utilise un logiciel

**Pages 219 et 220**

**Donner l'équation réduite d'une tangente à la courbe représentative de la fonction exponentielle de base e**

**1. b)** $f'(x) = e^x$.
$f'(3) = e^3$.
$y = e^3(x - 3) + e^3$ ; $y = e^3x - 2e^3$ ;
$y = 20{,} 09x - 40{,}17$.
C'est la même équation que celle donnée par le logiciel.

**2. a)** La tangente $T$ au point d'abscisse 1 passe par l'origine.
Équation de $T$ :
$y = e(x - 1) + e$ ; $y = ex - e + e$ ; $y = ex$.
C'est l'équation d'une droite qui passe par l'origine.

**b)** Équation proposée par le logiciel :
$y = 7{,} 39x - 7{,}39$.
Les coefficients $a$ et $b$ sont opposés.
$y = e^2(x - 2) + e^2$ ; $y = e^2x - e^2$.

**c)** Le coefficient directeur de $T$ et l'ordonnée de $M$ sont égaux.

La remarque est toujours vraie quand on déplace le point $M$.
Si on note $x_M$ l'abscisse de $M$, l'ordonnée de $M$ est $e^{x_M}$.
Coefficient directeur de $T$ en $M = f'(x_M) = e^{x_M}$.

### Ajuster un nuage de points

Voir fichier « **16_ajustement_corrige.xls** » ou « **16_ajustement_corrige.ods** ».

**1. b)** Un ajustement affine ne semble pas justifié pour ces nuages.

**2. c)** $y = -0{,}3983x + 2{,}1731$.

**d)** $\ln d = -0{,}3983x + 2{,}1731$ ;
$d = e^{-0{,}3983x} \times e^{2{,}1731}$ ; $d = 8{,}79e^{-0{,}40x}$ (coefficients arrondis au centième).

**f)** $d = \left(8{,}79 \times e^{-0{,}4\times5}\right) \times 1\,000 \approx 1\,190$.

**3. c)** $y = 3{,}0202x + 0{,}8672$.

**d)** $e^r = 3{,}0202x + 0{,}8672$ ;
$r = \ln(3{,}02x + 0{,}87)$ (coefficients arrondis au centième).

**e)** $r = \ln(3{,}02 \times 5 + 0{,}87) \times 1\,000 \approx 2\,771$.

**4.** Le prix d'équilibre est environ 3,30 €.

# Exercices et problèmes

**Pages 221 à 223**

## Exercices

### Calculer une exponentielle

**1.** $e^5 \approx 148{,}41$ ; $e^{-1} \approx 0{,}37$ ; $e^{0{,}1} \approx 1{,}11$ ; $e^{-0{,}02} \approx 0{,}98$ ; $e^0 = 1$ ; $e^1 \approx 2{,}72$ ; $e^{4{,}5} \approx 90{,}02$.

**2.** $f(-2) \approx 2{,}44$ ; $f(-1) \approx 2{,}21$ ; $f(0) = 2$ ; $f(1) \approx 1{,}81$ ; $f(2) \approx 1{,}64$.

### Appliquer les propriétés opératoires

**3.** $e^3 \times e^{2{,}5} = e^{5{,}5}$ ; $\dfrac{e^{1{,}3}}{e^{-2}} = e^{3{,}3}$ ;
$e^{-4} \times e = e^{-3}$ ; $\left(e^{-5}\right)^2 = e^{-10}$.

**4.** $e^{x-4} = e^{-4} \times e^x$ ; $e^{3-x} = \dfrac{e^3}{e^x}$ ;
$e^{2x-1} = e^{-1} \times \left(e^x\right)^2$.

### Résoudre des équations et des inéquations

**5.** $\ln x = 2{,}5$ ; $x = e^{2{,}5}$.
$\ln x = -4$ ; $x = e^{-4}$.
$2 \ln x = 10$ ; $\ln x = 5$ ; $x = e^5$.
$4 \ln x - 1 = -11$ ; $\ln x = -2{,}5$ ; $x = e^{-2{,}5}$.

**6.** $e^x = 12$ ; $x = \ln 12$.
$e^x = 0{,}5$ ; $x = \ln 0{,}5$.
$e^x = 1$ ; $x = 0$.
$e^x = 0$ ; cette équation n'a pas de solution.
$e^x = -3$ ; cette équation n'a pas de solution.

**7.** $e^{2x} = 3{,}2$ ; $2x = \ln 3{,}2$ ; $x = 0{,}5 \ln 3{,}2$.
$e^{-5x} = 14$ ; $-5x = \ln 14$ ; $x = -0{,}2 \ln 14$.
$4\,e^{0{,}1x} = 12$ ; $e^{0{,}1x} = 3$ ; $0{,}1x = \ln 3$ ; $x = 10 \ln 3$.
$-5e^{-0{,}8x} = 10$ ; $e^{-0{,}8x} = -2$ ; cette équation n'a pas de solution.

**8.** $\ln x > 2$ ; $x > e^2$.
$\ln x \leqslant 8$ ; $x \leqslant e^8$.
$2 \ln x + 3 < 13$ ; $\ln x < 5$ ; $x < e^5$.
$4 - \ln x \geqslant 12$ ; $\ln x \leqslant -8$ ; $x \leqslant e^{-8}$.

**9.** $e^x < 1{,}5$ ; $x < \ln 1{,}5$.
$e^{2x} \geqslant 1$ ; $2x \geqslant \ln 1$ ; $x \geqslant 0$.
$e^{-0{,}2x} < 0$ ; cette inéquation n'a pas de solution.
$e^{0{,}5x} - 1 > 2$ ; $e^{0{,}5x} > 3$ ; $0{,}5x > \ln 3$ ; $x > 2 \ln 3$.
$3\,e^{4x} \geqslant 6$ ; $e^{4x} > 2$ ; $4x > \ln 2$ ; $x > 0{,}25 \ln 2$.

### Étudier une fonction comportant une exponentielle

**10. a)** La fonction exponentielle de base e, notée $f$, est croissante.
**b)** $f_1$ est croissante car on multiplie $f$ par une constante positive.
$f_2$ est décroissante car on multiplie $f$ par une constante négative.
$f_3$ est croissante car on ajoute une constante à $f$.

$f_4$ est décroissante car on multiplie $f$ par une constante négative.

**11. a)** $f'(x) = 3{,}5\ e^{3,5x}$ ; $f$ est croissante.

**b)** $f'(x) = -\ 0{,}2\ e^{-0,2x}$ ; $f$ est décroissante.

**c)** $f'(x) = -\ 20\ e^{5x}$ ; $f$ est décroissante.

**d)** $f'(x) = 3\ e^{-10x}$ ; $f$ est croissante.

**12**. $f(x) = e^{0,3x-2}$.

**a)** $f(x) = e^{-2}e^{0,3x}$. On a donc $k = e^{-2}$.

**b)** $f'(x) = 0,\ 3e^{-2}e^{0,3x}$.

**c)** $f'(x) > 0$ car c'est le produit de trois nombres positifs.

**d)** La fonction $f$ est donc croissante.

## Problèmes

### Problème 1

**1. a)** $f(3) \approx 70{,}287$. Le nombre d'objets offerts sur le marché pour un prix unitaire de 3 € est 70 287.
$f(5) \approx 257{,}903$. Le nombre d'objets offerts sur le marché pour un prix unitaire de 5 € est 257 903.

**b)** $g(3) \approx 209{,}963$. Le nombre d'objets demandés par les consommateurs pour un prix unitaire de 3 € est 209 963.
$g(5) \approx 104{,}264$. Le nombre d'objets demandés par les consommateurs pour un prix unitaire de 5 € est 104 264.

**c)** $f'(x) = 6{,}5\ e^{0,65x}$. Cette dérivée est positive quel que soit $x$. La fonction $f$ est croissante.
$g'(x) = -\ 210\ e^{-0,35x}$. Cette dérivée est négative quel que soit $x$. La fonction $g$ est décroissante.

**d)** L'offre augmente avec le prix ; la demande diminue quand le prix augmente.

**e)** $10\ e^{0,65x} = 500$ ; $e^{0,65x} = 50$ ;

$0,\ 65x = \ln 50$ ; $x = \dfrac{\ln 50}{0{,}65} \approx 6{,}02$.

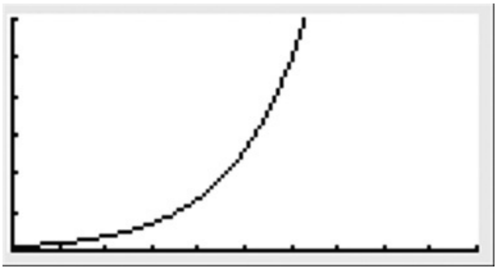
Quand le prix unitaire est de 6,02 €, l'offre est de 500 000 objets.

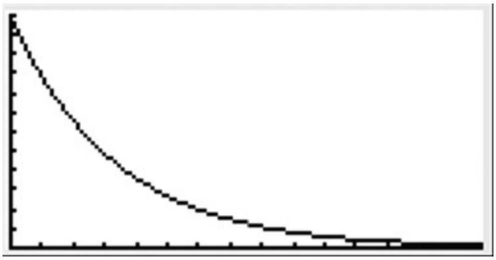
$600\ e^{-0,35x} \leqslant 300$ ; $e^{-0,35x} \leqslant 0{,}5$ ;

$-\ 0{,}35x \leqslant \ln 0{,}5$ ; $x \geqslant \dfrac{\ln 0{,}5}{-\ 0{,}35}$ ; $x \geqslant 2$.

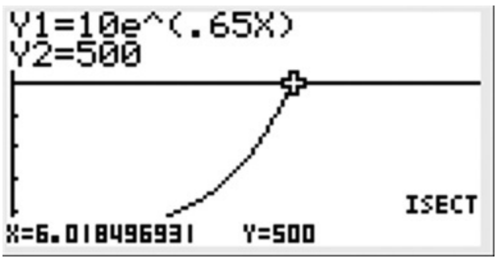
Lorsque le prix unitaire est supérieur ou égal à 2 €, la demande est inférieure ou égale à 300 000 objets.

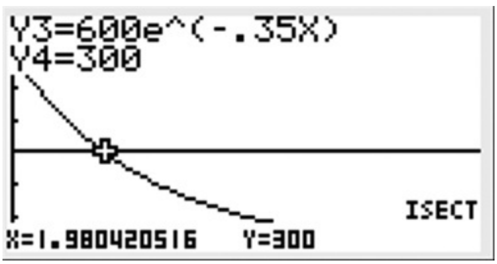
**2. b)** La courbe représentative de $f$ est bien celle d'une fonction croissante. La courbe représentative de $g$ est bien celle d'une fonction décroissante.



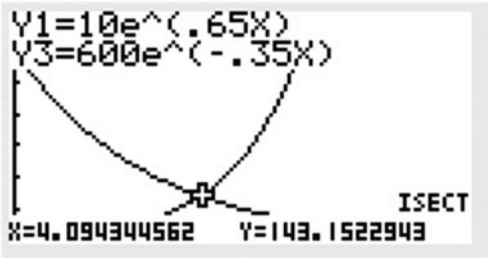


**c)**



**d)**




$x \approx 4{,}09$.

L'offre est égale à la demande pour un prix unitaire de 4,09 €. C'est le prix d'équilibre.

**Problème 2**

**1. a)** $1 - 0{,}045 = 0{,}955$. D'où $\theta_1 = 0{,}955\theta_0$.

**b)** $\theta_2 = 0{,}955^2 \times \theta_0$ ; $\theta_3 = 0{,}955^3 \times \theta_0$.

**c)** $\theta_n = 0{,}955^n \times \theta_0$.

**d)** La suite $(\theta_n)$ est une suite géométrique de raison $q = 0{,}955$.

**e)** $\theta_{25} = 22 \times 0{,}955^{25}$ ; $\theta_{25} \approx 7°$.

**2. a)** $e^{-0{,}046} \approx 0{,}955$.

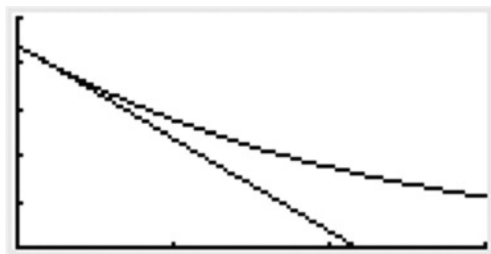
**b)** $f'(x) = 22 \times (-0{,}0046)\ e^{-0{,}046x}$
$= -1{,}012\ e^{-0{,}046x}$.

Cette dérivée est négative pour tout $x$ de l'intervalle [0 ; 30].

**c)**

| $x$ | 0 | 30 |
|---|---|---|
| $f(x)$ | 22 ↘ | 5,5 |

**d)** $A(0 ; 22)$.
Coefficient directeur de $T = f'(0) \approx -1{,}012$.
Équation de $T$ : $y = -1{,}022x + 22$.



**3. a)** Temps ≈ 25 secondes.
**b)** $7{,}2 \div 25 = 0{,}288$.
La vitesse est 0,288 m/s.

**Problème 3**

**1. a)**

| Rang de l'année : $t_i$ | 0 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_i = \ln p_i$ | 1,609 | 1,723 | 1,808 | 1,917 | 2,028 | 2,128 |

**c)** $y = 0{,}021t + 1{,}61$.

**d)** $\ln p = 0{,}021t + 1{,}61$ ; $p = e^{0{,}021t + 1{,}61}$ ; $p = e^{1{,}61} \times e^{0{,}02t}$ ; $p = 5\ e^{0{,}02t}$.

**e)** $p_{35} = 5 \times e^{0{,}02 \times 35} \approx 178{,}535$ millions d'habitants.

**2. a)** $f'(t) = 0{,}02 \times 5\ e^{0{,}02t} = 0{,}1\ e^{0{,}02t}$.
**b)** Cette dérivée est positive sur l'intervalle [– 25 ; 35].
**c)**

| $x$ | – 25 | 35 |
|---|---|---|
| $f(t)$ | 3,03 ↗ | 10,07 |

**e)** $5\ e^{0{,}02t} = 9$ ; $e^{0{,}02t} = 1{,}8$ ; $0{,}02t = \ln 1{,}8$ ;
$t = \dfrac{\ln 1{,}8}{0{,}02} = 50 \ln 1{,}8$.

**3. a)** $f(28) = 5 \times e^{0{,}02 \times 28} \approx 8{,}8$ millions d'habitants.

**b)** $t > 50 \ln 1{,}8$ ; $t > 29{,}39$.
La population dépassera 9 millions d'habitants au cours de l'année de rang 30.

**Problème 4**

**1. a)** $A(100) = 3 \times 10^5\ e^{-0{,}023 \times 100}$
$= 30\,078$ Bq $= 3{,}01 \times 10^4$ Bq.
**b)** $1{,}5 \times 10^5 = 3 \times 10^5\ e^{-0{,}023t}$ ;

$e^{-0,023t} = 0,5$ ; $-0,023t = \ln 0,5$ ; $t = \dfrac{\ln 0,5}{-0,023}$.
$t \approx 30$ années.

**2. a)**

| $t$ | 0 | 40 | 80 | 100 | 140 | 180 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(t)$ | 1 | 0,40 | 0,16 | 0,10 | 0,04 | 0,02 |

**b)** $f'(t) = -0,023 \times e^{-0,023t}$.

**c)** La dérivée est négative.

**d)**

$$\begin{array}{|c|ccc|}
\hline
t & 0 & & 180 \\
\hline
f(t) & 1 & \searrow & 0,02 \\
\hline
\end{array}$$

**e)** $e^{-0,023t} = 0,2$ ; $-0,023t = \ln 0,2$ ;
$t = \dfrac{\ln 0,2}{-0,023}$.

**g)** $t \approx 70$.

**3.** L'activité radioactive est de 20 % de sa valeur initiale au bout de 70 ans.

### Problème 5

**1. a)** $f_1(1) \approx 0,7788$ ; $f_1(3) \approx 0,4723$.
La probabilité pour que le composant $C_1$ fonctionne sans panne au bout de 1 000 heures est 0,7788.
La probabilité pour que le composant $C_1$ fonctionne sans panne au bout de 3 000 heures est 0,4723.

**b)** $f_2(1) \approx 0,6065$ ; $f_2(3) \approx 0,2231$.
La probabilité pour que le composant $C_2$ fonctionne sans panne au bout de 1 000 heures est 0,6065.
La probabilité pour que le composant $C_2$ fonctionne sans panne au bout de 3 000 heures est 0,2231.

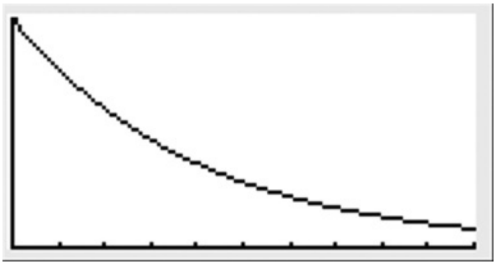
**c)** $f_1'(t) = -0,25e^{-0,25t}$. Cette dérivée est négative quel que soit $t$. La fonction $f_1$ est décroissante sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.
$f_2'(t) = -0,5e^{-0,5t}$. Cette dérivée est négative quel que soit $t$. La fonction $f_2$ est décroissante sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.

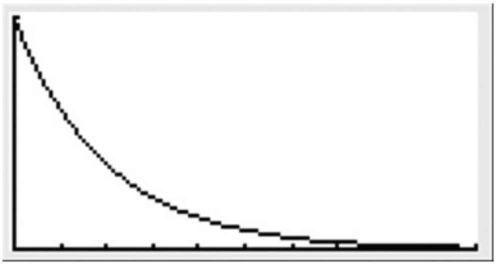
**d)** Plus le nombre d'heures d'utilisation des composants est grand, plus la probabilité de ne pas avoir de panne diminue.

**e)** $e^{-0,25t} = 0,4$ ; $-0,25t = \ln 0,4$ ;
$t = \dfrac{\ln 0,4}{-0,25}$ ; $t \approx 3,665$.

$e^{-0,5t} \geqslant 0,3$ ; $-0,5t \geqslant \ln 0,3$ ; $t \leqslant \dfrac{\ln 0,3}{-0,5}$ ;
$t \leqslant 2,408$.
La probabilité de ne pas avoir de panne avec le composant $C_1$ est égale à 0,4 après 3 665 heures d'utilisation.
La probabilité de ne pas avoir de panne avec le composant $C_2$ est supérieure ou égale à 0,3 tant qu'on ne dépasse pas 2 408 heures d'utilisation.

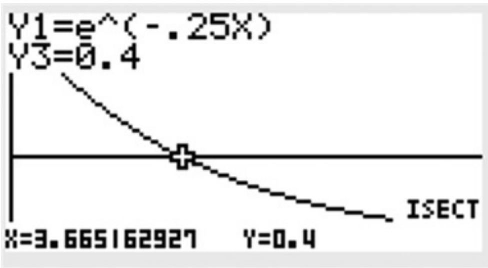
**2. a)** $y$ est compris entre 0 et 1.
X min : 0 ; X max : 10 ; pas : 1 ; Y min : 0 ; Y max : 1 ; pas : 0,1.

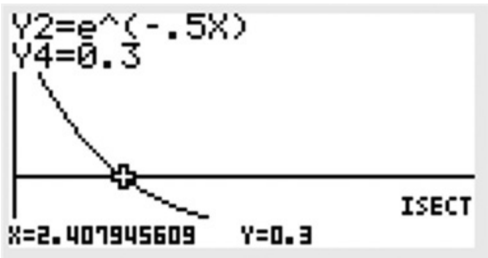




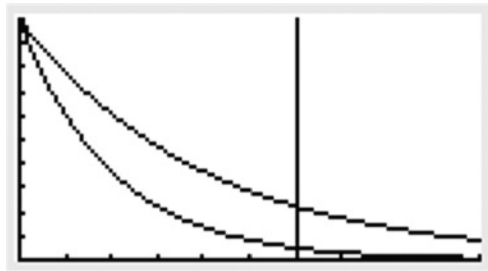
**b)** Les courbes représentatives de $f$ et $g$ sont bien celles de fonctions décroissantes.

**c)**




**d)**



$f_1(6\,000) > f_2(6\,000)$

Le composant $C_1$ a la plus grande probabilité de fonctionner sans panne après 6 000 heures d'utilisation.

## Je teste mes connaissances

**Page 224**

| | |
|---|---|
| 1. B | 7. A |
| 2. A | 8. A |
| 3. C | 9. A |
| 4. B | 10. C |
| 5. C | 11. A |
| 6. B | 12. B |

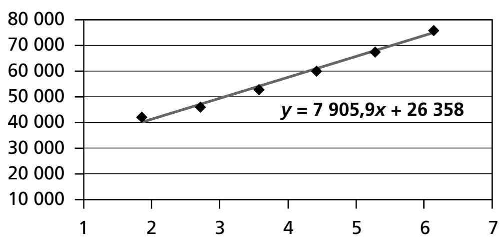
# Évaluations vers le Bac pro

## Évaluation vers le Bac pro 1

**Pages 226-227**

**Exercice 1**

**1. et 2.**




**3.** On peut estimer la puissance du parc européen en 2012 à :
$7\,906 \times 2012 + 26\,358 = 15\,933\,230$ méga watts.

**Exercice 2**

**1.** Lorsque la vitesse du vent est de 5 m/s, la puissance théorique de l'éolienne est :
$f(5) = 91\,625$ W.
Lorsque la vitesse du vent est de 20 m/s, la puissance théorique de l'éolienne est :
$f(20) = 5\,864\,000$ W.

**2.** Pour tout $v$ dans l'intervalle [5 ; 20], $f'(v) = 3 \times 733\,v^2 = 2\,199\,v^2$.

Pour tout $v$ dans l'intervalle [5 ; 20], $f'(v) > 0$.

**3.**

| $v$ | 5 | 20 |
|---|---|---|
| $f'(v)$ | + | |
| $f(v)$ | 91 625 ↗ | 5 864 000 |

**4.** $f(v) = 2.10^6$ équivaut à $733\,v^3 = 2.10^6$ c'est-à-dire $v^3 = \dfrac{2.10^6}{733}$ d'où $v = \left(\dfrac{2.10^6}{733}\right)^{\frac{1}{3}}$ donc $v \approx 14$ mètres par seconde.

Remarque : sans utiliser la puissance $\dfrac{1}{3}$ (ou la racine cubique), on peut obtenir cette valeur par balayage à l'aide de la calculatrice ou du tableur.

## Évaluation vers le Bac pro 2

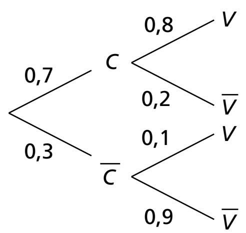
**Pages 228-229**

**Exercice 1**

**1.** Les employés étant tirés au hasard, les probabilités s'obtiennent à partir des fréquences indiquées.

|  | L'employé a une voiture de fonction (V) | L'employé n'a pas de voiture de fonction ($\overline{V}$) | Total |
|---|---|---|---|
| L'employé est un commercial (C) | $0,7 \times 0,8 = 0,56$ | $0,7 \times 0,2 = 0,14$ | 0,70 |
| L'employé n'est pas un commercial ($\overline{C}$) | $0,3 \times 0,10 = 0,03$ | $0,3 \times 0,90 = 0,27$ | 0,30 |
| Total | 0,59 | 0,41 | 1 |

ou




**2. a)** $p(C) = 0,7$.

**b)** $p_C(V) = 0,7 \times 0,8 = 0,56$.

**c)** $p_{\overline{C}}(V) = 0,3 \times 0,10 = 0,03$.

**3.** $\overline{C} \cap V$ est l'événement « l'employé n'est pas un commercial et il a une voiture de fonction ».
$p(\overline{C} \cap V) = 0,03$.

**Exercice 2**

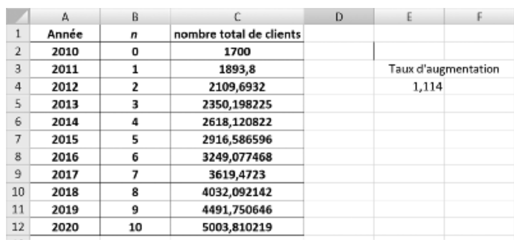
**1.** La suite $(u_n)$ est une suite géométrique puisque, chaque année, le nombre de clients doit augmenter de 5 %, c'est-à-dire être multiplié par 1,05.

**2.** $u_n = 1\,700 \times 1,05^n$.

**3.** En 2015, le nombre de clients sera $u_5 = 1\,700 \times 1,05^5 = 2\,169,67$, soit environ 2 170 clients.

**4.** Pour connaître le nombre de clients prévus en 2020, on calcule $u_{10}$, soit
$u_{10} = 1\,700 \times 1,05^{10} \approx 2\,769,12$.
Avec une augmentation de 5 %, l'objectif de 5 000 clients en 2020 ne sera pas atteint.

**5.** Avec le tableur, on trouve qu'il faut un coefficient multiplicateur de 1,114 ; ce qui correspond à 11,4 %, c'est-à-dire l'augmentation minimale annuelle permettant d'obtenir 5 000 clients en 2020.



|  | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Année | n | nombre total de clients |  |  |  |
| 2 | 2010 | 0 | 1700 |  |  |  |
| 3 | 2011 | 1 | 1893,8 |  | Taux d'augmentation |  |
| 4 | 2012 | 2 | 2109,6932 |  | 1,114 |  |
| 5 | 2013 | 3 | 2350,198225 |  |  |  |
| 6 | 2014 | 4 | 2618,120822 |  |  |  |
| 7 | 2015 | 5 | 2916,586596 |  |  |  |
| 8 | 2016 | 6 | 3249,077468 |  |  |  |
| 9 | 2017 | 7 | 3619,4723 |  |  |  |
| 10 | 2018 | 8 | 4032,092142 |  |  |  |
| 11 | 2019 | 9 | 4491,750646 |  |  |  |
| 12 | 2020 | 10 | 5003,810219 |  |  |  |

## Évaluation vers le Bac pro 3

**Pages 230-231**

**Exercice 1**

**a)** $C_M(x) = x^2 - 30x + 300$.

**b)** On fait cette étude soit à l'aide de la fonction dérivée, soit à partir des coordonnées du sommet de la parabole.
Le coût moyen minimal de $C_M$ sur [0 ; 20] est pour $x = 15$.

**c)** Le coût de production minimal $C_M(15)$ vaut 75 milliers d'euros.
La production correspondante $C(15)$ vaut 1 125 milliers d'euros.

**Exercice 2**

**a)**

| | Vis présentant le défaut (a) | Vis ne présentant pas le défaut (a) | Total |
|---|---|---|---|
| Vis présentant le défaut (b) | 80 | 160 | 240 |
| Vis ne présentant pas le défaut (b) | 200 | 1 560 | 1 760 |
| Total | 280 | 1 720 | **2 000** |

**b)**

| | a | $\bar{a}$ | Total |
|---|---|---|---|
| b | $\frac{80}{2\,000} = 0{,}04$ | $\frac{160}{2\,000} = 0{,}08$ | 0,12 |
| $\bar{b}$ | $\frac{200}{2\,000} = 0{,}1$ | $\frac{1\,560}{2\,000} = 0{,}78$ | 0,88 |
| Total | 0,14 | 0,86 | **1** |

**c)** $P(a \cup b) = 0{,}04 + 0{,}08 + 0{,}14 = 0{,}26$.
La probabilité que la vis présente au moins l'un des deux défauts est 0,26.

**d)** La probabilité que la vis ne présente aucun défaut est 0,86.

## Évaluation vers le Bac pro 4

**Pages 232-233**

**1. a)** La fonction $x \mapsto 1{,}04^x$ est croissante car 1,04 est supérieur à 1.
Cette fonction est multipliée par 50 000, nombre positif.
Donc la fonction $f$ est croissante sur l'intervalle [0 ; 20].

**b)** $50\,000 \times 1{,}04^x \geq 90\,000$ ; $1{,}04^x \geq 1{,}8$ ;
$x \ln 1{,}04 \geq \ln 1{,}8$ ; $x \geq \dfrac{\ln 1{,}8}{\ln 1{,}04}$ ; $x \geq 14{,}98$.

Le nombre minimum d'années de placement demandé est 15 ans.

**c)** $f(18) = 50\,000 \times 1{,}04^{18} \approx 101\,290{,}83$.

La valeur acquise au bout de 18 ans est environ 101 291 €.

**2. a)** $g'(x) = -\,250x + 4\,250$.
$g'(x) = 0$ pour $x = 17$.

**b)** La fonction $g$ passe par son maximum pour $x = 17$.

| $x$ | 0 | 17 | 20 |
|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | + | 0 | – |
| $g(x)$ | 50 000 ↗ | 86 125 | ↘ 85 000 |

**c)** La valeur acquise par le capital de madame Basdelaine est alors 86 125 €.

**3. a)** $f(18) = 101\,291$ et $g(18) = 86\,000$.
Le placement le plus intéressant au bout de 18 ans est donc le placement A.

**b)** $f(10) = 74\,012$ et $g(10) = 80\,000$.
Le placement le plus intéressant est le placement B si madame Basdelaine arrête son placement au bout de 10 ans.

Composition : STDI

Éditions Foucher – Vanves – Août 2011 – 01 – DL-CLC/EG

Imprimé en France par Jouve