

4 • Bras télémanipulateur (*d'après sujet ENS Cachan*) – **CHAPITRE 2** (voir corrigé C4)

La figure E9 représente un bras télémanipulateur utilisé en cellule irradiée. Le bras est unique, monté en bout d'un fût télescopique ; il est dessiné dans différentes configurations extrêmes.¹

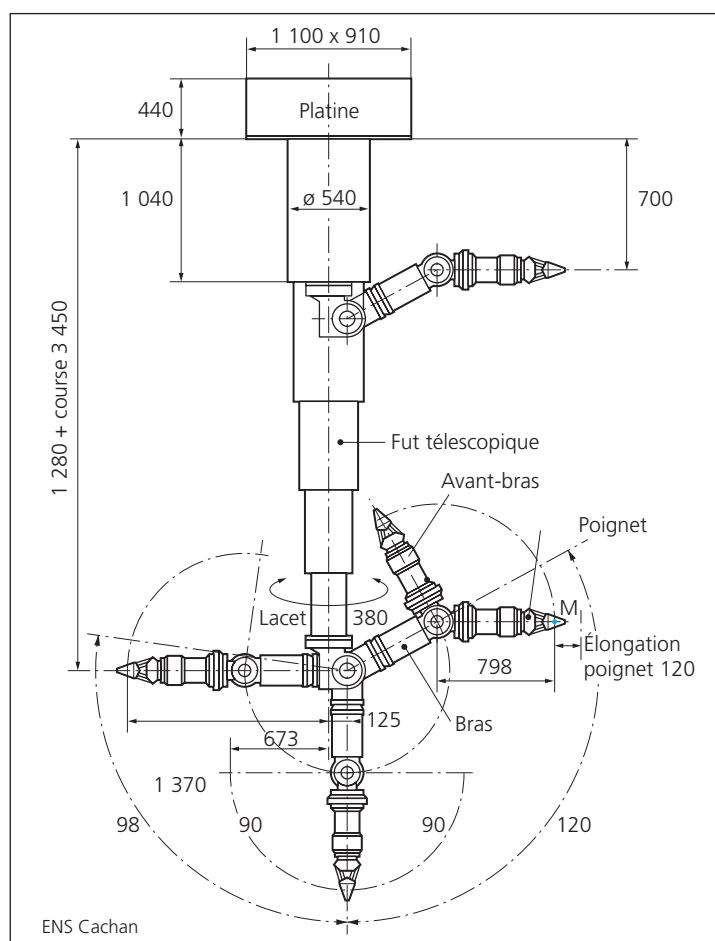


Figure E9 Bras télémanipulateur

Question 1. Quel système de coordonnées est-il préférable d'utiliser pour situer le point M du poignet par rapport à un repère lié à l'avant-bras, lors du mouvement d'élongation-poignet ?

Question 2. Quel système de coordonnées est-il préférable d'utiliser pour situer le point M du poignet par rapport à un repère lié au bras ?

Question 3. Quel système de coordonnées est-il préférable d'utiliser pour situer le point M du poignet par rapport à un repère lié à la platine ?

Question 4. Quelle est la trajectoire du point M du poignet par rapport à un repère lié à l'avant-bras, lors du mouvement d'élongation du poignet ?

Question 5. Quelle est la trajectoire du point M du poignet par rapport à un repère lié au bras, lors du mouvement de rotation de l'avant-bras par rapport au bras ?

Question 6. Définir graphiquement les volumes engendrés par les rayons d'action du robot.

5 • Robot manipulateur (d'après sujet ENS Cachan) – CHAPITRE 2 (voir corrigé C5)

La figure E10 représente un robot manipulateur ; la figure E11 reprend cette représentation sous forme schématisée. La vis 1 actionnée par le moteur M01 permet de monter et descendre le tablier 2. Deux autres moteurs M23 et M34 permettent les rotations du bras 3 par rapport au tablier 2 et de l'avant-bras 4 par rapport au bras 3. $AB = a$; $BC = CD = l$; $OA = x$

Question 1. Parmi les systèmes de coordonnées, cartésiennes, cylindriques, sphériques, quels sont ceux qui sont utilisables simplement pour repérer le point D par rapport au bâti 0 ? Préciser quels seront alors les paramètres utilisés et comment définir les repères liés à l'espace attaché au bâti 0.

Question 2. On choisit d'utiliser les coordonnées cartésiennes.

À chacun des solides du mécanisme on attache un espace et un repère :

Au bâti 0 le repère $O(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, au tablier 2 le repère $A(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, au bras 3, le repère $B(\vec{x}, \vec{u}_3, \vec{v}_3)$, à l'avant-bras 4, le repère $C(\vec{x}, \vec{u}_4, \vec{v}_4)$.

Dessiner les rotations planes associées à la mise en situation relative des différentes bases et exprimer le vecteur position \overrightarrow{OD} du point D en fonction de α , β , ρ , a et l .

Définir les matrices de passage de la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ à la base $(\vec{x}, \vec{u}_3, \vec{v}_3)$, et de la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ à la base $(\vec{x}, \vec{u}_4, \vec{v}_4)$. En utilisant ces matrices de passage retrouver le résultat précédent.

La commande des moteurs est telle que la trajectoire de D dans l'espace lié à 2 est une droite passant par B (figure E11). Quelle relation cela impose-t-il entre les angles α et β ? Quelle est la trajectoire de D dans l'espace lié à 3 ?

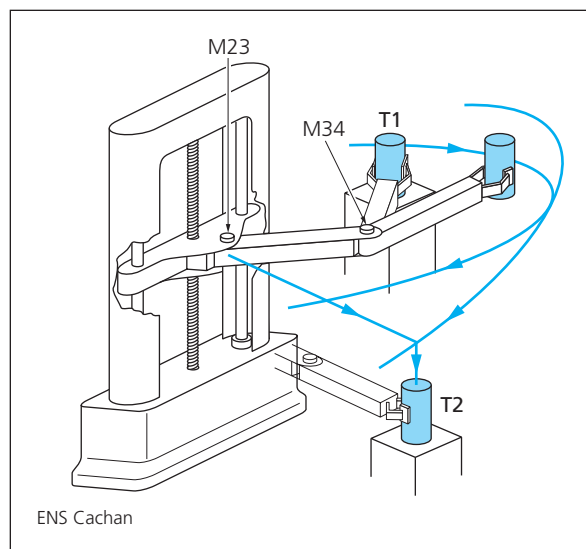


Figure E10

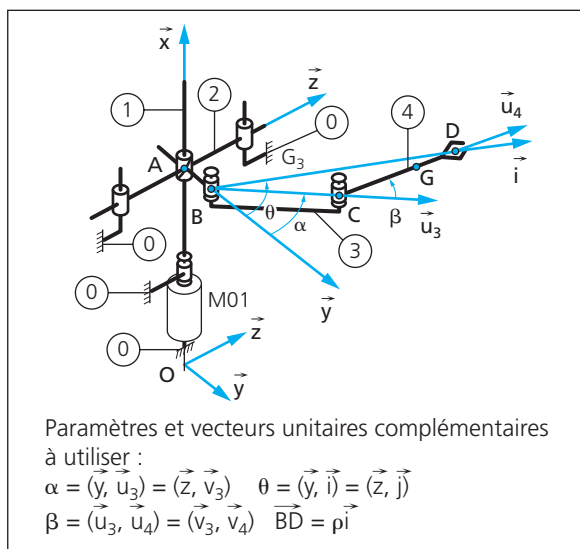


Figure E11

6 • Vitesse en coordonnées sphériques – CHAPITRE 3 (voir corrigé C6)

Calcul de la vitesse en coordonnées sphériques

Un point M est repéré par rapport au repère fixe R_0 par $\overrightarrow{O_R M} = \rho \vec{u}$, ρ est fonction du temps et dépend des deux paramètres angulaires θ et φ .

Question 1. Représenter les deux rotations planes permettant de visualiser les angles θ et φ .

Question 2. Déterminer \vec{v}_{M/R_0} et \vec{a}_{M/R_0} , en fonction de ρ , θ , φ et de leurs dérivées premières et secondes par rapport au temps.

Question 3. Déterminer $\vec{a}_{M/R_0} \cdot \vec{u}$.

7 • Étude d'un débitmètre massique – CHAPITRE 3 (voir corrigé C7)

Les figures E12 et E13 représentent un débitmètre massique ; le fluide dont on veut connaître le débit massique circule dans les deux conduites en boucles R. Les bobines E excitées alternativement vont entraîner un mouvement de rotation des boucles autour d'un axe horizontal $O\vec{x}_0$. On montrera en deuxième année que ce mouvement entraîne une déflexion de la boucle proportionnelle au débit massique ; cette déflexion est mesurée par les capteurs A.

■ Hypothèses

- On néglige la déflexion de la boucle et on suppose qu'elle reste parfaitement plane et circulaire ; son mouvement étant un mouvement de rotation autour de $O\vec{x}_0$.
- Un petit volume de fluide transporté est assimilé à un point M qui parcourt par rapport à la boucle un cercle de centre O et de rayon R avec une vitesse de module constant v .

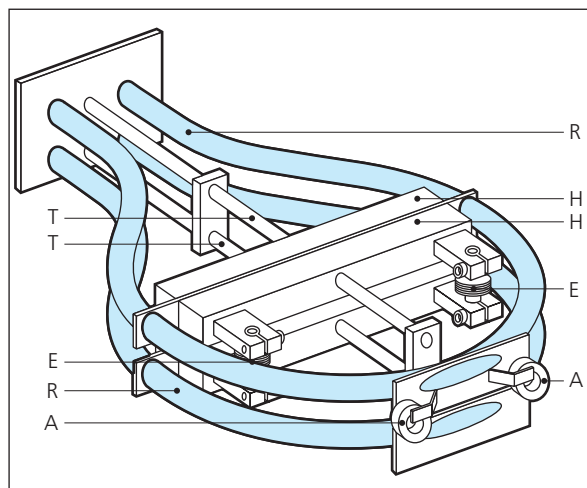


Figure E12

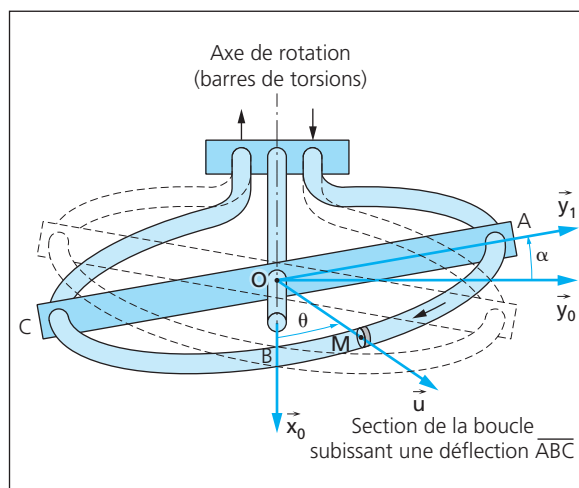


Figure E13

■ Paramétrage

Le repère $R_0 (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, est le repère fixe.

Le repère $R_1 (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, est un repère lié à la boucle.

$\vec{x}_0 = \vec{x}_1$ et on pose $(\vec{y}_0, \vec{y}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1) = \alpha = \alpha_0 \sin \omega t$.

Le point M est repéré par rapport à R_1 par les coordonnées polaires : $\vec{OM} = R\vec{u}$, on pose $(\vec{x}_1, \vec{u}) = (\vec{y}_1, \vec{v}) = \theta$.

Question 1. Dessiner les rotations planes permettant de visualiser les angles α et θ .

Question 2. Exprimer $\dot{\theta}$ en fonction de v et R .

Question 3. Déterminer \vec{V}_{M/R_0} en fonction de R , α , θ , et de leurs dérivées par rapport au temps.

Question 4. Déterminer \vec{a}_{M/R_0} en fonction des mêmes paramètres.

8 • Reprendre l'exercice 6 – CHAPITRES 4 ET 5 (voir corrigé C8)

Question 1. Définir $\vec{\Omega}_{S_1/R_0}$; $\vec{\Omega}_{S_2/S_1}$; $\vec{\Omega}_{S_2/R_0}$.

Question 2. En utilisant la relation entre les vitesses de deux points d'un solide, écrire la relation entre $\vec{V}_{O_2 \in S_1/R_0}$ et $\vec{V}_{O_2 \in S_2/R_0}$, en déduire $\vec{V}_{O_2 \in S_1/R_0}$.

Question 3. En utilisant la relation entre les vitesses de deux points d'un solide, écrire la relation entre $\vec{V}_{O_2 \in S_2/R_0}$ et $\vec{V}_{M \in S_2/R_0}$, en déduire $\vec{V}_{M \in S_2/R_0}$.

9 • Reprendre l'exercice 9 – CHAPITRES 4 ET 5 (voir corrigé C9)

Question 1. Définir $\vec{\Omega}_{S_1/R_0}$; $\vec{\Omega}_{S_2/S_1}$; $\vec{\Omega}_{S_2/R_0}$.

Question 2. En utilisant la relation entre les vitesses de deux points d'un solide, écrire la relation entre $\vec{V}_{O \in S_1/R_0}$ et $\vec{V}_{A \in S_1/R_0}$, en déduire $\vec{V}_{A \in S_1/R_0}$.

EXERCICES

Question 3. En utilisant la relation entre les vitesses de deux points d'un solide, écrire la relation entre $\vec{V}_{A \in S_2/R_0}$ et $\vec{V}_{G \in S_2/R_0}$, en déduire $\vec{V}_{G \in S_2/R_0}$.

11 • Machine de soudage automatisée (d'après sujet e3a MP 2010) – CHAPITRES 3, 4 ET 5

(voir corrigé C11)

La machine (figure E16) permet de réaliser des fonds de cuves hémisphériques à partir de préformes (calottes et segments) assemblées par soudage. Pour une bonne réalisation de la soudure, il est nécessaire que le plan tangent aux surfaces soudées soit horizontal au niveau de l'axe de soudure.

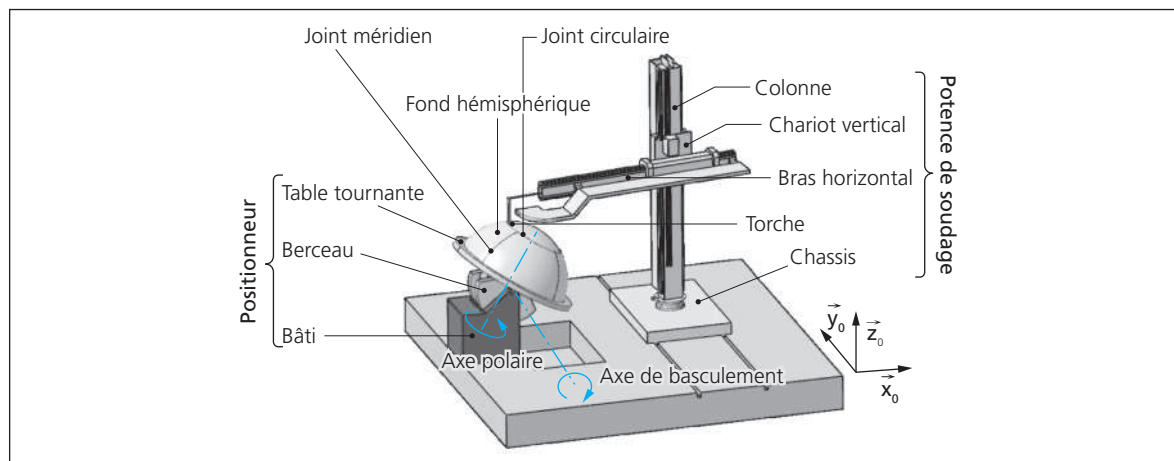


Figure E16 Vue générale de la machine de soudage automatisée

On récapitule les opérations nécessaires à la réalisation d'un fond de réservoir soudé.

1. Mise en position des segments sur la table du positionneur et préparation (opérations manuelles).
2. Basculement et rotation polaire de la table du positionneur pour présenter le départ du premier joint méridien au point culminant.
3. Positionnement de la torche de soudage au point de départ.
4. Soudage d'un joint méridien par basculement du positionneur et mouvements conjugués vertical et horizontal de la potence permettant à la torche de poursuivre la zone de soudage.
5. Passage au joint méridien suivant par rotation polaire de la table du positionneur.
6. Répétition des opérations 3, 4 et 5 en fonction du nombre de segments.
7. Meulage des cordons de soudure méridiens réalisés au niveau de leur intersection avec le futur joint circulaire (opération manuelle).
8. Mise en position de la calotte par rapport aux segments et pointage (réalisation de points de soudure permettant de figer le positionnement relatif des éléments).
9. Basculement de la table afin de présenter le départ du joint circulaire au sommet.
10. Soudage du joint circulaire par rotation polaire de la table du positionneur.
11. Démontage du fond de cuve réalisé.
12. Opérations manuelles de finition.

■ Étude de la fonction « Souder la calotte »

Le positionneur deux axes, chargé de recevoir les pièces à souder, est une chaîne ouverte de solides composée d'un bâti fixe par rapport au sol, d'un berceau basculant, portant une table tournante circulaire (figure E16). Le mouvement de basculement de l'ensemble {Berceau+Table} est assuré via une liaison pivot [Berceau-Bâti] d'axe horizontal (O, \vec{Y}_0) . L'angle de basculement correspondant sera noté $\theta(t) = (\vec{Z}_0, \vec{Z}_1)$, avec $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$. Le mouvement de rotation polaire de la table tournante circulaire par rapport au berceau est assuré via une liaison pivot d'axe (O, \vec{Z}_1) . L'angle de rotation correspondant sera noté $\varphi(t) = (\vec{X}_1, \vec{X}_2)$, avec $0^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ$.

Ainsi, en utilisant de façon adéquate la rotation $\theta(t)$ de basculement du berceau et la rotation polaire $\varphi(t)$ de la table, le positionneur permet de toujours présenter la zone de soudage à la verticale de la torche de soudage. Pour les raisons déjà évoquées, on fait en sorte que le plan tangent aux surfaces de la zone de soudage soit toujours horizontal. Le point courant de soudage est alors situé au point le plus élevé désigné par P appartenant au solide S_3 .

Paramétrage (figure E17)

- $R_0(O, \vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$, le repère associé au bâti.
- $R_1(O, \vec{X}_1, \vec{Y}_1, \vec{Z}_1)$, le repère associé au berceau.
- $R_2(O, \vec{X}_2, \vec{Y}_2, \vec{Z}_2)$, le repère associé à la table tournante circulaire.
- S_3 : le solide composé des segments et de la calotte. S_3 est fixé à la table tournante.

- $\overrightarrow{OC} = h\vec{Z}_1$; $\overrightarrow{CP} = R\vec{Z}_0$; $\vec{\Omega}(S_3/R_0) = \dot{\varphi}\vec{Z}_1$.
- Pour cette opération, θ est constant. On rappelle que $\dot{\varphi} = d\varphi/dt$.

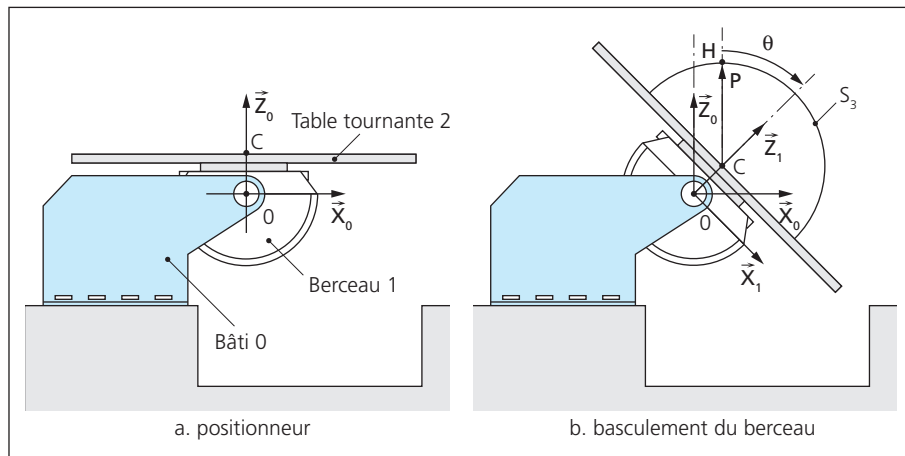


Figure E17

L'axe de la calotte S_3 est confondu avec l'axe de rotation polaire (O, \vec{Z}_1) . Le centre C de la base de l'hémisphère se trouve sur l'axe de rotation polaire.

Pour un angle de basculement θ fixe et pour un mouvement de rotation polaire continu autour de l'axe (O, \vec{Z}_1) , on note que les positions des points P du solide S_3 les plus élevés successifs coïncident avec un point fixe H de l'espace (figure E17b).

Dans ce cas de figure, il suffit de positionner la torche de soudage au point fixe H de l'espace. La potence est donc immobile durant le processus de soudage de la calotte.

Question 1. Indiquer, en quelques mots, quelle sera la trace laissée par le point H sur le solide S_3 .

Question 2. Déterminer l'expression littérale de la vitesse $\vec{V}(P \in S_3/R_0)$ du point culminant P de l'hémisphère. Dans la suite, on appellera **fond hémisphérique** l'ensemble calotte et segments. Le fond hémisphérique étant rigidement fixé sur la table, on peut considérer l'assemblage {table + fond hémisphérique} comme étant un solide unique.

L'un des paramètres important pour la qualité du joint soudé est la régularité de la vitesse d'avance de la torche par rapport aux pièces.

Question 3. On veut souder à la vitesse d'avance de 1 mètre par minute la calotte d'un fond hémisphérique de 2 mètres de diamètre $R = 1$ m. Compte tenu des dimensions de la calotte, il faut un angle de basculement θ de $+30^\circ$. Quel doit être le taux de rotation polaire $\dot{\varphi}_c(t) = \omega_c(t)$ en radian par seconde de l'ensemble {table + fond hémisphérique} ? Cette valeur particulière sera la grandeur de consigne ω_c du système asservi.

■ Étude de la fonction « Souder un joint médian » (figure E18)

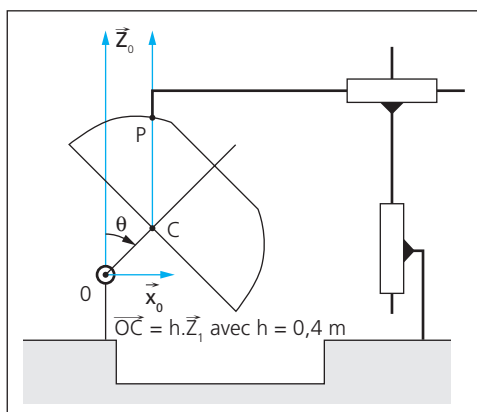


Figure E18 Schéma principe du soudage des segments d'un fond hémisphérique

La qualité de la génération continue du joint de soudure nécessite la coordination du mouvement de basculement de la table et des mouvements de translations verticale et horizontale de la potence. Les contraintes à respecter sont les suivantes :

- contrainte de positionnement de la torche au point culminant de la position en cours ;
- contrainte de vitesse relative constante entre torche et segment afin d'obtenir une vitesse constante de « dépose » du cordon de soudure.

L'objectif de la suite consiste à établir les relations liant les trois paramètres de mobilité du fait du respect de ces contraintes.

Question 4. La position du point P , point courant de soudage, dans le repère absolu, peut être définie par $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CP}$. Cette définition est vraie quel que soit l'instant t considéré. Elle est aussi celle que doit respecter l'extrémité de la torche.

12 • Porte de la Tamise – CHAPITRE 4 ET 5 (voir corrigé C12)

La figure E19 représente la structure qui permet de constituer un barrage mobile sur la Tamise afin de protéger la ville de Londres des fortes marées.

Les portes ① de section en forme de secteur circulaire s'effacent totalement dans le berceau ② en position ouverte et occupent une position verticale en position fermée.

- La porte ① a un mouvement de rotation autour de l'axe $C\vec{Z}_0$.
- Deux vérins ⑤ et ⑤', l'un travaillant en tirant, l'autre en poussant, communiquent son mouvement à la porte par l'intermédiaire des bielles ④ et ④', du levier de renvoi ③, et de la bielle ② qui agit sur la porte.
 - Le mouvement de ② par rapport à ① est une rotation d'axe $D\vec{Z}$.
 - Le mouvement de ③ par rapport à ② est une rotation d'axe $E\vec{Z}$.
 - Le mouvement de ③ par rapport à ① est une rotation d'axe $H\vec{Z}$.
 - Le mouvement de ④ par rapport à ③ est une rotation d'axe $I\vec{Z}$.
 - Le mouvement de ④ par rapport à ⑤ est une rotation d'axe $M\vec{Z}$.
 - Le mouvement de ⑤ par rapport à ① est une translation rectiligne de direction \vec{x}_0 .
- La figure E19 proposée est à l'échelle et on donne : $\{\vec{V}_{5/0}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ 5.10^{-3} \text{ m/s } \vec{x}_0 \end{array} \right\}_M$

Question. Déterminer graphiquement $\vec{V}_{D \in 1/0}$; sachant que $CD = 10,25 \text{ m}$, en déduire la fréquence de rotation de la porte 1.

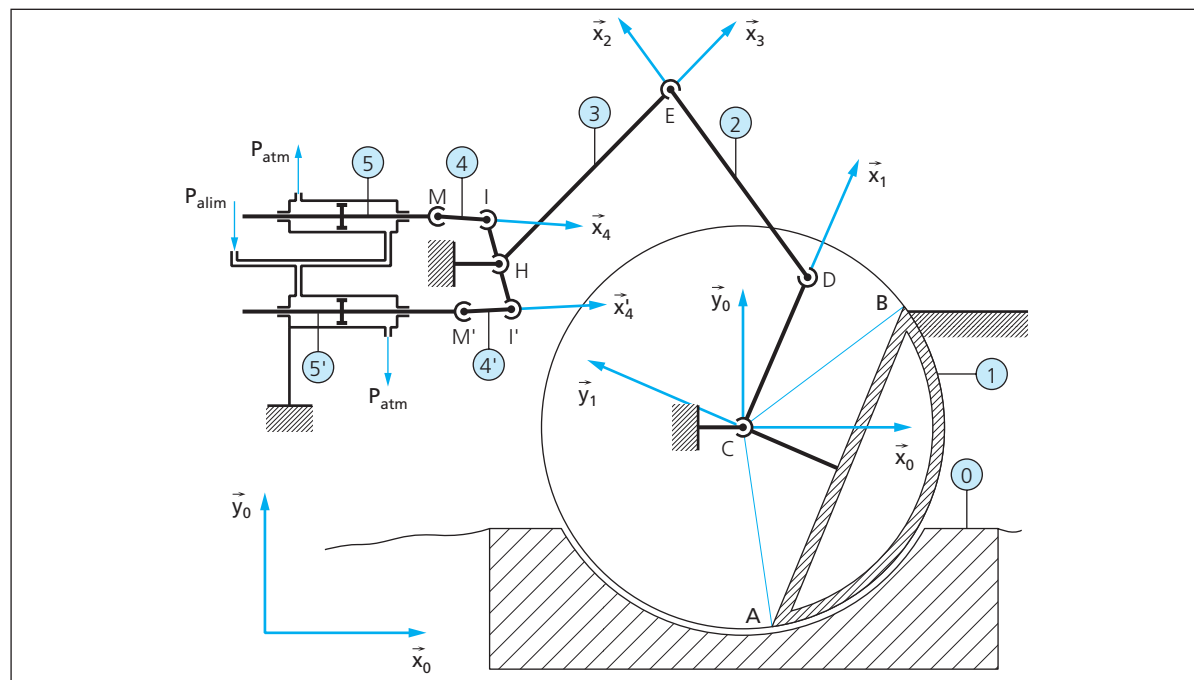


Figure E19

13 • Ascenseur (d'après Centrale Supélec MP 2004) – CHAPITRES 4 ET 5 (voir corrigé C13)

Le mouvement de translation de l'ascenseur de l'exercice 30 est commandé par le moteur et une vis de pas $p_v = 6 \cdot 10^{-3}$ m.

Question 1. Déterminer la vitesse de rotation du moteur ω en fonction de la vitesse de déplacement V de l'ascenseur.

Pour déterminer les performances minimales du moteur, on étudie la phase de montée de l'ascenseur définie par :

- 1) départ en position basse ($y = 0$ à l'instant $t = 0$) ;
- 2) mise en mouvement ascendant de l'ascenseur à accélération constante a pour atteindre la vitesse rapide $V_R = 0,15$ m/s en un temps de $0,4$ s ;
- 3) arrêt de l'ascenseur à la position $y = 0,8$ m (la phase de décélération est telle que la décélération est constante, de même module que l'accélération et sa durée égale à $0,4$ s).

Question 2. Afin d'avoir une meilleure représentation de cette phase de montée de l'ascenseur, représenter la loi d'accélération en fonction du temps ainsi que la loi de vitesse et celle du déplacement y de l'ascenseur. Indiquer les valeurs numériques : de l'accélération, de la durée de la phase d'accélération, du déplacement réalisé pendant chaque phase de déplacement à accélération constante, de la durée du déplacement à vitesse constante.

14 • Liaisons en série : rotule et pivot glissant – CHAPITRE 7 (voir corrigé C14)

Soit la chaîne de trois solides définie par le graphe de structure :

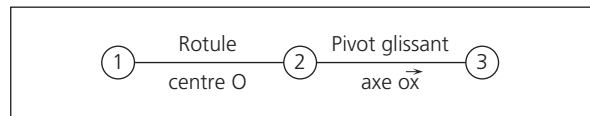


Figure E20

Question 1. Réaliser le schéma cinématique partiel.

Question 2. Quelle est la liaison globale équivalente 1/3 ?

15 • Liaisons en parallèle – liaisons rotule et sphère cylindre – CHAPITRE 7 (voir corrigé C15)

Entre deux solides S_1 et S_2 existent les liaisons suivantes :

- a) une liaison rotule de centre A : $(0, 0, 0)_{R_1}$;
- b) une liaison sphère cylindre de centre B : $(50, 0, 0)_{R_1}$ et d'axe $B \vec{x}_1$.

Remarque. le repère R_1 ($A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1$) est lié à S_1 .

Question 1. Réaliser le graphe de structure et le schéma d'architecture de la liaison.

Question 2. Quelle est la liaison globale équivalente entre les deux solides S_1 et S_2 ?

16 • Commandes des gouvernes d'un drone (d'après Mines Pont PSI 2010) – CHAPITRE 7 (voir corrigé C16)

Les exercices 3 et 59 présentent un drone. On s'intéresse ici au mécanisme des gouvernes. Ce mécanisme de commande est décrit figure E21.

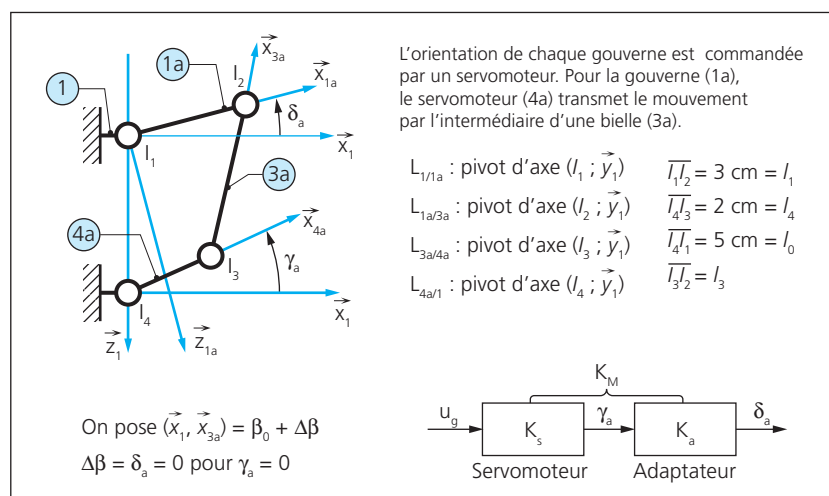


Figure E21 Modélisation du mécanisme de commande des gouvernes

Question. En précisant clairement la démarche utilisée, déterminer le gain K_a correspondant à la linéarisation de la fonction $\delta_a = f(\gamma_a)$ autour de $\gamma_a = 0$. (On aura une démarche graphique ou analytique.)

17 • Compresseur – CHAPITRE 7 (voir corrigé C17)

La figure E22 représente le schéma cinématique d'un compresseur utilisé dans la climatisation des véhicules.

Les surfaces S_1 et S_2 sont deux surfaces tronconiques d'angle au sommet $(\pi - \alpha)$ qui à tout instant roulent sans glisser le long de leur génératrice commune $O\vec{\Omega}$ (elles sont matérialisées par des pignons coniques et forment un engrenage conique).

La rotation continue du plateau 2 entraîne le mouvement oscillant du plateau 3 et le mouvement de translation rectiligne alternatif du piston 13 par l'intermédiaire de la bielle 14. Le mécanisme comporte sept pistons, un seul est représenté. La liaison 2-3 est une liaison appui plan.

Repères et paramétrage utilisés :

$(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ repère lié au corps 1.

$(O, \vec{x}_1, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ et $(O, \vec{n}_2, \vec{v}_2, \vec{z}_2)$ repères liés au plateau came 2.

$(\vec{y}_1, \vec{y}_2) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2) = \theta$; $(\vec{x}_2, \vec{n}_2) = (\vec{y}_2, \vec{v}_2) = \alpha$ angle constant.

$(O, \vec{n}_2, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ repère lié au plateau oscillant 3. $(\vec{v}_2, \vec{y}_3) = (\vec{z}_2, \vec{z}_3) = \varphi$.

La géométrie est telle que $O\vec{\Omega}$ appartient au plan $(O, \vec{x}_1, \vec{n}_2, \vec{v}_2, \vec{y}_2)$ (figure E23).

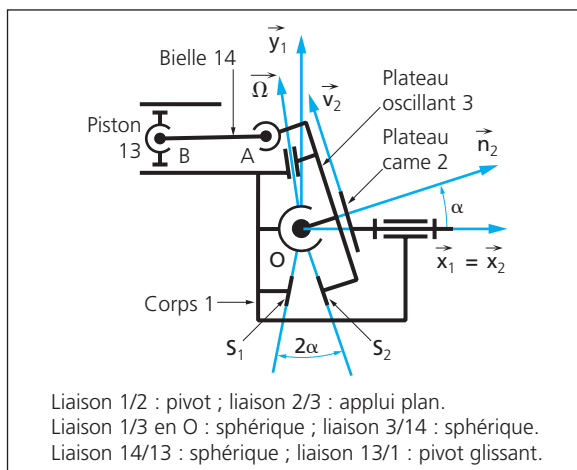


Figure E22

Liaison 1/2 : pivot ; liaison 2/3 : appui plan.
Liaison 1/3 en O : sphérique ; liaison 3/14 : sphérique.
Liaison 14/13 : sphérique ; liaison 13/1 : pivot glissant.

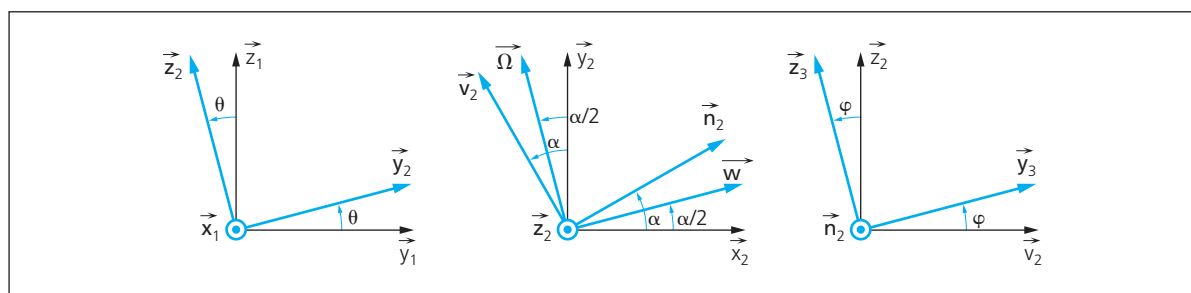


Figure E23

On pose : $\vec{\Omega}_{3/1} = \omega_{3/1} \vec{\Omega}$.

Question 1. En considérant la fermeture de la boucle cinématique ① ② ③ ①, écrire la relation entre $\vec{\Omega}_{3/1}$, $\vec{\Omega}_{3/2}$, $\vec{\Omega}_{2/1}$.

Question 2. En projetant la relation précédente sur \vec{v}_2 , trouver la relation entre $\omega_{3/1}$ et $\dot{\theta}$.

Question 3. En projetant la relation précédente sur \vec{w} , trouver la relation entre $\dot{\theta}$ et $\dot{\varphi}$.

18 • Arbre de transmission – CHAPITRE 15 ET 16 (voir corrigé C18)

Un arbre de transmission est guidé par deux roulements M et N réalisant une liaison sphérique et une liaison sphère cylindre suivant la figure E24. À la sortie est appliqué un couple $-C\vec{x}$ avec $C = 2\,200\text{ mN}$.

La denture conique est telle que $R = 0,77\,T$, $A = 0,119\,T$, où T est l'effort tangentiel, R l'effort radial et A l'effort axial.

Question. Déterminer les actions aux paliers M et N.

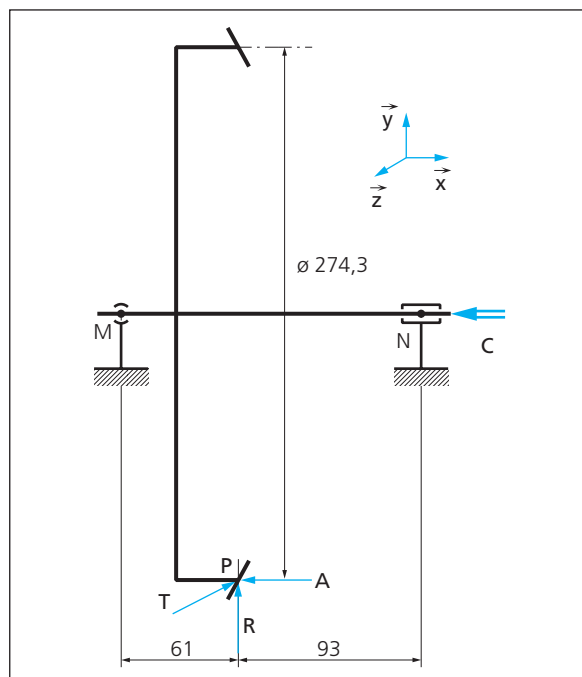


Figure E24

19 • Étude statique d'un mécanisme de transformation de mouvement (d'après sujet ENS) – CHAPITRE 15 ET 16 (voir corrigé C19)

On souhaite réaliser l'étude statique d'un mécanisme de transformation de mouvement comportant les solides S_2 , S_4 , S_5 (figure E25).

Le solide S_5 est soumis à la charge \vec{F} et la vis S_4 est soumise à un couple $C\vec{z}_2$.

Notation : le torseur des efforts transmissibles par la liaison α_{ij} du solide S_i sur le solide S_j a pour composantes :

$$\{\mathcal{F}_{ij}\} = \begin{Bmatrix} X_{ij} & L_{ij} \\ Y_{ij} & M_{ij} \\ Z_{ij} & N_{ij} \end{Bmatrix}_{(C, \vec{x}_k, \vec{y}_k, \vec{z}_k)}$$

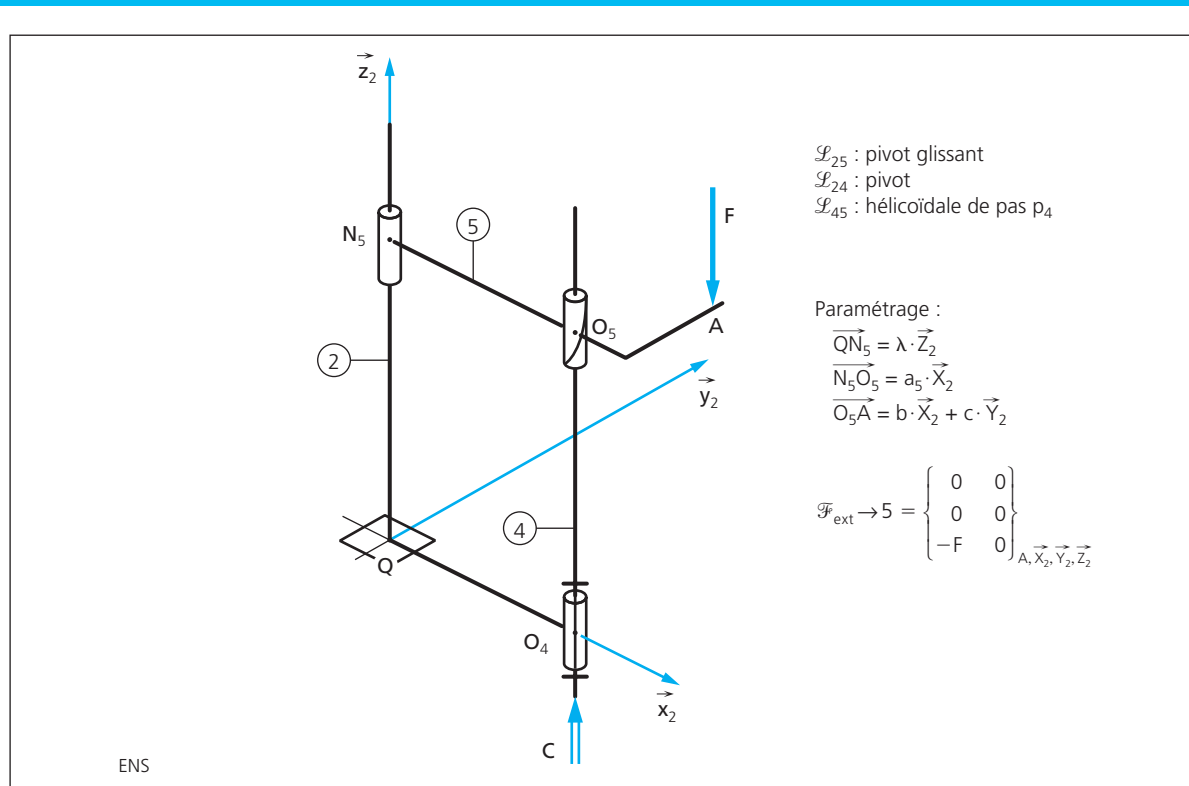


Figure E25 Schéma cinématique de la chaîne fermée de solides S_4, S_2, S_5, S_4

Question 1. Préciser le torseur transmissible par chaque liaison.

Question 2. Écrire les équations traduisant l'équilibre des solides ④ et ⑤.

Question 3. Déterminer la relation liant F et C .

Question 4. Combien et quelles inconnues de liaison sont surabondantes pour pouvoir résoudre le système de la question 2.

20 • Équilibre d'une balance – CHAPITRE 15 ET 16 (voir corrigé C20)

Le schéma (figure E26) représente une balance. L'ensemble étant équilibré par un courant parcourant la bobine et générant une action mécanique $F_0 \vec{y}$ sur le noyau ⑤, lorsque l'on pose une charge \vec{P} : $\vec{P} = -P\vec{y}$ sur le plateau de la pièce ①, on modifie le courant parcourant la bobine de manière à créer une action mécanique $\vec{F}_0 + \vec{F}$ sur le noyau ⑤, permettant de retrouver la situation d'équilibre initiale. Déterminer la relation entre F , P , a et b .

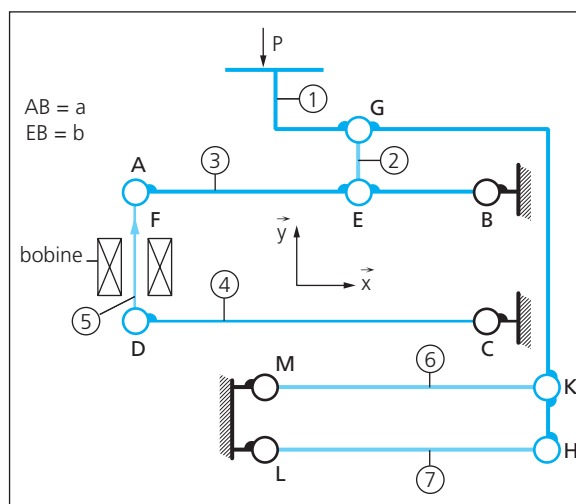


Figure E26