Programme de mathématiques – 1re STMG

Feuilles automatisées de calcul

Par commodité, sont regroupés ici les contenus relatifs aux feuilles automatisées de calcul. Cette partie du programme ne fait pas l'objet d'un enseignement spécifique, mais est exploitée en contexte tout au long de l'année dans les divers champs du programme.

L'objectif est que l'élève utilise de façon autonome et réfléchie le tableur et la calculatrice.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Étude et représentation de séries statistiques, de suites et de fonctions numériques à l'aide d'un tableur ou d'une calculatrice.	• Choisir la représentation la plus adaptée à une situation donnée : tableau, graphique, etc. • Utiliser un adressage absolu ou relatif. • Mettre en œuvre des fonctions du tableur (mathématiques, logiques, statistiques) en liaison avec les différentes parties du programme. • Construire un tableau croisé d'effectifs ou de fréquences ; interpréter le tableau obtenu en divisant chaque cellule par la somme de toutes les cellules, ou par la somme des cellules de la même ligne ou colonne.	Les enseignements technologiques offrent de nombreux exemples. Le tableur trouve sa place dans les diverses étapes de l'activité mathématique : investigation, modélisation, présentation des résultats.

Information chiffrée

Cette partie est organisée autour des objectifs suivants :
- Différencier l'expression d'une proportion de celle d'une variation relative.
- Conforter les méthodes déjà rencontrées à l'aide de situations variées relevant par exemple d'un contexte d'économie-gestion ou du traitement d'informations chiffrées fournies par les médias.
- Acquérir une pratique aisée de techniques élémentaires de calcul sur les pourcentages.
- Développer une attitude critique vis-à-vis des informations chiffrées.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Proportion Proportion d'une sous-population dans une population.	• Connaître et exploiter la relation entre effectifs et proportion. • Associer proportion et pourcentage.	Exemples : taux d'activité, taux de chômage, part de marché, cote de popularité. L'importance de la population de référence est soulignée.
Union et intersection de sous-populations.	• Pour deux sous-populations A et B d'une population E, relier les proportions de A, de B, de $A \cup B$ et de $A \cap B$.	On peut étendre l'étude à plusieurs sous-populations disjointes deux à deux ; observer que pour une partition la somme des fréquences vaut 1.
Inclusion.	• Connaître et exploiter la relation entre proportion de A dans B, de B dans E et de A dans E, lorsque $A \subset B$ et $B \subset E$. • Représenter des situations par des tableaux ou des arbres pondérés.	La notion de fréquence marginale est rencontrée mais ce vocabulaire n'est pas exigible.
Évolution Taux d'évolution. Variation absolue, variation relative.	• Connaître et exploiter les relations $t = \frac{y_2 - y_1}{y_1}$ et $y_2 = (1+t)y_1$. • Distinguer si un pourcentage exprime une proportion ou une évolution.	Exemples : taux de croissance annuel du PIB, taux d'inflation, taux de TVA, taux d'intérêt. Les évolutions peuvent également être formulées en termes d'indices. Il est possible d'évoquer le « point de pourcentage » traduisant la variation absolue d'une quantité elle-même exprimée en pourcentage.
Évolutions successives. Évolution réciproque.	• Connaissant deux taux d'évolution successifs, déterminer le taux d'évolution global. • Connaissant un taux d'évolution, déterminer le taux d'évolution réciproque.	Les situations d'évolutions successives ou d'évolution réciproque conduisent les élèves à s'approprier le coefficient multiplicateur comme outil efficace de résolution de problèmes. Il s'agit uniquement de traiter des exemples numériques, notamment de capitalisation ou d'actualisation.

Suites et fonctions

Objectifs

- Découvrir la notion de suite numérique et différents modes de génération.
- Connaître la définition par récurrence des suites arithmétiques et géométriques.
- Approfondir la connaissance des fonctions polynômes de degré deux, et enrichir l'ensemble des fonctions mobilisables en vue de la résolution de problèmes.
- Utiliser la fonction dérivée des fonctions polynômes de degré 2 ou 3, comme fonction déduite de la fonction étudiée.
- Utiliser suites et fonctions dans le cadre de résolutions de problèmes, en lien avec les enseignements technologiques.
- Utiliser de façon complémentaire les différents outils de calcul et de représentation (à la main, à la calculatrice, au tableur, etc.) et l'algorithmique.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Suites Modes de génération d'une suite numérique. Sens de variation. Définition par récurrence des suites arithmétiques et des suites géométriques.	• Modéliser et étudier une situation simple à l'aide de suites. ◇ Mettre en œuvre un algorithme ou utiliser un tableur pour obtenir une liste de termes d'une suite, calculer un terme de rang donné. • Réaliser et exploiter une représentation graphique des termes d'une suite. • Déterminer le sens de variation des suites arithmétiques et des suites géométriques, à l'aide de la raison.	Il est important de varier les outils et les approches. ◇ L'utilisation du tableur et la mise en œuvre d'algorithmes sont l'occasion d'étudier et de représenter en particulier des suites définies par une relation de récurrence (calcul des termes, variations). L'expression du terme général d'une suite arithmétique ou géométrique est au programme de terminale afin de privilégier l'approche algorithmique en première. On se limite aux suites géométriques à termes strictement positifs.
Second degré Fonction polynôme de degré deux. Équation du second degré, discriminant. Signe du trinôme.	• Résoudre une équation ou une inéquation du second degré. • Mobiliser les résultats sur le second degré dans le cadre de la résolution d'un problème.	On évitera toute technicité excessive. Il s'agit de consolider et d'étendre les connaissances acquises en seconde sur les fonctions du second degré. La mise sous forme canonique n'est pas un attendu du programme. ◇ Des activités algorithmiques peuvent être réalisées dans ce cadre.
Dérivation Fonction dérivée d'une fonction polynôme de degré 2. Application : étude des variations de la fonction. Application : nombre dérivé, tangente.	• Déterminer l'expression de la fonction dérivée d'une fonction polynôme du second degré. • Utiliser le signe de la fonction dérivée pour retrouver les variations du trinôme et pour déterminer son extremum. • Calculer le nombre dérivé et l'identifier au coefficient directeur de la tangente. • Déterminer une équation de la tangente en un point du graphe d'une fonction trinôme du second degré. • Tracer une tangente.	La fonction dérivée, pour le degré 2 comme le degré 3, est définie par son expression formelle obtenue à partir de la fonction étudiée. Aucun développement théorique sur son existence n'est attendu. On admet le lien entre le signe de la fonction dérivée et les variations de la fonction étudiée. La tangente en un point K d'abscisse x_K est définie comme la droite passant par K de coefficient directeur $f'(x_K)$.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Fonction dérivée d'une fonction polynôme de degré 3. Application à l'étude des variations de la fonction.	• Déterminer l'expression de la fonction dérivée d'une fonction polynôme de degré 3. • Dans le cadre d'une résolution de problème, utiliser le signe de la fonction dérivée pour déterminer les variations d'une fonction polynôme de degré 3.	On pourra commencer par conjecturer les variations d'une fonction polynôme de degré 3 à l'aide de la calculatrice graphique ou du tableur. Cette partie du programme se prête particulièrement à l'étude de situations issues des autres disciplines (résolutions graphiques ou numériques d'équations et d'inéquations, problèmes d'optimisation, etc.).

Statistique et probabilités

Objectifs

• Approfondir, par l'introduction de l'écart type, le travail entrepris en statistique au collège et en seconde.
• Résumer une série statistique par les couples moyenne/écart type et médiane/écart interquartile et interpréter ces résultats.
• Dans le domaine des probabilités, découvrir et utiliser un premier exemple de loi discrète : la loi binomiale.
• Utiliser cette notion pour poursuivre la formation dans le domaine de l'échantillonnage.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Statistique Caractéristiques de dispersion : écart type, écart interquartile. Diagramme en boîte.	• Utiliser de façon appropriée les deux couples usuels qui permettent de résumer une série statistique : (moyenne, écart type) et (médiane, écart interquartile). • Rédiger l'interprétation d'un résultat ou l'analyse d'un graphique. • Étudier une série statistique ou mener une comparaison pertinente de deux séries statistiques à l'aide d'un tableur ou d'une calculatrice.	L'expression de l'écart type n'est pas un attendu du programme. Sa détermination est faite avec le tableur ou la calculatrice. Des travaux réalisés à l'aide d'un logiciel permettent de faire observer des exemples d'effets de structure lors du calcul de moyennes.
Probabilités Schéma de Bernoulli.	• Représenter un schéma de Bernoulli par un arbre pondéré. ◇ Simuler un schéma de Bernoulli à l'aide d'un tableur ou d'un algorithme.	Pour la répétition d'expériences identiques et indépendantes, la probabilité d'une liste de résultats est le produit des probabilités de chaque résultat. La notion de probabilité conditionnelle est hors programme.
Variable aléatoire associée au nombre de succès dans un schéma de Bernoulli.	• Connaître et utiliser les notations $\{X = k\}$, $\{X < k\}$, $P(X = k)$, $P(X < k)$.	Aucun développement théorique à propos de la notion de variable aléatoire n'est attendu.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Loi binomiale Loi binomiale $B(n, p)$.	• Reconnaître des situations relevant de la loi binomiale et en identifier les paramètres.	La notion de factorielle, les coefficients binomiaux et l'expression générale de $P(X = k)$ ne sont pas des attendus du programme. Pour introduire la loi binomiale, la représentation à l'aide d'un arbre est privilégiée : il s'agit ici d'installer une représentation mentale efficace. Pour $n \leq 4$, on peut ainsi dénombrer les chemins de l'arbre réalisant k succès pour n répétitions et calculer la probabilité d'obtenir k succès. ◇ On peut simuler la loi binomiale avec un algorithme.
	• Calculer une probabilité dans le cadre de la loi binomiale à l'aide de la calculatrice ou du tableur. • Représenter graphiquement la loi binomiale par un diagramme en bâtons.	Après cette mise en place, on utilise un tableur ou une calculatrice pour calculer directement des probabilités et représenter graphiquement la loi binomiale.
Espérance de la loi binomiale.	• Déterminer l'espérance de la loi binomiale. • Interpréter l'espérance comme valeur moyenne dans le cas d'un grand nombre de répétitions.	On admet l'expression de l'espérance de la loi binomiale. L'espérance peut être conjecturée ou illustrée à l'aide de simulations.
Échantillonnage et prise de décision Intervalle de fluctuation d'une fréquence. Prise de décision.	• Déterminer à l'aide de la loi binomiale un intervalle de fluctuation, à environ 95 %, d'une fréquence. • Exploiter un tel intervalle pour rejeter ou non une hypothèse sur une proportion.	◇ L'intervalle de fluctuation peut être déterminé à l'aide d'un algorithme ou d'un tableur. Le vocabulaire des tests (test d'hypothèse, hypothèse nulle, risque de première espèce) est hors programme.

Feuilles automatisées de calcul

Comme en classe de première, l'utilisation des feuilles automatisées de calcul ne doit pas être l'objet d'un enseignement spécifique. Des activités régulières sur tableur, dans les divers champs du programme, permettent de consolider et d'enrichir les compétences acquises antérieurement.

Information chiffrée

Objectif

Consolider les acquis sur les notions de proportion et d'évolution en introduisant la notion d'indice en base 100, et la notion de taux d'évolution moyen.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Indice simple en base 100.	• Passer de l'indice au taux d'évolution, et réciproquement.	Le calcul d'un indice synthétique, comme par exemple l'indice des prix, n'est pas au programme.
Racine n-ième d'un réel positif. Notation $a^{1/n}$.	• Déterminer avec une calculatrice ou un tableur la solution positive de l'équation $x^n = a$, lorsque a est un réel positif.	La notation $\sqrt[n]{}$ n'est pas exigible.
Taux d'évolution moyen.	Trouver le taux moyen connaissant le taux global.	Exemple : taux mensuel équivalent à un taux annuel.

Suites et fonctions

Objectifs

- Approfondir les connaissances sur les suites arithmétiques et géométriques.
- Étendre l'étude de la dérivation au cas des fonctions polynômes ou rationnelles.
- Consolider l'utilisation des fonctions dans le cadre de résolutions de problèmes, en lien avec les enseignements technologiques.
- Utiliser de façon complémentaire les différents outils de calcul et de représentation (à la main, à la calculatrice, au tableur, etc.) et l'algorithmique.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Suites arithmétiques et géométriques Expression du terme général.	• Écrire le terme général d'une suite arithmétique ou géométrique définie par son premier terme et sa raison. ◇ Calculer avec la calculatrice ou le tableur la somme de n termes consécutifs (ou des n premiers termes) d'une suite arithmétique ou géométrique.	Pour les suites géométriques, on se limite aux suites à termes strictement positifs. Pour certaines résolutions, le tableur est indispensable. L'expression de la somme de n termes consécutifs n'est pas un attendu du programme. Exemples : emprunt à annuités constantes, valeur actuelle d'une suite d'annuités constantes.
Comparaison de suites.	• Dans le cadre de résolution de problèmes, comparer deux suites géométriques, une suite géométrique et une suite arithmétique.	Exemples : intérêts simples, intérêts composés ; taux équivalent, taux proportionnel

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Dérivation Fonction dérivée de $x \mapsto x^n$ et de $x \mapsto \frac{1}{x}$.	• Connaître la fonction dérivée de $x \mapsto x^n$ et de $x \mapsto \frac{1}{x}$.	L'étude des ensembles de définition et de dérivation n'est pas un objectif du programme.
Fonction dérivée d'une somme, d'un produit par une constante, d'un quotient de fonctions. Application à l'étude des variations des fonctions.	Dans le cadre d'une résolution de problème : • déterminer la fonction dérivée d'une fonction polynôme ou rationnelle ; • étudier les variations et les extremums d'une fonction à partir du signe de sa fonction dérivée ; • déterminer une équation de la tangente en un point d'une courbe représentative ; tracer cette tangente.	On se limite à des fonctions simples. Cette partie du programme se prête particulièrement à l'étude de situations issues des autres disciplines (résolutions graphiques ou numériques d'équations et d'inéquations, problèmes d'optimisation, etc.)

Statistique et probabilités

Objectifs

- Consolider les acquis de la classe de première sur la statistique à une variable.
- Découvrir quelques notions sur la statistique à deux variables et la problématique de l'ajustement.
- Découvrir la notion de conditionnement.
- Dans le domaine des probabilités, donner une première approche d'un exemple de loi continue : la loi normale.
- Consolider les connaissances acquises dans le domaine de l'échantillonnage et aborder l'estimation par la détermination d'un intervalle de confiance pour une proportion.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Statistique descriptive à deux variables Étude de séries de données statistiques quantitatives à deux variables. Nuage de points.	• Représenter graphiquement un nuage de points associé à une série statistique à deux variables.	On accompagne ce travail d'un entretien des capacités sur les statistiques à une variable de la classe de première.
Ajustement affine.	• Trouver une fonction affine qui exprime de façon approchée y en fonction de x. • Utiliser un ajustement affine pour interpoler ou extrapoler.	L'ajustement affine est réalisé graphiquement ou par la méthode des moindres carrés à l'aide de la calculatrice ou du tableur. Aucun développement théorique n'est attendu. D'autres types d'ajustement peuvent être rencontrés dans des exemples
Conditionnement Conditionnement par un événement de probabilité non nulle. Notation $P_A(B)$.	• Construire un arbre pondéré en lien avec une situation donnée. • Exploiter la lecture d'un arbre pondéré pour déterminer des probabilités. • Calculer la probabilité d'un événement connaissant ses probabilités conditionnelles relatives à une partition de l'univers.	On représente une situation à l'aide d'un arbre pondéré ou d'un tableau. Un arbre pondéré correctement construit constitue une preuve. Le vocabulaire lié à la formule des probabilités totales n'est pas un attendu du programme, mais la mise en œuvre de cette formule doit être maîtrisée. Cette partie du programme se prête particulièrement à l'étude de situations concrètes.

11918_09_Programme.indd 285 29/02/12 13:26

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Loi normale Loi normale d'espérance μ et d'écart type σ.	• Utiliser une calculatrice ou un tableur pour calculer une probabilité dans le cadre d'une loi normale.	La loi normale peut être introduite à partir de l'observation, à l'aide d'un logiciel, de la loi binomiale. Les élèves doivent connaître l'allure de la courbe de densité, ainsi que sa symétrie. L'expression de la densité de la loi normale n'est pas un attendu du programme. Des exemples issus des autres disciplines montrent que la loi normale permet de modéliser des situations concrètes.
Intervalle de fluctuation d'une variable aléatoire suivant une loi normale.	• Connaître et interpréter graphiquement une valeur approchée de la probabilité de l'événement $\{X \in [\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]\}$ lorsque X suit la loi normale d'espérance μ et d'écart type σ.	On fait ainsi percevoir l'information apportée par la valeur de l'écart type. Seul l'intervalle de fluctuation « 2σ » au seuil approximatif de 95 % est un attendu. L'intervalle « 1,96 σ » ainsi que des exemples d'autres seuils peuvent être mentionnés.
Échantillonnage et prise de décision Intervalle de fluctuation d'une fréquence.	• Connaître un intervalle de fluctuation à au moins 95 % d'une fréquence d'un échantillon de taille n : $\left[p-\frac{1}{\sqrt{n}}, p+\frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ lorsque la proportion p dans la population est connue.	On peut faire observer qu'en approchant la loi binomiale par la loi normale de même espérance et d'écart type $\sqrt{p(1-p)n}$, on est conduit à l'intervalle $\left[p-1{,}96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}, p+1{,}96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\right]$ qui est inclus dans $\left[p-\frac{1}{\sqrt{n}}, p+\frac{1}{\sqrt{n}}\right]$.
Prise de décision.	• Exploiter un tel intervalle pour rejeter ou non une hypothèse sur une proportion.	Le vocabulaire des tests (test d'hypothèse, hypothèse nulle, risque de première espèce) est hors programme.
Estimation Intervalle de confiance d'une proportion.	• Estimer une proportion inconnue par l'intervalle $\left[f-\frac{1}{\sqrt{n}}, f+\frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ où f est la fréquence obtenue sur un échantillon de taille n.	Cet intervalle contient la proportion dans au moins 95 % des cas pour n grand, ce qui peut être illustré par simulation. La notion de niveau de confiance ne fait pas l'objet de développements.

Rappel des objectifs pour le lycée (algorithmique, raisonnement)

Algorithmique

En seconde, les élèves ont conçu et mis en œuvre quelques algorithmes. Cette formation se poursuit tout au long du cycle terminal.

Dans le cadre de cette activité algorithmique, les élèves sont entraînés à :
• décrire certains algorithmes en langage naturel ou dans un langage symbolique ;
• en réaliser quelques-uns à l'aide d'un tableur ou d'un programme sur calculatrice ou avec un logiciel adapté ;
• interpréter des algorithmes plus complexes.

Aucun langage, aucun logiciel n'est imposé.

L'algorithmique a une place naturelle dans tous les champs des mathématiques et les problèmes posés doivent être en relation avec les autres parties du programme mais aussi avec les autres disciplines ou le traitement de problèmes concrets.

Les exigences doivent être modestes et conformes à l'esprit de la filière.

À l'occasion de l'écriture d'algorithmes et de programmes, il convient de donner aux élèves de bonnes habitudes de rigueur et de les entraîner aux pratiques systématiques de vérification et de contrôle.

Instructions élémentaires (affectation, calcul, entrée, sortie) Les élèves, dans le cadre d'une résolution de problèmes, doivent être capables : • d'écrire une formule permettant un calcul ; • d'écrire un programme calculant et donnant la valeur d'une fonction, ainsi que les instructions d'entrées et sorties nécessaires au traitement.
Boucle et itérateur, instruction conditionnelle Les élèves, dans le cadre d'une résolution de problèmes, doivent être capables de : • programmer un calcul itératif, le nombre d'itérations étant donné ; • programmer une instruction conditionnelle, un calcul itératif, avec une fin de boucle conditionnelle.

Notations et raisonnement mathématiques

Cette rubrique, consacrée à l'apprentissage des notations mathématiques et à la logique, ne doit pas faire l'objet de séances de cours spécifiques mais doit être illustrée durant tout le cycle terminal.

Les exigences doivent être modestes et conformes à l'esprit de la filière.

Notations mathématiques Les élèves doivent connaître les notions d'élément d'un ensemble, de sous-ensemble, d'appartenance et d'inclusion, de réunion, d'intersection et de complémentaire et savoir utiliser les symboles de base correspondants : $\in$, $\subset$, $\cup$, $\cap$ ainsi que la notation des ensembles de nombres et des intervalles. Pour le complémentaire d'un ensemble A, on utilise la notation des probabilités $\overline{A}$.
Pour ce qui concerne le raisonnement logique, les élèves sont entraînés sur des exemples à : • utiliser correctement les connecteurs logiques « et », « ou » et à distinguer leur sens des sens courants de « et », « ou » dans le langage usuel ; • utiliser à bon escient les quantificateurs universel, existentiel (les symboles $\forall$, $\exists$ ne sont pas exigibles) et à repérer les quantifications implicites dans certaines propositions et, particulièrement, dans les propositions conditionnelles ; • distinguer, dans le cas d'une proposition conditionnelle, la proposition directe, sa réciproque, sa contraposée et sa négation ; • utiliser à bon escient les expressions « condition nécessaire », « condition suffisante » ; • formuler la négation d'une proposition ; • utiliser un contre-exemple pour infirmer une proposition universelle ; • reconnaître et utiliser des types de raisonnement spécifiques : raisonnement par disjonction des cas, recours à la contraposée, raisonnement par l'absurde.