

LES NOUVEAUX  
CAHIERS

# Mathématiques

## Groupement C

### CORRIGÉ

2 Évaluations formatives

2 Évaluations Vers le CCF BEP

Bac  
Pro 1<sup>re</sup>

Sous la direction de  
G. Barussaud

I. Baudet, L. Breitbach  
L. Druel-Lefebvre  
P. Dutarte, D. Laurent



LES NOUVEAUX  
CAHIERS

# Mathématiques

## Groupement C

Bac  
Pro 1<sup>re</sup>

2 Évaluations formatives

2 Évaluations Vers le CCF BEP

Sous la direction de  
G. Barussaud

I. Baudet, L. Breitbach  
L. Druel-Lefebvre  
P. Dutarte, D. Laurent

# CORRIGÉ

**Recherche iconographique**

Anne-Marie Bonura

**Conception graphique**

Primo&Primo

**Composition, schémas et infographies**

Lasergraphie

**Crédits photographiques**

P. 12, 16, 17, 18d, 33, 47, 48, 50, 53, 63, 64, 71, 80, 82, 96, 97, 98, 111 : © Phovoir ; p. 19, 35, 51, 67, 83, 99, 113, 129, 130, 133, 135, 137, 141, 143 : © Matton ; p. 7 : © Pascal Sittler/Rea ; p. 9 : © Walter Geiersperger/age footstock/Hoa-Qui/Eyedeia ; p. 18g : © Aflo Foto/Photononstop ; p. 19 : © Valenco/Sipa ; p. 48 : © Pouzet/sipa (d) ; p. 55 : © Richard Damoret/Rea ; p. 66 : © Richard Damoret/Rea ; p.69 : © P. Deliss/Godong/Corbis ; p. 81 : © Scott Suchman/Imagestate/GHFP/Eyedeia ; p. 112 : © The Brideman Art Library.

ISBN 978-2-216-13437-3

Toute reproduction ou représentation intégrale ou partielle, par quelque procédé que ce soit, des pages publiées dans le présent ouvrage, faite sans autorisation de l'éditeur ou du Centre français d'exploitation du Droit de copie (20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris), est illicite et constitue une contrefaçon. Seules sont autorisées, d'une part, les reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective, et d'autre part, les analyses et courtes citations justifiées par le caractère scientifique ou d'information de l'œuvre dans laquelle elles sont incorporées (Loi du 1<sup>er</sup> juillet 1992 - art. 40 et 41 et Code pénal - art. 425).

# Sommaire

## 1. Indicateurs statistiques

Fiche 1	Moyenne et écart type	5
Fiche 2	Moyenne et écart interquartile	7
Fiche 3	J'utilise un logiciel (tableur)	9
Exercices et problèmes		12
Je me teste 1		15

## 2. Fonctions de référence et opérations

Fiche 4	Fonctions de référence	17
Fiche 5	Opérations avec les fonctions	19
Fiche 6	J'utilise un logiciel (GeoGebra et tableur)	21
Exercices et problèmes		23
Je me teste 2		28

## 3. Fonctions du second degré

Fiche 7	Paraboles	29
Fiche 8	Sens de variation d'une fonction du second degré	31
Fiche 9	J'utilise une calculatrice graphique – J'utilise un logiciel (GeoGebra)	33
Exercices et problèmes		35
Je me teste 3		40

## 4. Suites numériques

Fiche 10	Suites numériques	41
Fiche 11	Représentation de suites numériques	43
Fiche 12	J'utilise un logiciel (tableur) – J'utilise une calculatrice graphique	45
Exercices et problèmes		48
Je me teste 4		54

## 5. Fluctuation d'une fréquence

Fiche 13	Distribution d'échantillonnage	55
Fiche 14	Intervalle de fluctuation à 95 %	57
Fiche 15	J'utilise un logiciel (tableur)	59
Exercices et problèmes		61
Je me teste 5		63

## 6. Résolution graphique

Fiche 16	Signe d'une fonction	65
Fiche 17	Comparaison de fonctions	67
Fiche 18	J'utilise un logiciel (tableur) – J'utilise une calculatrice graphique	69
Exercices et problèmes		71
Je me teste 6		75

## 7. Équation du 2<sup>nd</sup> degré – Signe du polynôme $ax^2 + bx + c$

Fiche 19	Résolution d'une équation du 2 <sup>nd</sup> degré	77
Fiche 20	Signe du polynôme $ax^2 + bx + c$ ( $a \neq 0$ )	79
Fiche 21	J'utilise un logiciel (GeoGebra) – J'utilise une calculatrice graphique	81
Exercices et problèmes		83
Je me teste 7		87

## 8. Tangente à une courbe – Nombre dérivé

Fiche 22	Introduction à l'approximation affine	89
Fiche 23	Tangente et nombre dérivé	91
Fiche 24	J'utilise un logiciel (tableur) – J'utilise un logiciel (GeoGebra)	93
Exercices et problèmes		95
Je me teste 8		98
Évaluation vers le CCF BEP 1 : Vérifier son taux de sucre		99
Évaluation vers le CCF BEP 2 : Stocker des marchandises		101
Évaluation vers le CCF BEP 3 : Contrôler la qualité		103
Évaluation formative 4 : S'envoler très haut pour aller très loin		107



Vie économique et professionnelle



Développement durable



Prévention, santé et sécurité



Vie sociale et loisirs



Évolution des sciences et techniques



## Moyenne et écart type

(Livre élève pages 7 et 8)

## 1 Résumer par moyenne et écart type

## Quels repères pour les ventes ?

Le directeur d'une chaîne de magasins d'électronique a enregistré le nombre d'ordinateurs vendus chaque semaine, pour 20 mois consécutifs, selon le tableau suivant.

Rang de la semaine	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de ventes	267	264	263	262	259	267	267	265	265	269

Rang de la semaine	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Nombre de ventes	264	261	262	265	264	265	264	266	259	264



## 1. Détermination de la moyenne et de l'écart type à l'aide de la calculatrice

Entrer les données dans la calculatrice, puis afficher l'écran des statistiques à une variable.

L'affichage obtenu doit être semblable à celui de l'image ci-contre.

a. Quel est le nombre de ventes moyen (arrondir à l'unité) ? 264 ventes.....

b. L'écart type correspond à la lettre grecque  $\sigma$  (sigma).

Quelle est la valeur, à  $10^{-1}$  près, de l'écart type fourni par la calculatrice ?  $\sigma \approx 2,5$  ventes.....

```
1-Var Stats
x=264.1
Σx=5282
Σx²=1395104
Sx=2.593514178
σx=2.527844932
n=20
```



Selon les calculatrices, l'écart type est noté  $\sigma x$  ou  $\sigma n$ .

## 2. Interprétation des résultats

Le graphique suivant visualise le nombre de ventes d'ordinateurs. On prend  $\bar{x} = 264$  et  $\sigma = 2,5$ .

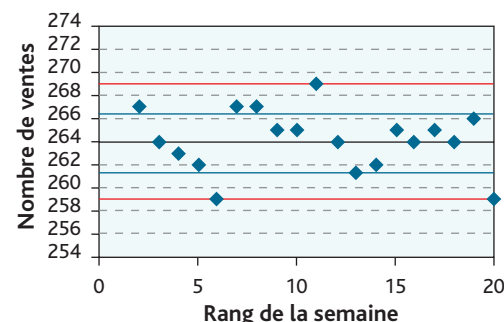
a. Pourquoi peut-on dire que le nombre de vente moyen est un indicateur de tendance centrale ?

La ligne correspondante est située au centre du nuage de points.....

La moyenne est un indicateur de tendance centrale.

b. À quel indicateur correspond l'écart vertical entre la droite noire centrale et les deux droites bleues ? À l'écart type  $\sigma$ .....

c. Quel est le pourcentage des données situées entre les deux lignes bleues ? 14 données, c'est-à-dire  $\frac{14}{20} \times 100 = 70\%$ .....



L'écart type est un indicateur de dispersion associé à la moyenne.

d. À quel intervalle, exprimé à l'aide de  $\bar{x}$  et  $\sigma$ , correspondent les deux droites rouges ?

Les deux droites rouges correspondent à l'intervalle  $[\bar{x} - 2\sigma ; \bar{x} + 2\sigma]$ .....

## ➔2 Comparer des séries avec la moyenne et l'écart type

### Réussite à l'examen

Lors d'un examen, on souhaite comparer les résultats des candidats à trois épreuves A, B et C. On a prélevé un échantillon aléatoire de 30 candidats. Le tableau donne les effectifs pour chaque épreuve.

Notes sur 20 : $x_i$	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Effectifs pour l'épreuve A	0	0	1	3	6	4	7	4	2	2	1	0
Effectifs pour l'épreuve B	0	4	6	8	4	3	0	1	0	1	2	1
Effectifs pour l'épreuve C	3	0	4	0	5	0	6	1	0	4	5	2

1. a. Calculer la moyenne de chacune des trois épreuves (arrondir à  $10^{-2}$ ).

$$\bar{x}_A \approx 10,63 ; \bar{x}_B \approx 8,63 ; \bar{x}_C \approx 10,97$$

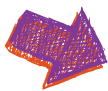
b. Quelle est l'épreuve qui semble la moins réussie ? L'épreuve B.

2. a. Calculer l'écart type pour l'épreuve A (arrondir à  $10^{-2}$ ). 1,94

b. Pour l'épreuve B l'écart type vaut 2,74 et pour l'épreuve C l'écart type vaut 3,74.

Quelle épreuve a les résultats les moins dispersés ? L'épreuve A.

Quelle épreuve a les résultats les plus dispersés ? L'épreuve B.



## Comment déterminer moyenne et écart type ?

On a effectué 100 simulations de 10 lancers d'une pièce équilibrée. Le tableau suivant indique le nombre de « pile » obtenu par simulation de 10 lancers.

Nombre de « pile »	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de simulations	0	2	4	6	18	30	27	10	2	1	0

On veut déterminer la moyenne et l'écart type de cette série statistique (arrondir à  $10^{-2}$ ).

■ Dans la calculatrice, entrer les « valeurs » en liste 1 et les « effectifs » en liste 2.



Les « valeurs » correspondent à ce que l'on compte, les « effectifs » aux décomptes.

■ La moyenne est donnée par  $\bar{x}$  et l'écart type par  $\sigma x$  ou  $x\sigma n$ .

Pour la moyenne :  $\bar{x} = 5,07$  « pile » sur 10 lancers.

Pour l'écart type :  $\sigma \approx 1,45$  « pile ».



### RÉPONSES

a. Classe A :  $\bar{x} = 10,625$  ;  $\sigma \approx 2,02$ . Classe B :  $\bar{x} = 10,875$  ;  $\sigma \approx 4,82$ .

b. Les moyennes sont comparables (un peu plus élevée dans la classe B), mais la classe A a des résultats plus homogènes (moins dispersés).

# Médiane et écart interquartile

(Livre élève pages 9 et 10)

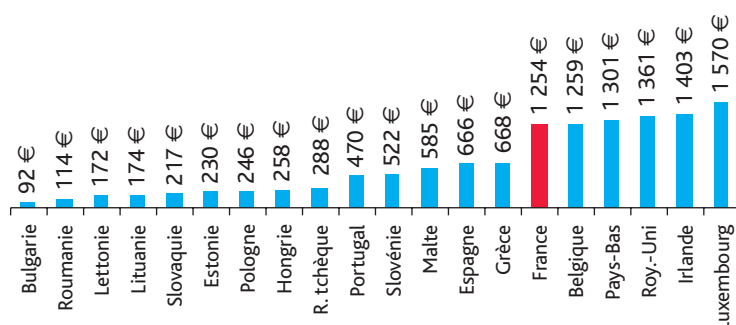
## Capacités

- Déterminer et interpréter médiane et écart interquartile
- Interpréter un diagramme en boîte à moustaches

## 1 Résumer par médiane et écart interquartile

### Un salaire minimal très inégal

Le graphique suivant indique le salaire mensuel brut minimal, en euros, en vigueur (lorsqu'il existe) dans les pays de l'Union européenne début 2007 (source : Eurostat).



### 1. Médiane et quartiles

a. Déterminer le salaire minimal médian pour ces pays de l'Union européenne :  $Me = 496$  €.

b. Interpréter la réponse précédente.

Dans la moitié des pays, le salaire minimal est inférieur (supérieur) ou égal à 496 €.

c. Déterminer le premier et le troisième quartile. Quels sont les pays correspondants ?

$Q_1 = 217$  € (pays : Slovaquie).

$Q_3 = 1 254$  € (pays : France).

d. Interpréter la position de la France.

75 % des pays ont un salaire minimal inférieur ou égal à celui de la France.



Si elles ne le sont pas, il faut d'abord ranger les valeurs dans l'ordre croissant.

### 2. Écart interquartile

L'écart interquartile est celui qui sépare le premier et le troisième quartile.

a. Calculer l'écart interquartile :  $Q_3 - Q_1 = 1 254 - 217 = 1 037$  €.

L'écart interquartile est un indicateur de dispersion associé à la médiane.

b. Combien de pays ont un salaire minimal inférieur à l'écart interquartile ?

14 pays (sur les 20).

c. Comparer l'écart interquartile au salaire minimal en Bulgarie.

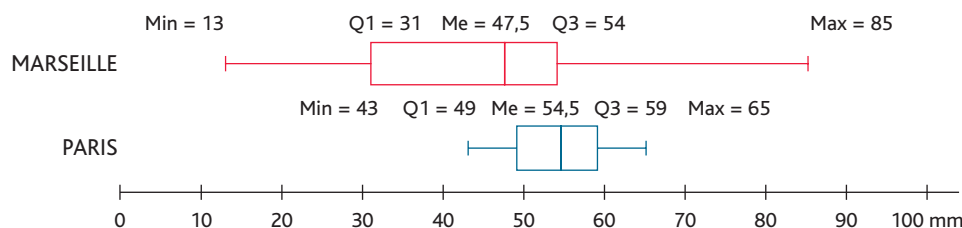
L'écart interquartile est plus de 11 fois supérieur au salaire minimal de la Bulgarie.



## 2 Lire des boîtes à moustaches

### Combien et à quelle fréquence pleut-il à Paris et à Marseille ?

Les diagrammes suivants, nommés « boîtes à moustaches », correspondent aux précipitations mensuelles moyennes, en millimètres, à Paris et à Marseille.



Les « moustaches » correspondent aux valeurs extrêmes.

1. Combien de millimètres tombe-t-il en moyenne à Paris durant le mois le plus pluvieux ? **65 mm**.

Les « boîtes » sont limitées par le premier et le troisième quartile et contiennent la médiane.

2. Interpréter le fait que la boîte pour Marseille se termine avant la médiane de Paris.

*La moyenne des précipitations de 75 % des mois à Marseille est inférieure à la moitié des moyennes à Paris.*

3. Comment les diagrammes montrent-ils que, la moitié des mois, il pleut moins à Marseille qu'à Paris ?

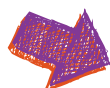
*Le trait intérieur de la boîte de Marseille est inférieur au trait intérieur de la boîte de Paris.*

4. Comment les diagrammes montrent-ils le lieu où les précipitations sont les plus dispersées ?

*La dispersion la plus grande correspond à la boîte et aux moustaches les plus longues.*



La « boîte » correspond aux 50 % au centre de la population. La longueur de la « boîte » est l'écart interquartile.



## Comment déterminer la médiane et l'écart interquartile ?

Le graphique ci-contre fournit l'utilisation de pesticides (en tonnes par km<sup>2</sup> de terre agricole) dans les 30 pays de l'OCDE.

- Comme il y a  $n = 30$  valeurs, nombre pair, la médiane est donnée à l'aide des 2 valeurs de rang 15 et 16 :

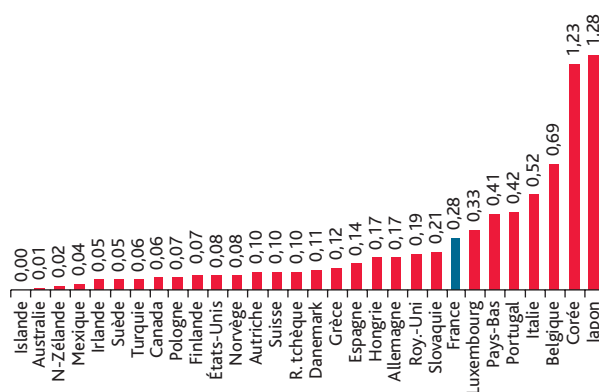
$$Me = \frac{0,10 + 0,11}{2} = 0,105 \text{ t/km}^2.$$

- Les rangs du premier et troisième quartiles sont les entiers directement supérieurs ou égaux à  $\frac{n}{4}$  et  $\frac{3 \times n}{4}$ .

Le premier quartile est situé au rang **8** et vaut  $Q_1 = 0,06$  t/km<sup>2</sup>.

Le troisième quartile est situé au rang **23** et vaut  $Q_3 = 0,28$  t/km<sup>2</sup>.

- L'écart interquartile est :  $Q_3 - Q_1 = 0,28 - 0,06 = 0,22$  t/km<sup>2</sup>.



### RÉPONSES

#### Exercice

a. 2 – 5 – 5 – 6 – 7 – 7 – 7 – 7 – 8 – 9 – 9 – 9 – 9 – 10 – 10 – 10 – 10 – 10 – 11 – 12 – 12 – 13 – 13 – 13 – 13 – 14 – 14 – 15 – 16 – 19.

b.  $Me = 10$ . La moitié des élèves ont une note inférieure ou égale à 10.

c.  $Q_1 = 7$  ;  $Q_3 = 13$  ;  $Q_3 - Q_1 = 6$ .



## J'utilise un logiciel (tableur)



## Trier et résumer un grand nombre de données

## Coupe du monde de football



Ouvrir le fichier « 01\_coupes\_du\_monde.xls » ou « 01\_coupes\_du\_monde.ods ». Il donne les scores des 708 matchs des coupes du monde de football de 1930 à 2006.

## 1. Résumé du nombre de buts marqués par match

Calculer en colonne I le nombre de buts marqués par match (hors tirs au but).

- a. Quel est le nombre minimal et maximal de buts marqués durant un match ?

Minimal : 0 but ; maximal : 12 buts

- b. Déterminer la moyenne et l'écart type du nombre de buts marqués par match.

Moyenne : 2,91 buts ; écart type : 1,99 but



On peut utiliser les fonctions MIN, MAX, MOYENNE et ECARTYPEP du tableur.

## 2. Nombre de buts marqués en finale

On souhaite extraire du fichier les scores des finales.

Sélectionner la colonne B, créer un filtre en faisant Données/Filtre/Filtre automatique ou AutoFiltre, puis choisir la série désirée.

- a. Combien de fois l'équipe de France a-t-elle disputé la finale ? Deux fois

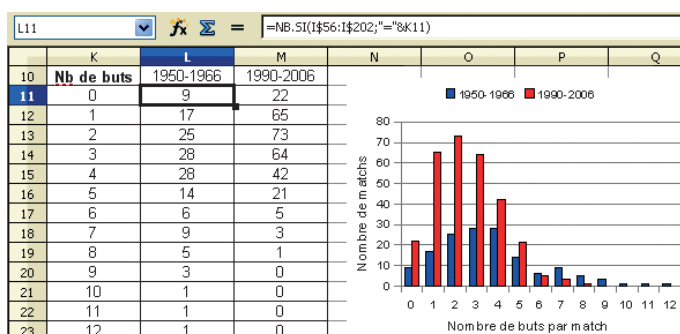
- b. Lors de quelle finale a-t-il été marqué le plus de buts (hors tirs au but) ? La finale de 1958

## 3. Comparaison des périodes 1950-1966 et 1990-2006

Retirer le filtre en sélectionnant Tous.

Pour les périodes 1950-1966 et 1990-2006, déterminer le nombre de matchs correspondant à chaque nombre de buts (on peut utiliser la fonction NB.SI, comme sur l'image d'écran ci-contre).

Représenter les deux séries.



- a. Analyser le graphique. L'histogramme rouge est situé plus à gauche : on a tendance à marquer moins de buts

en 1990-2006. De plus, la série 1950-1966 est beaucoup plus dispersée que la série 1990-2006.

- b. Comparer les deux séries à l'aide d'indicateurs.

Pour 1950-1966, la médiane est 3 ; pour 1990-2006, la médiane est 2 : on a tendance

à marquer moins de buts en 1990-2006. L'étendue et l'écart interquartile valent 12 et 3 pour

1950-1966, et 8 et 2 pour 1990-2006. Cette dernière série est moins dispersée.



On peut utiliser les fonctions MEDIANE, MIN, MAX et QUARTILE du tableur.

# J'utilise un logiciel (tableur)



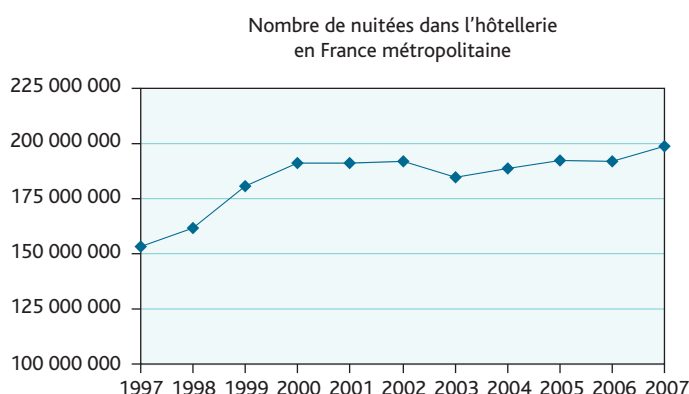
## Étudier une grande série en autonomie

### Nuitées dans l'hôtellerie

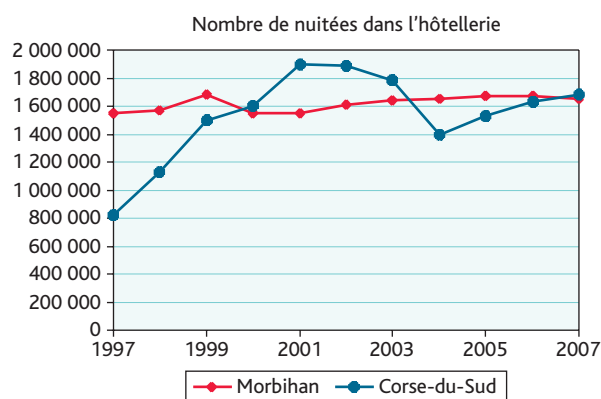


Ouvrir le fichier « 01\_nuitées\_hotellerie.xls » ou « 01\_nuitées\_hotellerie.ods » fournissant le nombre de nuitées dans l'hôtellerie par département, en France métropolitaine de 1997 à 2007 (source : Direction du tourisme).

1.



2.

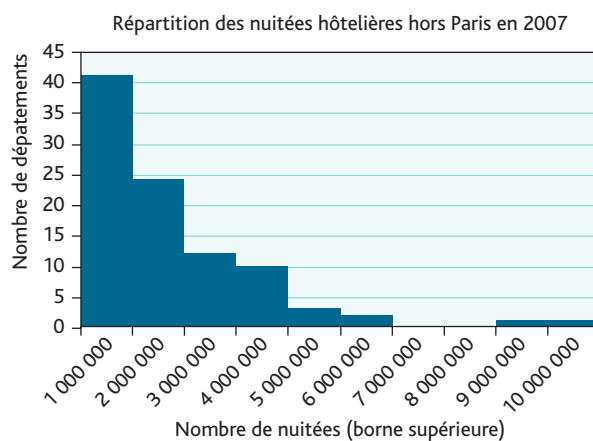


	moyenne	médiane	Q1	Q3	Q3-Q1	étendue	écart type
MORBIHAN	16 19 081	1 643 792	1 561 876,5	1 663 131	101 254,5	134 690	51 494
CORSE-DU-SUD	1 532 369	1 604 617	1 446 669,5	1 730 668	283 998,5	1 070 161	306 794

Ces deux départements ont une tendance centrale (moyenne et médiane) assez comparable, mais les valeurs sont plus dispersées (écart interquartile et étendue plus importants) en Corse-du-Sud.



### 3.



Le couple (médiane, écart interquartile) semble mieux adapté car la série est très asymétrique (les rectangles les plus importants sont à gauche).

Sans Paris	
moyenne	médiane
1 718 080,95	1 118 591,00
écart type	Q3-Q1
1 651 686,74	1 892 393,00

Avec Paris	
moyenne	médiane
2 072 156,29	1 122 016,50
écart type	Q3-Q1
3 822 268,94	1 900 540,25

Si l'on prend en compte Paris, la moyenne et l'écart type augmentent beaucoup (alors que la médiane et l'écart interquartile changent très peu).

# Exercices & Problèmes

## Exercices p. 15 à 17

### 1. QCM

- a.  $\sigma \approx 2,96$ .
- b. L'écart type de la série 1 est inférieur à l'écart type de la série 2.
- c. 6.
- d. oui, non, oui.
- e. Deuxième série (en jaune).
- f. La série la plus dispersée est la série 2.

### 2. Relier des colonnes

Effectif total	917
Moyenne	901
Médiane	196
Étendue	91
Écart type	54
Écart interquartile	11

### › Déterminer et interpréter mode, moyenne et écart type

- 3. a. Mode : 22 milliards de  $m^3$ .
- b.  $\bar{x} \approx 18$  milliards de  $m^3$  ;  $\sigma \approx 9$  milliards de  $m^3$ .
- c. Les précipitations en Bourgogne sont supérieures à la moyenne.
- d. L'écart type.

### 4. Courbe de Gauss

- a. Oui, car l'histogramme a approximativement une forme « en cloche ».
  - b.  $\bar{x} \approx 170$  ;  $\sigma \approx 10$ .
  - c. Il y a 70 personnes dans l'intervalle  $[160 ; 180]$ , soit 70 %.
- Il y a 79 personnes dans l'intervalle  $[150 ; 190]$ , soit 79 %.

### › Déterminer et interpréter la médiane et l'écart interquartile

- 5. a. Le salaire moyen en Autriche est 1,51 fois plus important pour les hommes que pour les femmes.

#### b.

#### Femmes

	Femmes
Pologne	5 506
Rép. tchèque	5 925
Hongrie	6 700
Portugal	12 412
Grèce	14 376
Autriche	26 514
<b>France</b>	<b>26 586</b>
Suède	29 052
Pays-Bas	30 900
Belgique	32 715
Royaume-Uni	33 562
Allemagne	34 522
Danemark	40 884

Médiane 26 586 € (France) ; écart interquartile  $32 715 - 12 412 = 20 303$  €.

#### Hommes

	Hommes
Pologne	6 663
Rép. tchèque	8 285
Hongrie	9 905
Portugal	16 133
Grèce	17 889
<b>France</b>	<b>32 316</b>
Suède	35 770
Belgique	37 822



Autriche	40 022
Pays-Bas	40 300
Allemagne	43 945
Royaume-Uni	46 518
Danemark	50 676

Médiane 35 770 € (Suède) ; écart interquartile  
 $40\,300 - 16\,133 = 24\,167$  €.

### Rapport

	rapport
Belgique	1,16
Pologne	1,21
<b>France</b>	<b>1,22</b>
Suède	1,23
Grèce	1,24
Danemark	1,24
Allemagne	1,27
Portugal	1,3
Pays-Bas	1,3
Royaume-Uni	1,39
Rép. tchèque	1,4
Hongrie	1,48
Autriche	1,51

Médiane 1,27 ; écart interquartile  $1,39 - 1,23 = 0,16$ .

**c.** Pour le salaire moyen des femmes, la France est à la médiane, et un peu en dessous pour les hommes. Pour le rapport entre le salaire des hommes et celui des femmes, la France est en dessous du premier quartile.

### › Interpréter des boîtes à moustaches

- 6. a.** En 2000, la médiane est au-dessus de la valeur 5.  
**b.** En 2007, le troisième quartile (la fin de la boîte) est en dessous de 4.  
**c.** L'évolution de la tendance centrale est à la baisse.  
**d.** L'écart interquartile (longueur de la boîte) et l'étendue (écart entre les extrémités des « moustaches ») sont plus importants en 2000 qu'en 2007.

### › Choisir des résumés adaptés

**7.** Le graphique 2.

### › Interpréter des indicateurs pour comparer des séries statistiques

### 8. Moyennes annuelles des températures

**a.** La médiane la plus élevée est observée en 2003 et vaut  $12,6^\circ$ .

En 2003, la moitié des départements ont une moyenne annuelle inférieure ou égale à  $12,6^\circ$  et la moitié des départements ont une moyenne annuelle supérieure ou égale à  $12,6^\circ$ .

La médiane la moins élevée est observée en 1996 et vaut  $10,6^\circ$ .

En 1996, la moitié des départements ont une moyenne annuelle inférieure ou égale à  $10,6^\circ$  et la moitié des départements ont une moyenne annuelle supérieure ou égale à  $10,6^\circ$ .

**b.** La dispersion des températures a été la plus grande en 1996 (écart interquartile le plus important valant  $3^\circ$ ).

La dispersion des températures a été la moins grande en 2007 (écart interquartile le moins important valant  $2^\circ$ ).

## Problèmes p. 17 et 18

### › Problème 1

**a.** Durant la saison 2006/2007.

**b.** Pendant la saison 2008/2009, durant la moitié des matchs il a été marqué moins de 23 buts et durant la moitié des matchs il a été marqué plus de 22 buts.

**c.** La tendance centrale est assez stable, autour de 22 buts par journée.

**d.** Écarts interquartiles :

02-03	03/04	04/05	05/06	06/07	07/08	08/09
6	7,75	6,75	7,5	5	5,75	5

D'après les écarts interquartiles, le nombre de buts le plus dispersé est en 2003/2004 et le moins dispersé est en 2006/2007 et 2008/2009.

## › Problème 2 – Fluctuations

**a.** La médiane des fréquences de « pile » est, dans les trois cas, 0,5.

La moitié des échantillons ont une fréquence de « pile » inférieure ou égale à 0,5 et la moitié des échantillons ont une fréquence de « pile » supérieure ou égale à 0,5.

**b.** La série la plus dispersée est celle des échantillons de taille 10 et la moins dispersée est celle des échantillons de taille 1 000.

**c.**

- le nombre d'échantillons de taille 10 dont la fréquence de « pile » est supérieure à 0,6 est approximativement 25 % de 200 c'est-à-dire 50 ;
- le nombre d'échantillons de taille 1 000 dont la fréquence de « pile » est supérieure à 0,6 est 0 ;
- le nombre d'échantillons de taille 10 dont la fréquence de « pile » est comprise entre 0,4 et 0,6 est approximativement 50 % de 200 c'est-à-dire 100 ;
- le nombre d'échantillons de taille 1 000 dont la fréquence de « pile » est comprise entre 0,4 et 0,6 est 100 % de 200, c'est-à-dire 200.

## › Problème 3

**a.** La classe modale est celle des ventes comprises entre 400 € et 450 €.

**b.** 38 clients sur 300 ont dépensé plus de 450 €, c'est-à-dire une fréquence d'environ 0,127.

**c.** La médiane est supérieure à la moyenne.

**d.** Le « client-type » correspond à la médiane.

**e.** Le comptable de l'entreprise choisit la moyenne.

**f.** On peut estimer :  $\bar{x} = 340$  € ;  $\sigma = 114$  €.

# Je me teste



(Livre élève  
pages 19 et 20)

## Problématique

L'une des deux entrées a-t-elle besoin de travaux d'amélioration ? Si oui, laquelle ?



- 1** Cocher la bonne réponse. La notation  $\bar{x}$  désigne :  
☐ la médiane ☒ la moyenne ☐ l'écart type ☐ l'écart interquartile



- 2** Cocher la bonne réponse. La notation  $\sigma$  désigne :  
☐ la médiane ☐ la moyenne ☒ l'écart type ☐ l'écart interquartile



- 3** Ouvrir le fichier « 01\_JMT.xls » et déterminer l'effectif total de chaque série de temps.

$5 \times 10 = 50$ . L'effectif total de chaque série est de 50 valeurs.



- 4** Compléter le tableau ci-dessous à l'aide du tableur. Arrondir toutes les valeurs à l'unité. Voir le fichier « 01\_JMT\_corrige.xls ».

	$\bar{x}$	$\sigma$	$\bar{x} - 2\sigma$	$\bar{x} + 2\sigma$
Entrée Nord	29	2	25	32
Entrée Sud	29	3	24	35



- 5** Proposer et mettre en œuvre une démarche pour répondre à la problématique.



Il faut déterminer le nombre puis la fréquence des valeurs comprises dans l'intervalle  $[\bar{x} - 2\sigma; \bar{x} + 2\sigma]$  pour chacune des deux entrées. Pour l'entrée Nord, 48 valeurs sont comprises dans l'intervalle  $[25; 32]$ , soit 96 % des valeurs ( $\frac{48}{50} = 0,96$ ). Pour l'entrée Sud, 45 valeurs sont comprises dans l'intervalle  $[24; 35]$ , soit 90 % des valeurs ( $\frac{45}{50} = 0,9$ ).



**APPEL** Appelez le professeur pour lui exposer votre raisonnement.



- 6** Répondre à la problématique en justifiant.



L'entrée Sud a besoin de travaux d'amélioration car il faut qu'au moins 96 % des personnes se présentant à une entrée aient un temps d'attente compris dans l'intervalle  $[\bar{x} - 2\sigma; \bar{x} + 2\sigma]$ . Or, pour l'entrée Sud, il n'est que de 90 %.



• Sur un intervalle donné, étudier les variations des fonctions de référence et les représenter graphiquement :

$$x \mapsto \frac{1}{x}, x \mapsto x^3, x \mapsto \sqrt{x}$$

4

# Fonctions de référence

(Livre élève pages 21 et 22)

## 1 Intervalles

### C'est où l'infini ?

#### 1. Intervalles et crochets

L'ensemble des nombres  $x$  tels que  $-3 \leq x < 8$  est l'intervalle  $[-3 ; 8[$ . Le crochet est fermé devant  $-3$  (tourné du côté de l'intervalle) pour inclure  $-3$  ; le crochet est ouvert derrière  $8$  (tourné vers l'extérieur de l'intervalle) pour exclure  $8$ .

- a. L'ensemble des nombres  $x$  tels que  $-1 < x < 5$  est l'intervalle  $] -1 ; 5[$ .....  
 b. L'ensemble des nombres  $x$  tels que  $-1 < x \leq 5$  est l'intervalle  $] -1 ; 5]$ .....

#### 2. Intervalles avec l'infini

L'ensemble des nombres  $x$  tels que  $x \geq -2$  est l'intervalle noté  $[-2 ; +\infty[$  ;  $+\infty$  se lit « plus l'infini ».  
 L'ensemble des nombres  $x$  tels que  $x < 3$  est l'intervalle noté  $] -\infty ; 3[$  ;  $-\infty$  se lit « moins l'infini ».

- a. L'ensemble des nombres  $x$  tels que  $x > 5$  est l'intervalle  $] 5 ; +\infty[$ .....  
 b. L'ensemble des nombres  $x$  tels que  $x \leq -4$  est l'intervalle  $] -\infty ; -4]$ .....



Les crochets devant  $-\infty$  et après  $+\infty$  sont toujours ouverts.

## 2 Fonction inverse

### 1. Inverse d'un nombre

Deux nombres sont inverses si leur produit est égal à 1.

L'inverse de 5 est 0,2 car  $5 \times 0,2 = 1$  ; l'inverse de 3 est  $\frac{1}{3}$  car  $3 \times \frac{1}{3} = 1$ .

- a. Donner l'inverse de  $-1$  :  $-1$ ..... et l'inverse de 2 :  $0,5$ .....  
 b. Pourquoi 0 n'a-t-il pas d'inverse ? On ne peut pas obtenir 1 en multipliant 0 par un nombre.....

L'inverse d'un nombre  $x$  non nul se note  $\frac{1}{x}$ .

### 2. Fonction inverse

- a. L'aire d'un terrain rectangulaire est  $1 \text{ hm}^2$ . On note  $x$  et  $y$  ses dimensions, en hectomètres.

Écrire la relation qui lie  $x$  et  $y$  :  $xy = 1$ .....

Calculer  $y$  si  $x = 0,4$  :  $2,5$ ..... Exprimer  $y$  en fonction de  $x$  :  $y = \frac{1}{x}$ .....

- b. Sur la calculatrice, éditer la fonction inverse.

Graph Func : Y=  $\frac{1}{x}$

Tracer la courbe représentative de cette fonction en utilisant la fenêtre d'affichage suivante :  $x$  varie de  $-5$  à  $5$  avec un pas de 1 ;  $y$  varie de  $-5$  à  $5$  avec un pas de 1.

La courbe que l'on obtient est une hyperbole. Elle est formée de deux branches.

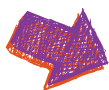


- c. Pourquoi cette fenêtre ne convient-elle pas pour la situation étudiée ? Les valeurs de  $x$  sont positives dans la situation du a.
- d. Choisir une fenêtre d'affichage adaptée à l'activité :  $x$  et  $y$  varient de 0 à 5 avec un pas de 1.  
Lire graphiquement le sens de variation de la fonction inverse sur l'intervalle  $[1 ; 4]$  : elle est décroissante.
- e. Lorsque les valeurs de  $x$  augmentent de 1 à 4, les valeurs de  $\frac{1}{x}$  diminuent de 1 à 0,25.

### ➔3 Fonction racine carrée

On note  $A$ , en  $\text{cm}^2$ , l'aire d'un carré de côté  $c$ , en centimètres.

- Calculer l'aire d'un carré de 2,5 cm de côté :  $6,25 \text{ cm}^2$ .  
Calculer le côté d'un carré dont l'aire est  $0,49 \text{ cm}^2$  :  $0,7 \text{ cm}$ .
- Exprimer  $A$  en fonction de  $c$  :  $A = c^2$  ; exprimer  $c$  en fonction de  $A$  :  $c = \sqrt{A}$ .
- Sur la calculatrice, éditer la fonction racine carrée.  
Tracer la courbe représentative de cette fonction en faisant varier  $x$  de 0 à 6 avec un pas de 1, et  $y$  de 0 à 2,5 avec un pas de 0,5.
- Lire graphiquement le sens de variation de la fonction racine carrée sur l'intervalle  $[0 ; 6]$  :  
elle est croissante.
- Lorsque les valeurs de  $x$  augmentent de 0 à 6, les valeurs de  $\sqrt{x}$  augmentent de 0 à  $\sqrt{6}$ .



## Comment comparer deux nombres à l'aide du sens de variation d'une fonction ?

Comparer sans les calculer  $\frac{1}{7,5}$  et  $\frac{1}{0,8}$ .

- On remarque que  $\frac{1}{7,5}$  et  $\frac{1}{0,8}$  sont les inverses de 7,5 et 0,8, tous deux positifs.
- On compare 7,5 et 0,8.  
Compléter par  $<$  ou  $>$  :  $7,5 > 0,8$ .
- On donne le sens de variation de la fonction utilisée.  
La fonction inverse est décroissante sur l'intervalle  $]0 ; +\infty[$ .
- On conclut.  
Compléter par  $<$  ou  $>$  :  $\frac{1}{7,5} < \frac{1}{0,8}$ .



Voir l'Essentiel page 27.

### RÉPONSES

#### Exercices

- a. La fonction inverse est décroissante sur  $[-4 ; -1]$ .  
b. La fonction carré est croissante sur  $[0 ; +\infty[$ .  
c. La fonction cube est croissante sur  $[-3 ; 2]$ .

- $-2,3 > -2,8$ . La fonction inverse est décroissante sur  $]-\infty ; 0[$ .  
Donc  $\frac{1}{-2,3} < \frac{1}{-2,8}$ .

- Construire et exploiter, avec les TIC, la représentation graphique des fonctions de la forme  $f + g$  et  $kf$
- Déterminer les variations de fonctions de la forme  $f + g$  ( $f$  et  $g$  de même sens de variation) et de la forme  $kf$ ,  $k$  étant un réel non nul

5

# Opérations avec les fonctions

(Livre élève pages 23 et 24)

## 1 Ajouter une constante à une fonction



### Illusion d'optique ?



Ouvrir le fichier « 02\_addition\_constante.ggb ».

Sur l'intervalle  $[-2,5 ; 2,5]$ ,  $C_f$  est la courbe représentative de  $f : x \mapsto x^3$  et  $C_g$  est la courbe représentative de  $g : x \mapsto x^3 + k$  où  $k$  est une constante.

Le point  $M$  se déplace sur  $C_f$  et  $N$  sur  $C_g$ . Ils ont la même abscisse.

1. On choisit pour commencer  $k = 3$ .

a.  $C_f$  et  $C_g$  semblent se rapprocher à leurs extrémités. Illusion d'optique ou réalité ?

Déplacer le point  $M$ . Que constate-t-on pour la distance  $MN$  calculée par le logiciel ?

Elle reste constante et égale à 3.

Proposer une réponse à la première question : Les deux courbes ne se rapprochent pas.

b. Comment obtient-on les points de  $C_g$  à partir de ceux de  $C_f$  ? On obtient les points de  $C_g$  en ajoutant 3 à l'ordonnée des points de  $C_f$ .

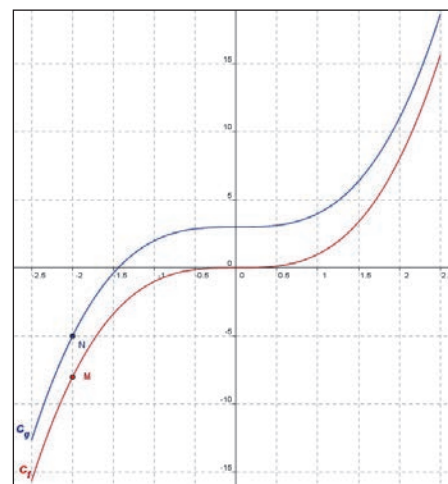
2. a. Donner, à l'aide du graphique, le sens de variation des fonctions  $f$  et  $g$  sur  $[-2,5 ; 2,5]$  :

Les fonctions  $f$  et  $g$  sont croissantes sur  $[-2,5 ; 2,5]$ .

b. Ont-elles le même sens de variation ? Oui.

3. Faire varier  $k$  de  $-5$  à  $5$  avec le curseur. Les réponses données à la question 2 sont-elles vraies pour toutes les valeurs de  $k$  ? Oui.

Conclusion : on ne change pas le sens de variation d'une fonction en lui ajoutant une constante.



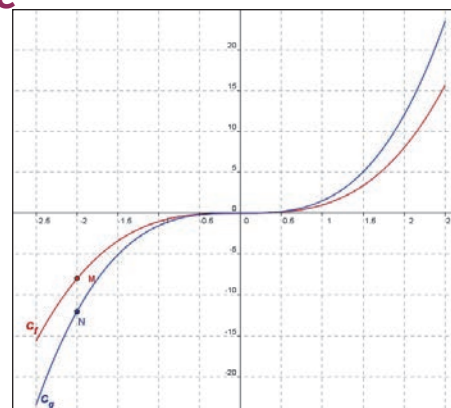
## 2 Multiplier une fonction par une constante



Ouvrir le fichier « 02\_mult\_constante.ggb ».

Sur l'intervalle  $[-2,5 ; 2,5]$ ,  $C_f$  est la courbe représentative de  $f : x \mapsto x^3$  et  $C_g$  est la courbe représentative de  $g : x \mapsto kx^3$  où  $k$  est une constante.

Le point  $M$  se déplace sur  $C_f$  et  $N$  sur  $C_g$ . Ils ont la même abscisse.



1. On choisit pour commencer  $k = 1,5$ .

Déplacer le point  $M$  sur la courbe  $C_f$ .

Comment obtient-on les points de  $C_g$  à partir de ceux de  $C_f$ ? On obtient les points de  $C_g$  en multipliant l'ordonnée des points de  $C_f$  par 1,5.

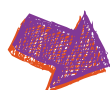
2. a. Donner, à l'aide du graphique, le sens de variation des fonctions  $f$  et  $g$  sur  $[-2,5 ; 2,5]$  :

Les fonctions  $f$  et  $g$  sont croissantes.

b. Ont-elles le même sens de variation? Elles ont le même sens de variation.

3. Faire varier  $k$  de  $-3$  à  $3$  avec le curseur. Les réponses données à la question 2 sont-elles vraies pour toutes les valeurs de  $k$ ? Pour les valeurs négatives de  $k$ , les deux fonctions n'ont pas le même sens de variation.

Conclusion : si on multiplie une fonction par un nombre négatif, on change son sens de variation.



## Comment déterminer les variations d'une fonction de la forme $kf + k'$ où $f$ est une fonction de référence et $k, k'$ des constantes?

Soit la fonction  $h$  définie par  $h(x) = -0,8x^2 + 2$  sur l'intervalle  $[-5 ; 3]$ .

Étudier les variations de  $h$  sans tracer sa courbe représentative.

- On suit la méthode suivante : on part du sens de variation connu d'une fonction de référence (carré, cube, inverse, racine carrée), puis on applique les propriétés des opérations sur les fonctions (voir L'essentiel page 27).
- Compléter le tableau suivant par « croissante » ou « décroissante ».

	Sur $[-5 ; 0]$	Sur $[0 ; 3]$
$f$ telle que $f(x) = x^2$	$f$ est décroissante	$f$ est croissante
$g$ telle que $g(x) = -0,8x^2 = -0,8 \times f(x)$ (multiplication par une constante négative)	$g$ est croissante	$g$ est décroissante
$h$ telle que $h(x) = -0,8x^2 + 2 = g(x) + 2$ (addition d'une constante)	$h$ est croissante	$h$ est décroissante

### RÉPONSES

#### Exercices

1 a. La fonction inverse est décroissante sur  $[-3 ; -0,5]$  et sur  $[2 ; 5]$ .

b. La fonction  $g$  est croissante sur les mêmes intervalles car c'est le produit de la fonction inverse par un nombre négatif.

c. La fonction  $x \mapsto \frac{5}{x}$  est décroissante sur  $[-3 ; -0,5]$  et sur  $[2 ; 5]$  car c'est le produit de la fonction inverse par un nombre positif. La fonction  $h$  est décroissante sur les mêmes intervalles car l'addition d'une constante à une fonction ne change pas le sens de variation.

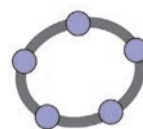
2 a. La fonction carré est décroissante sur  $[-5 ; -2]$ .

b. La fonction  $g$  est décroissante sur le même intervalle car c'est le produit de la fonction carré par un nombre positif.

La fonction  $h$  est croissante sur le même intervalle car c'est le produit de la fonction carré par un nombre négatif.

c. On ne change pas le sens de variation d'une fonction lorsqu'on lui ajoute une constante. Donc la fonction  $i$  est décroissante sur  $[-5 ; -2]$  et la fonction  $j$  est croissante sur le même intervalle.

# J'utilise un logiciel (GeoGebra et tableur)



## ❖ Tracer point par point l'hyperbole d'équation $y = \frac{1}{x}$



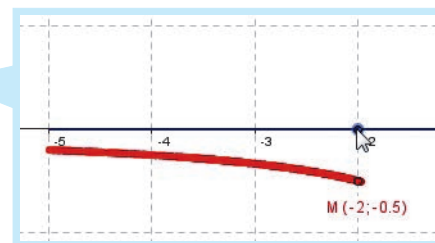
Ouvrir le fichier « 02\_hyperbole.ggb ».

Dans le repère affiché, le point  $M$  est un point mobile dont l'abscisse  $x_M$  varie de  $-5$  à  $5$ .

Son ordonnée  $y_M$  est telle que  $y_M = \frac{1}{x_M}$ .

1. a. Activer l'option Trace du point  $M$  : faire un clic droit sur le point rouge pour afficher le menu contextuel, puis sélectionner Trace activée.

b. Faire varier l'abscisse de  $M$  de  $-5$  à  $5$  en déplaçant lentement le point bleu sur l'axe des abscisses avec la souris.



2. a. Décrire ce que l'on observe : le point  $M$  laisse une trace rouge. En faisant varier l'abscisse de  $M$  de  $-5$  à  $5$ , on obtient une courbe en deux parties.

b. Quelle courbe a-t-on tracée ? On a tracé l'hyperbole d'équation  $y = \frac{1}{x}$ .

c. Déplacer le point bleu sur l'abscisse 0.

Que lit-on à gauche de l'écran pour le point  $M$  ?  $M$  non défini.

Pourquoi ? L'inverse de 0 n'existe pas.



Pour effacer la trace de  $M$ , clic droit sur le point rouge, puis Trace activée.



## ❖ Construire la représentation graphique d'une fonction de la forme $f + g$



Voir fichier « 02\_p25\_26\_corrige.xls » ou « 02\_p25\_26\_corrige.ods ».

### Partie A Étude théorique

Soient les fonctions  $f$  et  $g$  définies par  $f(x) = \frac{3267}{x}$  et  $g(x) = 0,75x - 72$  sur  $[20 ; 120]$ .

1. Donner le sens de variation des fonctions  $f$  et  $g$  sans tracer leur courbe représentative :  $f$  décroissante,  $g$  croissante.

Justifier.  $f$  est le produit de la fonction inverse par un nombre positif ;

$g$  est une fonction affine de coefficient  $a$  positif.



2. Avec un tableur, réaliser la feuille de calcul dont voici un extrait.

a. Faire varier  $x$  de 20 à 120 avec un pas de 1.

b. Quelle formule faut-il entrer dans la cellule B2 pour obtenir dans la colonne B les valeurs de  $f(x)$  ?  $=3267/A2$

c. Recopier cette formule vers le bas jusqu'à la valeur 120 de  $x$ .

d. Quelle formule faut-il entrer dans la cellule C2 pour obtenir dans la colonne C les valeurs de  $g(x)$  ?  $=0,75*A2-72$

e. Recopier cette formule vers le bas jusqu'à la valeur 120 de  $x$ .

	A	B	C
1	x	f(x)	g(x)
2	20	163,3500	-57,0000
3	21	155,5714	-56,2500
4	22	148,5000	-55,5000
5	23	142,0435	-54,7500
6	24	136,1250	-54,0000
7	25	130,6800	-53,2500
8	26	125,6538	-52,5000
9	27	121,0000	-51,7500
10	28	116,6786	-51,0000

**3.a.** En utilisant l'Assistant graphique, afficher la représentation graphique des fonctions  $f$  et  $g$ .

Choisir Nuage de points reliés par une courbe lissée.

**b.** La réponse donnée à la question 1 est-elle vérifiée ? Cela dépend de la réponse donnée par l'élève.

**4.** On considère la fonction  $h = f + g$  telle que  $h(x) = f(x) + g(x)$  pour tout nombre  $x$  de l'intervalle  $[20 ; 120]$ .

**a.** Sans tracer sa courbe représentative, savez-vous donner le sens de variation de la fonction  $f + g$  ?

Pourquoi ? Non : les fonctions  $f$  et  $g$  n'ont pas le même sens de variation sur  $[20 ; 120]$ .

**b.** Compléter la feuille de calcul précédente en calculant les valeurs de  $h(x)$  dans la colonne D.

	A	B	C	D
1	x	f(x)	g(x)	f(x)+g(x)
2	20	163,3500	-57,0000	106,3500
3	21	155,5714	-56,2500	99,3214
4	22	148,5000	-55,5000	93,0000
5	23	142,0435	-54,7500	87,2935
6	24	136,1250	-54,0000	82,1250
...				

■ Quelle formule, à recopier vers le bas, faut-il entrer dans la cellule D2 pour obtenir les valeurs de  $f(x) + g(x)$  dans la colonne D ? =B2+C2

■ Parmi les valeurs trouvées pour  $h(x)$ , quelle est la plus petite ? 27

■ Pour quelle valeur de  $x$  ? 66

■ Cette plus petite valeur de  $h(x)$  donne-t-elle la valeur exacte ou une valeur approchée du minimum de la fonction  $h$  ? C'est une valeur approchée. La valeur exacte pourrait être, par exemple, 26,99.

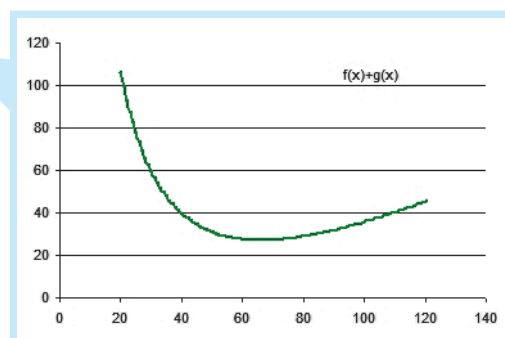


On peut utiliser la fonction Min du tableur.

**c.** En utilisant l'Assistant graphique, afficher la représentation graphique de la fonction  $h$ . Choisir Nuage de points reliés par une courbe lissée.

**d.** Établir, à partir du graphique obtenu, le tableau de variation de la fonction  $h$ .

x	20	66	120
h(x)	106	27	45



## Partie B Application à un cas concret

L'entreprise Tactic réalise des platines entrant dans la fabrication d'une pendule. Le coût de production  $C$ , en euros, varie en fonction du nombre  $n$  de pièces produites.

On suppose que  $C(n) = 0,75n^2 - 72n + 3\,267$ , pour  $n$  variant de 20 à 120.

On définit le coût moyen de production par  $CM(n) = \frac{C(n)}{n}$ .

**1.** Montrer que  $CM(n)$  s'écrit en fonction de  $n$  :  $CM(n) = 0,75n - 72 + \frac{3\,267}{n}$ .

$$CM(n) = \frac{0,75n^2 - 72n + 3\,267}{n} = \frac{0,75n^2}{n} - \frac{72n}{n} + \frac{3\,267}{n} = 0,75n - 72 + \frac{3\,267}{n}$$

**2.** Calculer le coût moyen de production pour  $n = 30$ .

Le coût moyen de production pour  $n = 30$  est 59,40 €.

**3.** Dédurre de la partie A. le minimum du coût moyen de production : 27 €.

Donner la quantité de pièces alors produite : 66 pièces (c'est un nombre entier).



On divise chaque terme de  $C(n)$  par  $n$ .



## Exercices &amp; Problèmes

## Exercices p. 29 à 32

## 1. QCM

- a.  $x \geq 3$  b.  $\frac{1}{5}$  c. la fonction cube d. décroissante.

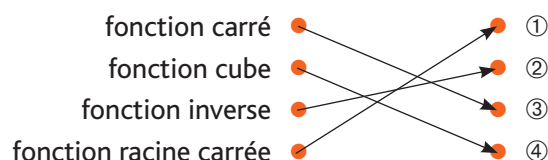
## 2. Vrai - Faux

- a. faux b. faux c. vrai d. vrai.

## 3. Phrase à trous

- a. La fonction cube est croissante sur  $]-\infty; +\infty[$ .  
 b. La fonction  $x \mapsto -1,7x^2$  est décroissante sur  $[1; 3]$ .  
 c. La fonction  $x \mapsto -0,5 + \sqrt{x}$  est croissante sur  $[0; 9]$ .  
 d. La fonction  $x \mapsto \frac{1}{3x} - 5$  est décroissante sur  $[-8; -2]$ .

## 4. Associer



## Utiliser la fonction carré

5.  $f(3) = 9$  ;  $f(100) = 10\,000$  ;  $f(0,4) = 0,16$  ;  $f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{9}$  ;

$f\left(\frac{10}{7}\right) = \frac{100}{49}$  ;  $f(\sqrt{5}) = 5$  ;  $f(\sqrt{16}) = 16$  ;  $f(10^4) = 10^8 = 100\,000\,000$ .

6. Mathieu a oublié les parenthèses autour de  $-3$ .  
 $f(-3) = (-3)^2 = 9$

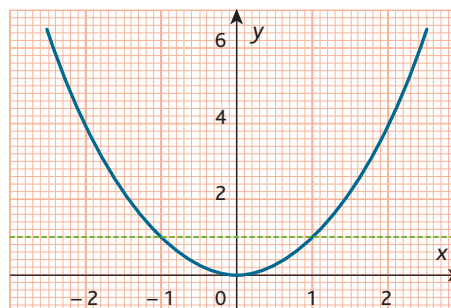
7.  $f(-5) = 25$  ;  $f(-20) = 400$  ;  $f(-0,1) = 0,01$  ;  $f\left(-\frac{5}{4}\right) = \frac{25}{16}$  ;  $f(-\sqrt{7}) = 7$  ;  $f(-10^3) = 10^6 = 1\,000\,000$ .

## 8. a.

x	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5
x <sup>2</sup>	6,25	4	2,25	1	0,25

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5
x <sup>2</sup>	0	0,25	1	2,25	4	6,25

## b.



- c. 9 ; 1 et 10 ont deux antécédents.  $-4$  n'a pas d'antécédent. 0 a un seul antécédent.

- d. Les antécédents de 13 sont  $\sqrt{13}$  et  $-\sqrt{13}$ .

9. Les phrases exactes sont les phrases b., c. et e.

10. Par exemple :

x Min :  $-5$  ; x Max :  $5$  ; pas :  $1$  ; y Min :  $0$  ; y Max :  $25$  ; pas :  $5$

## 11.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f(x)	$\swarrow$	0	$\searrow$

12.  $4,55^2 > 0,14^2$  ;  $(-0,4)^2 < (-10)^2$ .

13.  $0^2 < (-0,6)^2 < 1,2^2 < \left(\frac{5}{3}\right)^2 < 7^2 < (-10)^2$ .

## Fonction inverse

14. Mathilde a confondu inverse et opposé.

$f(-8) = -\frac{1}{8} = -0,125$ .

15.  $f(5) = \frac{1}{5} = 0,2$  ;  $f(-2) = -\frac{1}{2} = -0,5$  ;  $f(0,5) = 2$  ;

$f(0,1) = 10$  ;  $f(-1) = -1$  ;  $f(-10) = -\frac{1}{10} = -0,1$ .

16.  $f\left(\frac{2}{5}\right) = \frac{5}{2}$  ;  $f\left(\frac{1}{4}\right) = 4$  ;  $f\left(-\frac{7}{3}\right) = -\frac{3}{7}$  ;  $f\left(-\frac{5}{6}\right) = -\frac{6}{5}$

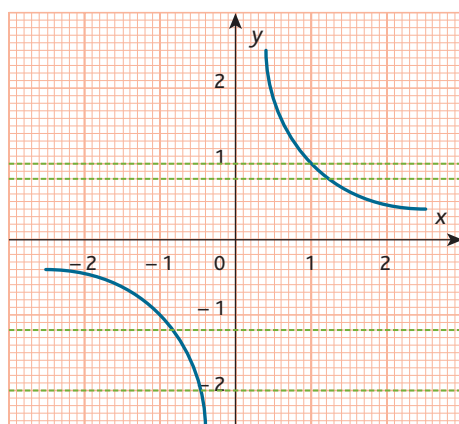
0 est le seul nombre qui n'a pas d'inverse.

17. a.

x	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	-0,4
$\frac{1}{x}$	-0,4	-0,5	-0,7	-1	-2	-2,5

x	0,4	0,5	1	1,5	2	2,5
$\frac{1}{x}$	2,5	2	1	0,7	0,5	0,4

b.



c. 1 ; -2 ; 0,8 ; -1,2 ont chacun un antécédent.

18. Les phrases exactes sont les phrases a. et e.

19. Par exemple :

x Min : -5 ; x Max : 0 ; pas : 1 ; y Min : -5 ; y Max : 0 ; pas : 1.

20.  $\frac{1}{2,25} > \frac{1}{3,14}$  car  $2,25 < 3,14$  et la fonction inverse

est décroissante pour x strictement positif.

$\frac{1}{-5} < \frac{1}{-5,5}$  car  $-5 > -5,5$  et la fonction inverse est

croissante pour x strictement négatif.

21.  $\text{inv}\left(-\frac{1}{7}\right) < \text{inv}(-5) < \text{inv}(-10) < \text{inv}(9) < \text{inv}\left(\frac{8}{3}\right)$   
 $< \text{inv}(0,2)$ .

### > Fonction cube

22.  $f(2) = 8$  ;  $f(2,5) = 15,625$  ;  $f(-3) = -27$  ;  $f(-0,1) = -0,001$  ;  $f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{27}$ .

23. a.

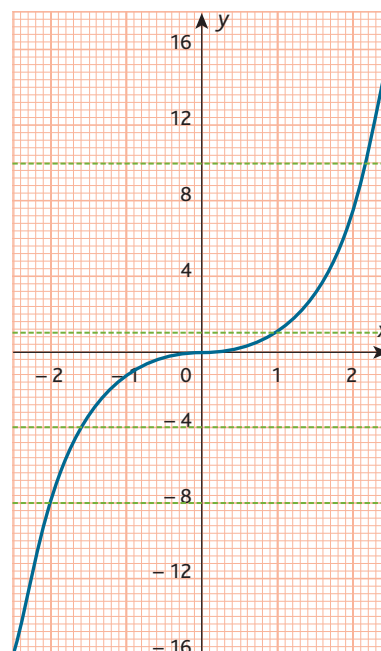
x	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5
$x^3$	-15,625	-8	-3,375	-1	-0,125



Penser à utiliser la touche  $\frac{\square}{\square}$  de la calculatrice.

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5
$x^3$	0	0,125	1	3,375	8	15,625

b. Voir graphique ci-après.



c. 10 ; 1 ; -8 ; -4 et 0 ont chacun un antécédent.

24. Les phrases exactes sont les phrases a. et c.

25. Par exemple :

x Min : -4 ; x Max : 4 ; pas : 1 ;

y Min : -70 ; y Max : 70 ; pas : 10

26.

x	$-\infty$	$+\infty$
f(x)		

### > Fonction racine carrée

27.  $f(1) = 1$  ;  $f(6) = \sqrt{6} \approx 2,45$  ;  $f(49) = 7$  ;

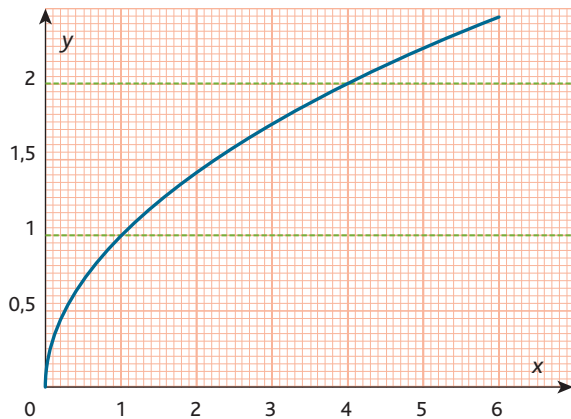
$f(1\,000) = \sqrt{1000} \approx 31,62$  ;  $f\left(\frac{1}{25}\right) = \frac{1}{5}$ .

28. a.

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5
$\sqrt{x}$	0	0,7	1	1,2	1,4	1,6

x	3	3,5	4	4,5	5	6
$\sqrt{x}$	1,7	1,9	2	2,1	2,2	2,5

b.



c. 2 et 1 ont chacun un antécédent ; - 4 n'a pas d'antécédent.

29. Les phrases exactes sont les phrases a., b., c. et e.

30. Par exemple :

x Min : 0 ; x Max : 10 ; pas : 1 ; y Min : 0 ; y Max : 3,5 ; pas : 1.

31.

x	$-\infty$	$+\infty$
f(x)	↗	

### ➤ Opérations sur les fonctions

32. Pour la fonction  $f$ ,  $a = 1$  ;  $c = - 5$ .

Pour la fonction  $g$  :  $a = - 1$  ;  $c = 0,2$ .

Pour la fonction  $h$  :  $a = 0,2$  ;  $c = 8$ .

33. a. La fonction  $g$  varie en sens contraire de la fonction carré car  $- 1,8$  est négatif.

x	- 2	0	5
g(x)	- 7,2	0	- 45

b. La fonction  $x \mapsto 0,7x^2$  a le même sens de variation que la fonction carré car  $0,7$  est positif. L'addition d'une constante, positive ou négative, à une fonction ne change pas son sens de variation.

x	- 2	0	5
h(x)	- 0,2	- 3	14,5

34. Les fonctions  $f$ ,  $h$  et  $i$  ont le même sens de variation que la fonction carré car leur coefficient  $a$  est positif.

35. Pour la fonction  $f$ ,  $d = - 3$  ; pour la fonction  $g$ ,  $d = \frac{1}{7}$  ; pour la fonction  $h$ ,  $d = - \frac{3}{5}$ .

36. a. La fonction  $f$  varie en sens contraire de la fonction inverse car  $- 8$  est négatif.

x	0,4	5
f(x)	- 20	- 1,6

b. La fonction  $g$  a le même sens de variation que la fonction inverse car  $\frac{2}{9}$  est positif.

x	0,4	5
g(x)	0,56	0,04

37. Les fonctions  $h$  et  $i$  ont le même sens de variation que la fonction cube car le coefficient qui multiplie  $x^3$  est positif.

## Problèmes p. 32 à 34

### ➤ Problème 1 – Optimiser un coût de fabrication

1. a. Charges fixes par pièce :  $\frac{1\,800}{n}$ .

Coût unitaire de fabrication = charges fixes + prix de fabrication =  $\frac{1\,800}{n} + 30$ .

b. Pour 400 pièces, coût unitaire = 34,50 € ; pour 500 pièces, coût unitaire = 33,60 €.

2. a. La fonction inverse est décroissante sur  $[50 ; 500]$ .

La fonction  $x \mapsto \frac{1\,800}{x}$  a le même sens de variation

que la fonction inverse car 1 800 est positif. Elle est donc décroissante.

La fonction  $f$  a le même sens de variation que la

fonction  $x \mapsto \frac{1800}{x}$  car on ajoute une constante. Elle est donc décroissante.

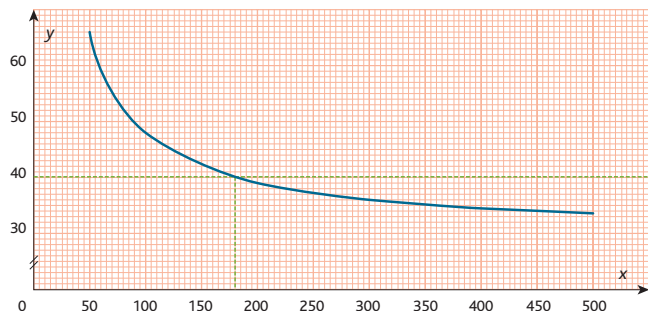
b.

x	50	500
f(x)	66	33,6

c.

x	50	100	200	300	400	500
f(x)	66	48	39	36	34,5	33,6

d.



3. Il faut fabriquer au moins 180 pièces pour que le prix unitaire de fabrication soit inférieur à 40 €.

### ► Problème 2 – Réaliser un placement financier

1. a.  $t = 0,04$ , soit 4 %      b.  $C \approx 10\,667$  €

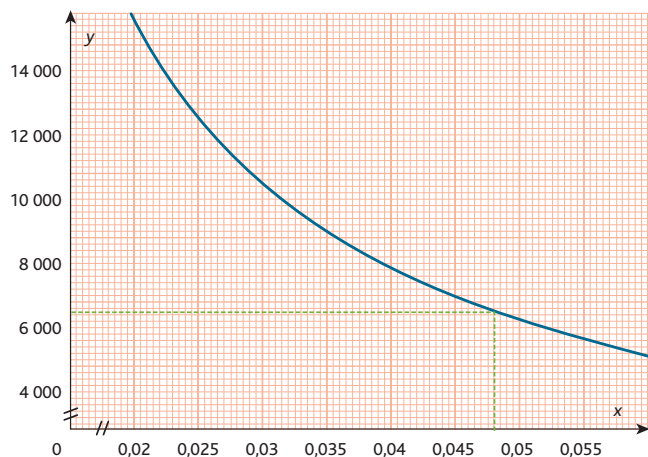
2.  $C = \frac{320}{t}$

3. a. La fonction  $f$  est décroissante sur  $[0,02 ; 0,06]$  car 320 étant positif, elle a le même sens de variation que la fonction inverse.

b.

x	0,02	0,025	0,03	0,035	0,04	0,045	0,05	0,06
f(x)	16 000	12 800	10 667	9 142	8 000	7 111	6 400	5 332

c.



d. Il faut placer environ 6 600 €.

### ► Problème 3

1. a.  $h = \frac{600}{x}$ .

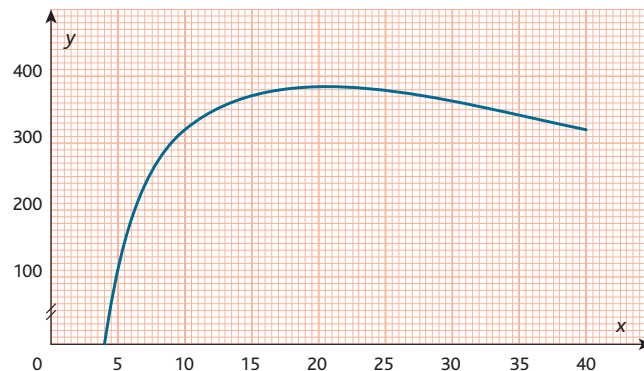
b. Aire de la surface imprimable :  $(x - 4)(h - 6)$ .

c.  $A(x) = (x - 4)\left(\frac{600}{x} - 6\right) = 600 - 6x - \frac{2\,400}{x} + 24 = 624 - 6x - \frac{2\,400}{x}$ .

2. a. Sur l'intervalle  $[4 ; +\infty[$ , la fonction  $g$  est décroissante et la fonction  $k$  est croissante.

b. On ne peut pas en déduire le sens de variation de la fonction  $g + k$  car les fonctions  $g$  et  $k$  n'ont pas le même sens de variation.

c.



d.

x	4	20	30
f(x)	0	384	364

La fonction  $f$  est maximale pour  $x = 20$  ;  $f(20) = 384$ .

3. a. Dimensions de la page : 20 cm par 30 cm.

b. Le pourcentage demandé est 64 %.

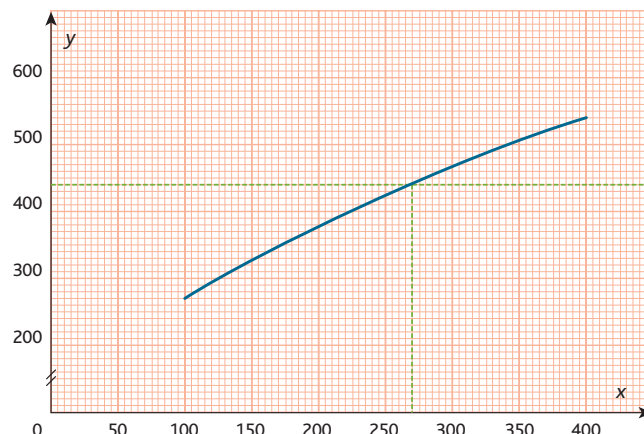
### ► Problème 4

1. a.  $F = 27\sqrt{T}$ .

b.  $F \approx 467$  Hz.

c. La fonction  $g$  a le même sens de variation que la fonction racine carrée car 27 est positif. Elle est donc croissante sur  $[100 ; 400]$ .

d.



e.  $T \approx 270 \text{ N}$ .

f.  $T = \left(\frac{440}{27}\right)^2 \approx 266 \text{ N}$ .

2. a.  $F = 8,91 \times \sqrt{247} \times \frac{1}{L}$ ;  $F \approx \frac{140}{L}$ .

b.

x	10	30
f(x)	14	4,7

c.  $L = \frac{140}{660} \approx 0,21$ ;  $L = 0,21 \text{ m} = 21 \text{ cm}$ .

### ► Problème 5



Voir fichier « 02\_probleme5\_corrige.ggb ».

2. a. La courbe qui apparaît à l'écran est une parabole.

b. La parabole d'équation  $y = 9x^2$  est celle qui semble passer le plus près des points.

c.  $a = 9,8$ .

3. a. Les dépenses à prévoir s'élèvent à 480,20 €.

b. On place le point de coordonnées (7 ; 480,2). La parabole d'équation  $y = 9,8x^2$  passe par ce point.



Bien respecter la syntaxe lors de la frappe.

### ► Problème 6

#### Partie A

1.

n	30	60	90
$C_s$ (en €)	375	187,5	125
$C_c$ (en €)	200	350	500
$C_t$ (en €)	575	537,5	625

2.  $C_t(n) = \frac{11\,250}{n} + 5n + 50$ .

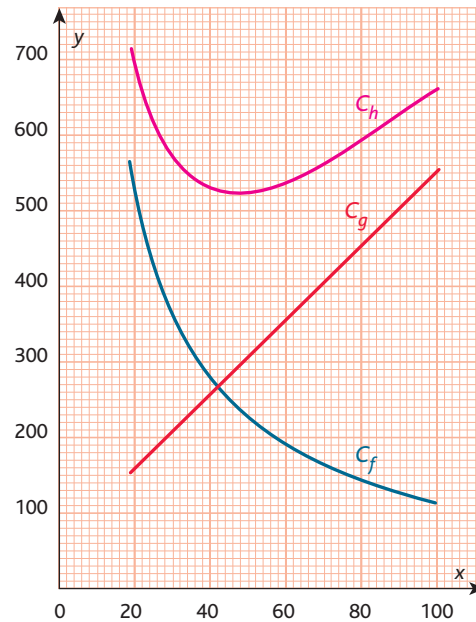
#### Partie B

1. a. La fonction inverse est décroissante sur  $[20 ; 100]$ . La fonction  $x \mapsto \frac{11\,250}{x}$  a le même sens de variation que la fonction inverse, car 11 250 est positif. Elle est donc décroissante.

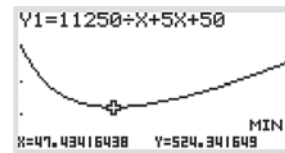
b. La fonction  $g$  est une fonction affine dont le coefficient  $a$ , égal à 5, est positif. La fonction  $g$  est donc croissante.

c. On ne peut pas déduire des questions b. et c. le sens de variation de la fonction  $h$ , car les fonctions  $f$  et  $g$  n'ont pas le même sens de variation.

2. a.



b.



Le minimum de la fonction  $h$  est voisin de 524 pour une valeur de  $x$  voisine de 47.

c.

x	20	47	100
h(x)	712,5	524	662,5

#### Partie C

Le nombre de commandes est un nombre entier.  $h(47) = 524,36$ ;  $h(48) = 524,37$ .

Le coût total de gestion du stock est minimal pour 47 commandes ; il s'élève à 524,36 €.



# Je me teste



(Livre élève  
pages 35 et 36)

## Problématique

Maeva a des problèmes de peau et sa dermatologue lui conseille d'utiliser une crème dont le taux de protection est compris entre 93 % et 96 %. Parmi les crèmes vendues dans cette pharmacie, quelles sont celles que Maeva peut choisir ?

### 1 Appropriation

Maeva utilise une crème d'indice  $IP = 10$ .



**1.a** Calculer le taux de protection  $T$ , exprimé en pourcentage, de cette crème.

Pour  $IP = 10$ ,  $T = 100 - 100 \div 10 = 100 - 10 = 90$ . Le taux de protection est 90 %.



**1.b** Dire si cette crème correspond au conseil du dermatologue. Justifier.

Cette crème ne correspond pas au conseil du dermatologue car  $90 \% < 93 \%$ .

### 2 Étude d'une fonction

Le taux de protection  $T$  en fonction de l'indice  $IP$  peut être modélisé par la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[10 ; 60]$  par  $f(x) = 100 - \frac{100}{x}$ .



**2.a** Mettre en œuvre une démarche pour montrer que la fonction  $f$  est croissante.

Sur l'intervalle  $[10 ; 60]$ , la fonction inverse est décroissante ; donc la fonction  $x \mapsto -100 \times \frac{1}{x}$  est croissante.

Lorsqu'on ajoute une constante à une fonction, le sens de variation ne change pas ; donc la fonction  $f$  est croissante sur  $[10 ; 60]$ .



**APPEL** Appelez le professeur pour lui exposer votre raisonnement.



**2.b** Représenter graphiquement la fonction  $f$  sur  $[10 ; 60]$  (calculatrice ou logiciel).

Voir le fichier « 02\_JMT\_corrigé.ggb ». Même fichier pour la question 2d.



**2.c** Résoudre graphiquement les équations  $f(x) = 93$  :  $x \approx 14,3$  ;  $f(x) = 96$  :  $x \approx 25$ .



**2.d** En déduire les valeurs de  $x$  pour lesquelles on a  $93 \leq f(x) \leq 96$ . Donner la réponse sous la forme d'un intervalle.  $14,3 \leq x \leq 25$  ou  $[14,3 ; 25]$ .

### 3 Exploitation des résultats



**3.a** La fonction  $f$  est croissante sur  $[10 ; 60]$ . Donner la signification de cette croissance pour le taux de protection en cochant la réponse exacte.

☒ Le taux de protection augmente lorsque l'indice  $IP$  augmente.

☐ Le taux de protection augmente lorsque l'indice  $IP$  diminue.



**3.b** Répondre à la problématique.

Maeva peut choisir les crèmes d'indice 15, 20 ou 25.

# 7 Paraboles

(Livres élève pages 37 et 38)

## 1 Représentation graphique d'une fonction du second degré



### Plus je produis, plus je gagne ?

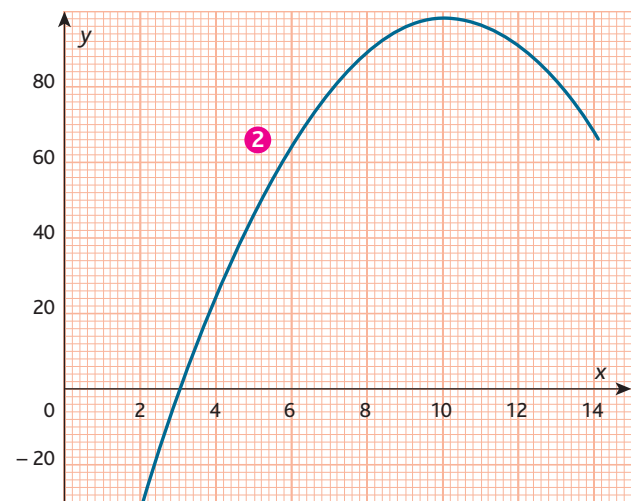
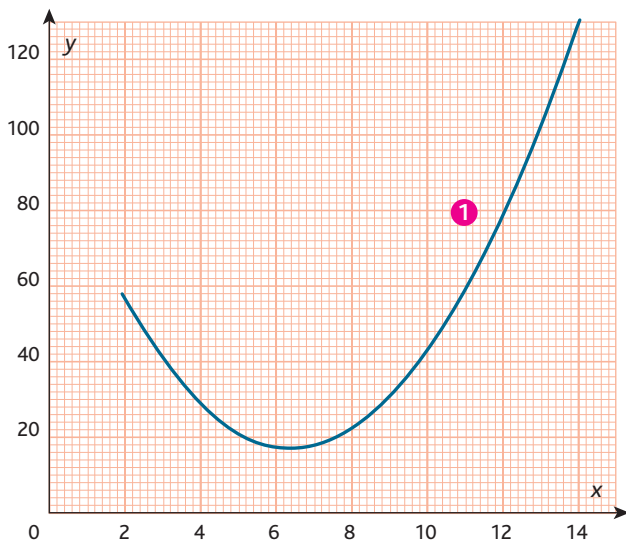
L'usine Pharmacoop veut étudier la rentabilité d'un médicament vendu sous forme liquide. On désigne par  $x$  la quantité de produit en hectolitres ;  $x$  varie de 2 à 14.

Le coût de production, en milliers d'euros, est donné par  $f(x) = 2x^2 - 26x + 102$ .

Le résultat (perte ou bénéfice), en milliers d'euros, est donné par  $g(x) = -2x^2 + 40x - 102$ .

1. a. Calculer le coût pour une production de 4 hectolitres : 30 000 €
- b. Calculer le résultat pour une production de 4 hectolitres : 26 000 €
- c. S'agit-il d'un bénéfice ou d'une perte ? Le résultat est un bénéfice.

2. Voici les courbes représentatives des fonctions  $f$  et  $g$ .



Laisser les traits de lecture apparents.

La courbe ① est une portion de la parabole  $P_1$  d'équation  $y = 2x^2 - 26x + 102$ .

- a. La courbe ② est une portion de la parabole  $P_2$  d'équation :  $y = -2x^2 + 40x - 102$ .
  - b. Lire graphiquement le coût d'une production de 6 hectolitres : 18 000 €
  - c. Lire graphiquement à quelle(s) production(s) correspond un bénéfice de 66 000 € : 6 hL et 14 hL.
3. Dans cet exemple, est-il vrai que « Plus je produis, plus je gagne » ? Justifier la réponse.
- Ce n'est pas vrai pour des productions supérieures à 10 hL : le bénéfice diminue.

## 2 Sommet d'une parabole

### En haut ou en bas ?



Une lecture graphique donne une valeur approchée.

1. a. Déterminer graphiquement les coordonnées du point le plus bas  $S_1$  de la parabole  $P_1$  :

(6,5 ; 17)

Ce point  $S_1$  est appelé **sommet** de la parabole  $P_1$ .

- b. Déterminer graphiquement les coordonnées du point le plus haut  $S_2$  de la parabole  $P_2$  : (10 ; 98)

Ce point  $S_2$  est appelé **sommet** de la parabole  $P_2$ .

Faire un commentaire sur l'utilisation du mot « sommet » en mathématiques : Pour une parabole, le « sommet » peut être le point le plus haut ou le plus bas.

2. Les fonctions  $f$  et  $g$  sont des fonctions du second degré dont la forme générale est :  $x \mapsto ax^2 + bx + c$ .

- a. Donner les coefficients  $a$ ,  $b$  et  $c$  de la fonction  $f$  :  $a = 2$  ;  $b = -26$  ;  $c = 102$

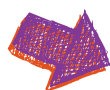
- b. Calculer le nombre  $-\frac{b}{2a}$  :  $-\frac{-26}{4} = 6,5$

Comparer avec l'abscisse de  $S_1$  : c'est le même nombre.

- c. Donner les coefficients  $a$ ,  $b$  et  $c$  de la fonction  $g$  :  $a = -2$  ;  $b = 40$  ;  $c = -102$

- d. Calculer le nombre  $-\frac{b}{2a}$  :  $-\frac{40}{-4} = 10$

Comparer avec l'abscisse de  $S_2$  : c'est le même nombre.



## Comment calculer les coordonnées du sommet d'une parabole ?

Calculer les coordonnées du sommet  $S$  de la parabole d'équation  $y = 3x^2 + 3,6x - 4$ .

- Donner la valeur des coefficients  $a$  et  $b$  :  $a = 3$  ;  $b = 3,6$

- Calculer le nombre  $-\frac{b}{2a}$  :  $-\frac{3,6}{6} = -0,6$

- Remplacer  $x$  par sa valeur dans l'équation de la parabole et calculer  $y$  :  $-5,08$

- Donner la réponse : le point  $S$  a pour coordonnées  $(-0,6 ; -5,08)$

### RÉPONSES

#### Exercices

1 a. Les fonctions  $f$ ,  $h$  et  $j$  sont représentées par une parabole.

b. La fonction  $g$  est représentée par une droite. La courbe représentative de la fonction  $i$  ne porte pas de nom particulier.

2 a.  $y = 3x^2 + 1,2x - 5$  : les coordonnées du sommet sont  $(-0,2 ; -5,12)$ .

$y = 3x^2 + 7$  : les coordonnées du sommet sont  $(0 ; 7)$ .

$y = 4x + x^2$  : les coordonnées du sommet sont  $(-2 ; -4)$ .

$y = -x^2 + x + 8$  : les coordonnées du sommet sont  $(0,5 ; 8,25)$ .

b. Lorsque le sommet est le point le plus bas de la parabole, le coefficient  $a$  est positif.

c. Lorsque le sommet est le point le plus haut de la parabole, le coefficient  $a$  est négatif.

# Sens de variation d'une fonction du second degré

(Livre élève pages 39 et 40)

## 1 Tableau de variation



### Optimiser un coût ou un bénéfice

On continue l'étude des fonctions  $f$  et  $g$  définies dans la fiche 7 précédente.

1. a. Le coût de production présente-t-il un minimum ou un maximum ? **un minimum**.....

b. Quelle est alors la valeur de  $x$  ? **6,5**.....

Calculer  $f(6,5)$  : **17,5**.....

c. À l'aide du graphique de la fiche 7, donner le sens de variation de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[2 ; 6,5]$  :

**décroissante**....., puis sur l'intervalle  $[6,5 ; 14]$  : **croissante**.....

d. Calculer  $f(2)$  : **58**..... et  $f(14)$  : **130**.....

e. Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$  :

$x$	2	6,5	14
$f(x)$	58	17,5	130



Dire si la fonction est croissante ou décroissante.

2. a. Le bénéfice présente-t-il un minimum ou un maximum ? **un maximum**.....

b. Quelle est alors la valeur de  $x$  ? **10**..... Calculer  $g(10)$  : **98**.....

c. À l'aide du graphique de la fiche 7, donner le sens de variation de la fonction  $g$  sur l'intervalle  $[2 ; 10]$  :

**croissante**....., puis sur l'intervalle  $[10 ; 14]$  : **décroissante**.....

d. Calculer  $g(2)$  : **-30**..... et  $g(14)$  : **60**.....

e. Dresser le tableau de variation de la fonction  $g$  :

$x$	2	10	14
$g(x)$	-30	98	60

3. Le coût minimal est-il obtenu pour la même valeur de  $x$  que le bénéfice maximum ? **Non, les valeurs de  $x$  ne sont**.....

**pas les mêmes ; 6,5 et 10**.....



## ➔2 Influence des coefficients $a, b, c$ sur le sens de variation d'une fonction du second degré



Ouvrir le fichier « 03\_sens\_variation.ggb ».

La forme générale d'une fonction du second degré est  $f: x \mapsto ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ).

1. Faire varier  $a$  de  $-4$  à  $4$  à l'aide du curseur correspondant.

Observer les modifications de la forme de la courbe suivant la valeur et le signe de  $a$  : la parabole peut avoir une forme « en creux » ou une forme « en bosse ». Elle est plus ou moins évasée.

2. Choisir  $a = 0,4$ .

a. Donner le sens de variation de la fonction  $g: x \mapsto 0,4x^2 + 2x - 1$  : elle est décroissante sur l'intervalle  $]-\infty; -2,5[$  et croissante sur l'intervalle  $[-2,5; +\infty[$ .

b. Faire varier les coefficients  $b$  et  $c$  à l'aide des curseurs correspondants.

Ces coefficients ont-ils une influence sur le sens de variation de la fonction  $f$  ? Non.

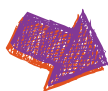
3. Choisir  $a = -2$ .

a. Donner le sens de variation de la fonction  $h: x \mapsto -2x^2 + 2x - 1$  : elle est croissante sur l'intervalle  $]-\infty; 0,5[$  et décroissante sur l'intervalle  $[0,5; +\infty[$ .

b. Faire varier les coefficients  $b$  et  $c$  à l'aide des curseurs correspondants.

Ces coefficients ont-ils une influence sur le sens de variation de la fonction  $f$  ? non.

4. Quel est le signe de  $a$  lorsque la fonction  $f$  admet un minimum ? Positif un maximum ? Négatif.



## Comment construire le tableau de variation d'une fonction du second degré ?

Soit la fonction  $f$  définie par  $f(x) = -2x^2 + 8x + 7$  sur l'intervalle  $[-1; 3]$ .

Établir le tableau de variation de la fonction  $f$ .

- Repérer les valeurs des coefficients  $a$  et  $b$  :  $a = -2$  ;  $b = 8$ .
- Calculer le nombre  $-\frac{b}{2a} : -\frac{8}{-4} = 2$ . Appartient-il à l'intervalle  $[-1; 3]$  ? Oui.  
Calculer son image par  $f$  :  $f(2) = 15$ .
- Donner le signe du coefficient  $a$  : Il est négatif.  
En déduire le sens de variation de  $f$  :  $f$  est croissante sur l'intervalle  $[-1; 2]$  et décroissante sur l'intervalle  $[2; 3]$ .
- Calculer les images des bornes de l'intervalle de définition :  $f(-1) = -3$  ;  $f(3) = 13$ .
- Établir le tableau de variation :

$x$	$-1$	$2$	$3$
$f(x)$	$-3$	$15$	$13$

### RÉPONSES

### Exercice

$x$	$-\infty$	$-0,2$	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	$-5,12$	$\nearrow$

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$g(x)$	$\searrow$	$7$	$\nearrow$

$x$	$-\infty$	$-2$	$+\infty$
$h(x)$	$\searrow$	$-4$	$\nearrow$

$x$	$-\infty$	$0,5$	$+\infty$
$i(x)$	$\nearrow$	$8,25$	$\searrow$



## J'utilise une calculatrice graphique

### Étudier une fonction du second degré



On étudie la fonction  $f: x \mapsto 1,2x^2 - 3x + 5$  définie sur l'intervalle  $[-2; 4]$ .  
Éditer cette fonction sur la calculatrice.

Table Func :Y=  
Y1 1.2X^2-3X+5

#### 1. Tableau de valeurs

a. En utilisant la fonction Table de la calculatrice, faire varier  $x$  de  $-2$  à  $4$  avec un pas de  $0,5$ .

Afficher la table de  $f(x)$ .

b. En utilisant cette table, compléter le tableau de valeurs suivant :

Start:-2  
End :4  
Step :0.5

x	-2	-1,5	-1	0	1,5	2	4
f(x)	15,8	12,2	9,2	5	3,2	3,8	12,2

c. Dans la table obtenue sur la calculatrice, quelle est la plus petite valeur de  $f(x)$  ? 3,2  
Peut-on dire que c'est le minimum de  $f$  sur l'intervalle  $[-2; 4]$  ? Non

#### 2. Courbe représentative

a. Régler la fenêtre d'affichage de la calculatrice.

b. Tracer la courbe représentative de  $f$  sur la calculatrice.

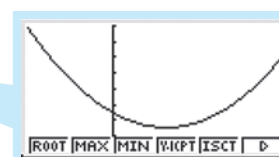
Xmin :-2  
max :4  
scale:1  
Ymin :0  
max :16  
scale:2

#### 3. Minimum de $f$ et tableau de variation

a. Utiliser une des options graphiques (Trace par exemple) pour faire apparaître les coordonnées du point représentatif. Déplacer le pointeur sur la courbe à l'aide des flèches  $\leftarrow$   $\rightarrow$ .

b. Noter la plus petite valeur de  $y$  ainsi obtenue : 3,125

Noter la valeur correspondante de  $x$  : 1,238  
Arrondir au millièmes.



c. Utiliser l'option MIN pour obtenir une valeur plus précise : 3,125 pour  $x = 1,25$ .

d. Vérifier ce résultat graphique en calculant  $-\frac{b}{2a} = -\frac{-3}{2 \cdot 1,2} = 1,25$ .

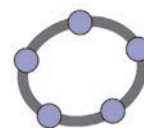
e. Dans la table de la calculatrice, ajouter la valeur  $1,25$  dans la colonne de  $x$ .

Lire  $f(1,25)$  : 3,125

f. Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$ .

x	-2	1,25	4
f(x)	15,8	3,125	12,2

# J'utilise un logiciel (GeoGebra)



## Utiliser une fonction du second degré



Voir fichier « 03\_p42\_corrige.ggb ».

### Optimiser un investissement

Une entreprise décide d'investir dans la publicité pour relancer ses ventes.

#### 1. Évolution du chiffre d'affaires

L'évolution du chiffre d'affaires en fonction de la somme investie dans la publicité est donnée par le tableau suivant.



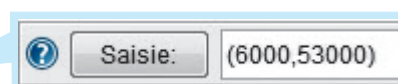
Somme investie dans la publicité (en €)	1 000	3 000	5 000	6 000	7 000	9 000
Chiffre d'affaires réalisé (en €)	29 000	42 000	50 000	53 000	53 000	48 000



Ouvrir le fichier « 03\_optimisation.ggb ».

- a. Les points correspondants aux trois premières colonnes du tableau sont déjà placés. Placer les trois derniers points.

Pour cela, en bas de l'écran, sur la ligne Saisie, taper les coordonnées de chaque point, puis valider.



- b. Quelle semble être l'évolution du chiffre d'affaires en fonction de la somme investie ?

Le chiffre d'affaires commence par augmenter, puis il diminue.

#### 2. Modélisation de la situation

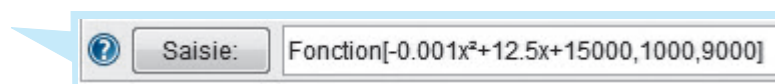
Soit la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[1\ 000 ; 9\ 000]$  par  $f(x) = -0,001x^2 + 12,5x + 15\ 000$ .

Afin d'optimiser le chiffre d'affaires, on modélise la situation par la fonction  $f$  : on considère que  $f(x)$  est une bonne approximation du chiffre d'affaires,  $x$  étant la somme investie dans la publicité, en euros.

- a. Calculer  $f(1\ 000)$  et comparer le résultat avec celui du premier tableau :  $f(1\ 000) = 26\ 500$ . Ce résultat est

inférieur à celui du tableau, mais il en est proche.

- b. Tracer la courbe représentative de la fonction  $f$  dans le repère précédent en tapant sur la ligne Saisie :



Les nombres décimaux doivent être saisis avec un point.

- c. Comment se situe cette courbe par rapport aux points précédemment placés ?

La courbe passe entre les points précédemment placés.

- d. Trouver graphiquement pour quelle valeur de  $x$  la fonction  $f$  atteint son maximum : 6 250.

Déterminer la valeur exacte de  $x$  en calculant  $-\frac{b}{2a} : -\frac{12,5}{2 \times (-0,01)} = 6\ 250$ .

- e. Quel est le montant de l'investissement qui donne le chiffre d'affaires maximal ?

6 250 €. Le chiffre d'affaires est alors de 54 062,50 €.



# Exercices & Problèmes

## Exercices p. 45 et 46

### 1. QCM

- a.  $-x + x^2 - 2$ .  
 b.  $a = 0,5$  ;  $b = 1$  ;  $c = -7$ .  
 c. La troisième courbe.  
 d. Croissante sur  $[1 ; 2]$ .

### 2. Vrai - Faux

- a. Faux    b. Vrai    c. Faux    d. Vrai

### 3. Phrases à trous

La courbe représentative de la fonction  $f$  est une **parabole**.  
 Les coordonnées de son **sommet** sont  $(0,75 ; 1)$ .  
 La fonction  $f$  est **croissante** sur l'intervalle  $[0,75 ; 3]$ .  
 La fonction  $f$  admet un **minimum** pour  $x = 0,75$ .

### 4. Associer

- $P_1$  —  $y = x^2 - 2x + 2$   
 $P_2$  —  $y = x^2 - 2x$   
 $P_3$  —  $y = 0,5x^2 - x + 1,5$   
 $P_4$  —  $y = -x^2 + 2x$

### › Étudier une fonction du second degré

5. Pour la fonction  $f$ ,  $a = 1$  ;  $b = 8$  ;  $c = -5$ .  
 Pour la fonction  $g$ ,  $a = -1$  ;  $b = 0,5$  ;  $c = 3$ .  
 Pour la fonction  $h$ ,  $a = -0,5$  ;  $b = 1$  ;  $c = 1$ .  
 Pour la fonction  $i$ ,  $a = \frac{2}{3}$  ;  $b = -8$  ;  $c = -3$ .
6. Pour la fonction  $f$ ,  $a = 1$  ;  $b = 0$  ;  $c = -1$ .  
 Pour la fonction  $g$ ,  $a = -0,2$  ;  $b = 5$  ;  $c = 0$ .  
 Pour la fonction  $h$ ,  $a = 1$  ;  $b = -8$  ;  $c = 0$ .  
 Pour la fonction  $i$ ,  $a = 1,5$  ;  $b = 0$  ;  $c = -6$ .
7.  $f(x) = x^2 - 4$  ;  $a = 1$  ;  $b = 0$  ;  $c = -4$ .  
 $g(x) = 2x^2 + 5x - 3$  ;  $a = 2$  ;  $b = 5$  ;  $c = -3$ .  
 $h(x) = 0,5x^2 - 1,5x + 1$  ;  $a = 0,5$  ;  $b = -1,5$  ;  $c = 1$ .  
 $i(x) = -x^2 - 3x + 10$  ;  $a = -1$  ;  $b = -3$  ;  $c = 10$ .
8.  $f$  a un minimum égal à  $-21$  pour  $x = -4$ .  
 $g$  a un maximum égal à  $3,0625$  pour  $x = 0,25$ .  
 $h$  a un maximum égal à  $1,5$  pour  $x = 1$ .  
 $i$  a un minimum égal à  $-27$  pour  $x = 6$ .

9.  $f$  a un minimum égal à  $1$  pour  $x = 0$ .  
 $g$  a un maximum égal à  $31,25$  pour  $x = 12,5$ .  
 $h$  a un minimum égal à  $-16$  pour  $x = 4$ .  
 $i$  a un minimum égal à  $-6$  pour  $x = 0$ .

### 10.

$x$	$-3$	$3$
$f(x)$	$-20$	$28$

$x$	$-3$	$0,25$	$5$
$g(x)$	$-7,5$	$3,0625$	$-4,5$

$x$	$-3$	$1$	$3$
$h(x)$	$-6,5$	$1,5$	$-0,5$

$x$	$-3$	$3$
$i(x)$	$27$	$-21$

### 11.

$x$	$-1$	$0$	$4$
$i(x)$	$2$	$1$	$17$

$x$	$-1$	$4$
$g(x)$	$-5,2$	$16,8$

$x$	$-1$	$4$
$h(x)$	$9$	$-16$

$x$	$-1$	$0$	$4$
$i(x)$	$-4,5$	$-6$	$18$

12. On résout le système :  $\begin{cases} a + c = 1,5 \\ 4a + c = 4 \end{cases}$ .

On obtient  $a = \frac{5}{6}$  et  $c = \frac{2}{3}$ .

13.  $c = 5$ .

Pour déterminer  $a$  et  $b$ , on résout le système :

$$\begin{cases} a + b + 5 = -1 \\ a - b + 5 = 19 \end{cases}$$


On trouve  $a = 4$  et  $b = -10$ .

On a donc  $g(x) = 4x^2 - 10x + 5$ .

**14.** On sait que  $a + b = 5,7$  et  $-\frac{b}{2a} = -1,4$ . On

obtient  $a = 1,5$  et  $b = 4,2$ .

**15.** Le tableau de variation de la fonction  $f$  est :

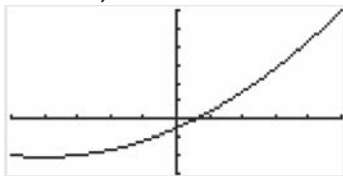
$x$	$-\infty$	$-1,5$	$+\infty$
$i(x)$			

$f$  n'est ni croissante, ni décroissante sur  $[-3; 0]$ . Elle est décroissante sur  $[-3; -1,5]$  et croissante sur  $[-1,5; 0]$ .

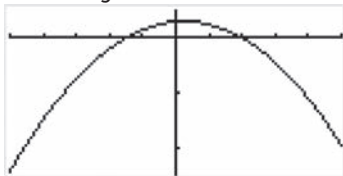
### ➤ Représenter graphiquement une fonction du second degré

**16.**

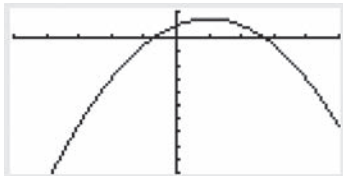
Fonction  $f$



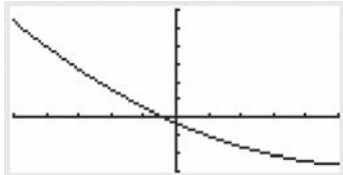
Fonction  $g$



Fonction  $h$



Fonction  $i$



**17.** Les points  $(1; -18)$ ;  $(0,5; -20)$ ;  $(-3; 22)$  appartiennent à la courbe représentative de  $f$ .

**18.** Les points  $(-4,2; -37,26)$ ;  $(0; -4)$ ;  $(1,5; 7,025)$  appartiennent à la courbe représentative de  $g$ .

**19.**

$x$	$-3$	$-2$	$-1$	$0$	$1$	$2$
$h(x)$	$-3,4$	$-5,6$	$-5,8$	$-4$	$-0,2$	$5,6$

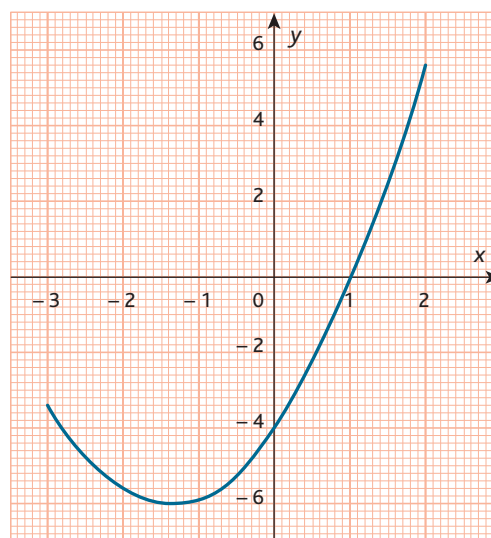
**20.**

$x$	$-1$	$0$	$1$	$2$	$3$	$4$
$i(x)$	$-2,6$	$1$	$2,8$	$2,8$	$1$	$-2,6$

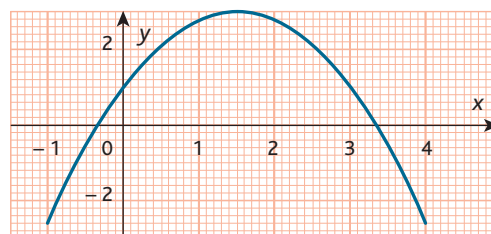
**21.** Coordonnées du sommet de la parabole :  $(-1,4; -5,96)$ .

**22.** Coordonnées du sommet de la parabole :  $(1,5; 3,025)$ .

**23.**



**24.**



## Problèmes p. 47 à 50

### ➤ Problème 1

#### Partie A

**1.**  $C(55) = 525$ . Le coût de fabrication pour 55 tonnes est 525 000 €.

$C(75) = 1\,125$ . Le coût de fabrication pour 75 tonnes est 1 125 000 €.

2. Le chiffre d'affaires pour 55 tonnes est 990 000 €. Le chiffre d'affaires pour 75 tonnes est 1 350 000 €.

3. Le bénéfice pour 55 tonnes est 465 000 €. Le bénéfice pour 75 tonnes est 225 000 €.

4. a. Chiffre d'affaires en fonction de  $T$  :  $18T$ .

b. Bénéfice en fonction de  $T$  :  $18T - T^2 + 100T - 3\,000$ , soit  $-T^2 + 118T - 3\,000$ .

### Partie B

1.

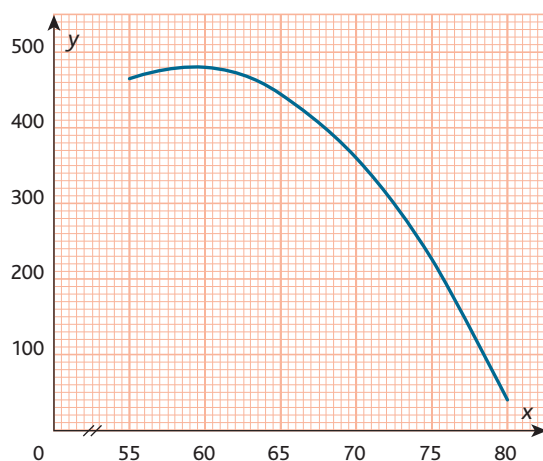
$x$	55	59	80
$B(x)$	465	481	40

2.

$x$	55	60	65	70	75	80
$B(x)$	465	480	445	360	225	40

3. Coordonnées du sommet de la parabole : (59 ; 481).

4.



### Partie C

1. Le bénéfice de l'entreprise est maximal pour 59 tonnes.

2. Le bénéfice maximal est 481 000 €.

3. Le pourcentage de réduction est 18 %.

## ► Problème 2

### Partie A

1.  $D_A = 30,3$  m.

2.

$x$	-20	-6	40
$f(x)$	13,3	-3	173,3

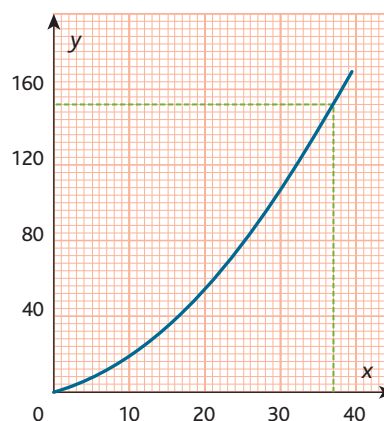
3.

$x$	0	40
$g(x)$	0	173,3

4.

$x$	0	5	8	14	19	25	31	40
$g(x)$	0	7,1	13,3	30,3	49,1	77,1	111,1	173,3

5.



6.  $v_s \approx 37$  m/s, soit 133 km/h.

### Partie B

1. 30 m/s = 108 km/h.

2. Sur route sèche, 133 km/h est proche de 130 km/h.

Sur route humide, 108 km/h est proche de 110 km/h.

## ► Problème 3

### Partie A Calcul du bénéfice

1. a.  $n = -0,15 \times 340 + 90 = 39$ .

b.  $CA = 340 \times 39 = 13\,260$  €.

c.  $C = 180 \times 39 + 6\,100 = 13\,120$  €.

d.  $R$  est un bénéfice.  $R = 13\,260 - 13\,120 = 140$  €.

2. a.  $CA = (-0,15p + 90)p = -0,15p^2 + 90p$ .

b.  $C = 180(-0,15p + 90) + 6\,100 = -27p + 22\,300$ .

c.  $R = CA - C = -0,15p^2 + 117p - 22\,300$ .

## Partie B Étude de fonctions numériques

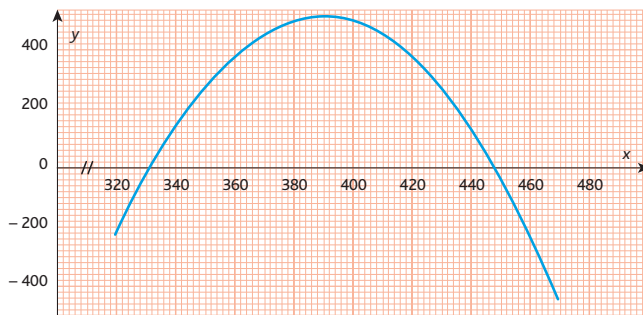
1. a.  $\frac{-b}{2a} = -\frac{117}{2 \times (-0,15)} = 390$  ;  $f(390) = 515$ .  
b.

x	320	390	470
f(x)	-220	515	-445

c.

x	320	350	380	410	440	470
f(x)	-220	275	500	455	140	-445

d.



2. Le résultat est nul pour  $x \approx 330$  et  $x \approx 450$ .  
Mme Peaudouce réalise un bénéfice lorsque le prix du forfait est compris entre 330 € et 450 €.

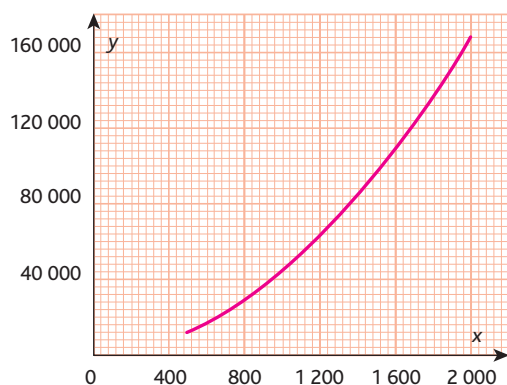
### ► Problème 4

1. a.  $m \approx 782$ .  
b.  $D_{AB} \approx 139$  km.  
2. a.  $f(500) = 12\,610$  ;  $f(1\,000) = 45\,060$  ;  $f(2\,000) = 169\,960$ .

b.

x	500	2 000
f(x)	12 610	169 960

c.



3.  $m \approx 1\,360$ .

### ► Problème 5

#### 1. Approche graphique

- b. La courbe semble être une parabole.  
c. Pour  $MB = 0$  et  $MB = 5$ , l'aire de AHMK est égale à 0.  
d. La valeur maximale de l'aire est  $3 \text{ cm}^2$  pour  $x = 2,5 \text{ cm}$ .

#### 2. Détermination avec une fonction

- a.  $BC = 5 \text{ cm}$ .  
b.  $MH = \frac{3}{5}x$  ;  $BH = \frac{4}{5}x$  ;  $AH = 4 - \frac{4}{5}x$   
c. Aire AHMK  $= \frac{3}{5}x \left(4 - \frac{4}{5}x\right) = \frac{12}{5}x - \frac{12}{25}x^2$ .  
d.  $\frac{-b}{2a} = -\frac{12}{5} \div \left(-\frac{24}{25}\right) = \frac{5}{2}$  ;  $f(2,5) = 3$ .

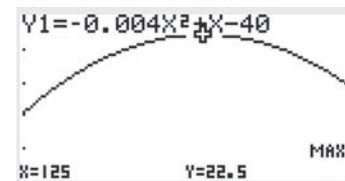
Les résultats sont identiques à ceux trouvés graphiquement.

- e. M est le milieu de [BC] lorsque l'aire est maximale.

### ► Problème 6

1. La quantité de sucre est 22,4 kg.

2. a.



- b. Le maximum de la fonction  $f$  est 22,5 pour  $x = 125$ .  
c. L'équation  $f(x) = 16$  a deux solutions : 84,7 et 165,3 (valeurs approchées au dixième).  
d.

x	70	125	170
f(x)	10,4	22,5	14,4

3. a. Il faut répandre 125 kg d'engrais par hectare pour que la quantité de sucre soit maximale.  
b.  $84,7 \text{ kg} < m < 165,3 \text{ kg}$ .

### ► Problème 7

1. La température au bout de 30 minutes est  $93^\circ\text{C}$ .



Le phytoplancton est constitué d'algues microscopiques.

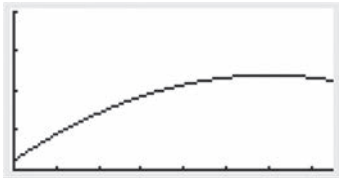
2. b.

x	0	20	40	50	60	75
f(x)	12	72	108	117	120	113,25

3. a.

Xmin : 0  
Xmax : 75  
Pas : 10  
Ymin : 0  
Ymax : 200  
Pas : 50

b.



4. a.  $\frac{-b}{2a} = 60$ . Cette valeur appartient à l'intervalle  $[0 ; 75]$ .

b.

x	0	60	75
f(x)	12	120	113

5. a. On doit éditer  $y = 117$ .

b. On obtient  $x \approx 50$  et  $x \approx 70$ .

c. On arrêtera la stérilisation au bout de 50 minutes.

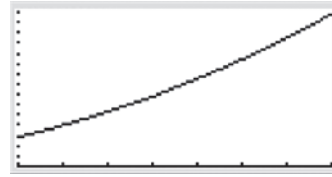
## > Problème 8

### Partie A

1. a. Coût total pour 3 000 raquettes : 53 000 €.

b.  $C(n) = 0,001n^2 + 8n + 20\,000$ .

2. a. Exemple de fenêtre d'affichage : x Min : 1 000 ; x Max : 8 000 ; pas : 1 000 ; y Min : 0 ; y Max : 150 000 ; pas : 10 000.



b.  $\frac{-b}{2a} = -4\,000$ . Cette valeur n'appartient pas à l'intervalle  $[1\,000 ; 8\,000]$ .

c.

x	1 000	8 000
g(x)	29 000	148 000

### Partie B

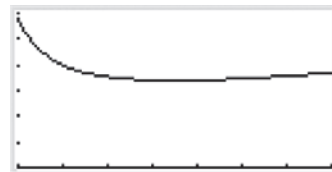
$$1. a. C_{um}(n) = \frac{C(n)}{n} = \frac{0,001n^2 + 8n + 20\,000}{n}$$

$$= \frac{0,001n^2}{n} + \frac{8n}{n} + \frac{20\,000}{n}$$

D'où  $C_{um}(n) = \frac{20\,000}{n} + 8 + 0,001n$  après simplification.

b.  $C_{um}(5\,000) = 17$  €.

2. a. Exemple de fenêtre d'affichage : x Min : 1 000 ; x Max : 8 000 ; pas : 1 000 ; y Min : 0 ; y Max : 30 ; pas : 5.



b.  $x \approx 4\,472$  ;  $y \approx 16,94$ .

3. Le coût unitaire moyen minimal est 16,94 €.

# Je me teste



(Livre élève  
pages 51 et 52)

## Problématique

Pour quel nombre de formules vendues le bénéfice est-il maximal ? Quel est ce bénéfice maximal ?

### 1 Appropriation



Calculer le bénéfice  $B$  pour 30 formules vendues.

$\therefore 0,5 \times 30^2 + 64 \times 30 - 950 = 520$ . Le bénéfice pour 30 formules est égal à 520 €.

### 2 Étude d'une fonction

On modélise le bénéfice  $B$ , en euros, par la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[20 ; 100]$  par :  $f(x) = -0,5x^2 + 64x - 950$ .



2.a Entourer le tableau de variation de la fonction  $f$ .

$x$	20	64	100
$f(x)$			

$x$	20	64	100
$f(x)$			



2.b Expliquer la ou les raisons de ce choix.

$f(x)$  est de la forme  $ax^2 + bx + c$  avec  $a = -0,5$  ;  $b = 64$  et  $c = -950$ . Le coefficient  $a$  est négatif. Donc la fonction  $f$  est d'abord croissante, puis décroissante.



2.c Représenter graphiquement la fonction  $f$  sur  $[20 ; 100]$  (calculatrice ou logiciel).



2.d La courbe obtenue s'appelle : ☐ une hyperbole ☒ une parabole ☐ une droite.



2.e Lire graphiquement les coordonnées du sommet de la courbe :  $(64 ; 1\,098)$ .



2.f Vérifier que la courbe tracée correspond au tableau de variation choisi précédemment. Voir le fichier « 03\_JMT\_corrige.ggb ».



**APPEL** Appelez le professeur pour lui expliquer votre vérification et la lecture graphique de la question 2e.



2.g Retrouver les coordonnées du sommet de la courbe par le calcul.

$$-\frac{b}{2a} = -\frac{64}{2 \times (-0,5)} = 64 \therefore f(64) = -0,5 \times 64^2 + 64 \times 64 - 950 = 1\,098$$

Les coordonnées du sommet sont  $(64 ; 1\,098)$ .

#### Rappel de cours

La fonction  $f$  définie par  $f(x) = ax^2 + bx + c$  atteint son maximum ou son minimum pour  $x = -\frac{b}{2a}$ .



### 3 Répondre à la problématique.

Le bénéfice est maximal pour 64 formules et égal à 1 098 €.

## 1 Calcul des termes d'une suite



### Ça roule

Une ville souhaite s'équiper de vélos en libre-service. Le budget pour acheter ces vélos étant très important, leur achat sera échelonné sur plusieurs années.

L'entreprise choisie pour fournir les vélos fait deux propositions :

- proposition A : livrer 1 000 vélos la première année, puis 400 vélos les années suivantes ;
- proposition B : livrer 1 000 vélos la première année, puis augmenter le parc de 30 % tous les ans.



### 1. Étude de la proposition A

a. Calculer le nombre de vélos dans le parc la deuxième, la troisième et la quatrième année.....

Deuxième année : 1 400 vélos ; troisième année : 1 800 vélos ; quatrième année : 2 200 vélos.....

b. Expliquer comment on calcule le nombre de vélos d'une année en fonction de celui de l'année précédente. On ajoute 400 au nombre de vélos de l'année précédente.....

Les nombres trouvés forment une suite arithmétique. Ils sont les termes de la suite.

On peut noter  $u_1$  le premier terme,  $u_2$  le deuxième,  $u_3$  le troisième...

Compléter :  $u_1 = 1\,000$  ;  $u_2 = 1\,400$  ;  $u_3 = 1\,800$  ;  $u_4 = 2\,200$ .....

Calculer :  $u_2 - u_1 = 400$  ;  $u_3 - u_2 = 400$  ;  $u_4 - u_3 = 400$ .....



On peut noter  $u_n$  le  $n$ -ième terme, et  $u_{n+1}$  le terme qui le suit.

Le nombre 400 est la raison de la suite.

### 2. Étude de la proposition B

a. Calculer le nombre de vélos dans le parc la deuxième, la troisième et la quatrième année.....

Deuxième année : 1 300 vélos ; troisième année : 1 690 vélos ; quatrième année : 2 197 vélos.....

b. Expliquer comment on calcule le nombre de vélos d'une année en fonction de celui de l'année précédente. On multiplie par 1,3 le nombre de vélos de l'année précédente.....

Les nombres trouvés forment une suite géométrique.

On note  $v_1, v_2, v_3, \dots$  les termes de cette suite.

Compléter :  $v_1 = 1\,000$  ;  $v_2 = 1\,300$  ;  $v_3 = 1\,690$  ;  $v_4 = 2\,197$ .....

Calculer :  $\frac{v_2}{v_1} = 1,3$  ;  $\frac{v_3}{v_2} = 1,3$  ;  $\frac{v_4}{v_3} = 1,3$ .....

Le nombre 1,3 est la raison de la suite.



## ➔2 Prévisions à l'aide d'un tableur

On veut savoir laquelle des deux propositions permet d'acquérir le plus rapidement les 2 800 vélos nécessaires au bon fonctionnement du parc.



1. Avec un tableur, reproduire le début du tableau ci-contre.

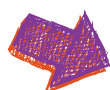
	A	B	C
1	Année	Proposition A	Proposition B
2	1	1 000	1 000
3	2		
4	3		
5	4		

2. Quelles formules destinées à être recopiées vers le bas faut-il écrire dans les cellules B3 et C3 pour compléter les deux colonnes ?

Proposition A :  $=B2 \times 400$  ..... Proposition B :  $=C2 \times 1,3$  .....

3. Écrire les formules, puis faire calculer le nombre de vélos dans le parc chaque année, jusqu'à la dixième pour les deux propositions.

4. Quelle proposition permet d'acquérir le plus rapidement les 2 800 vélos ? **Proposition B.** .....



## Comment générer expérimentalement des suites numériques à l'aide d'un tableur ?

### 1. Avec une formule



Générer les huit premiers termes de la suite arithmétique de premier terme 100 et de raison 12,4 avec un tableur.

- Dans une première colonne, on indique les valeurs de  $n$  en commençant par 1 (ou un autre rang) et on continue jusqu'à la valeur de  $n$  qui convient. Dans le cas étudié, il faut poursuivre jusqu'à  $n = 8$  .....
- Dans une deuxième colonne, on calcule les valeurs  $u_n$  en indiquant dans une cellule la valeur du premier terme, puis, dans la cellule suivante, la formule qui permet d'obtenir le deuxième terme. Dans le cas étudié, la formule à écrire est  $=B2 + 12,4$  .....
- Par recopie, on obtient les autres valeurs  $u_n$  souhaitées. Les noter ci-dessous :

$u_2 = 112,4 ; u_3 = 124,8 ; u_4 = 137,2 ; u_5 = 149,6 ; u_6 = 162 ; u_7 = 174,4 ; u_8 = 186,8$  .....

	A	B
1	n	$u_n$
2	1	100
3	2	
4	3	

### 2. De façon aléatoire



Générer une suite aléatoire de huit termes avec un tableur.

- Créer un nombre au hasard compris entre 0 et 1. Pour cela, écrire dans une cellule la formule « =ALEA() ». Relever les huit premiers chiffres de la partie décimale.

$...3...2...8...1...0...8...5...8...$

Ces huit chiffres forment une suite numérique de huit termes obtenus de façon aléatoire.



Avec une calculatrice, il faudrait utiliser la fonction random.

### RÉPONSES

#### Exercice

- a. Suite arithmétique de premier terme 0,5 et de raison 3.  
Deuxième terme : 3,5 ; troisième terme : 6,5 ; quatrième terme 9,5.  
Suite géométrique de premier terme 1 000 000 et de raison 0,8.

- Deuxième terme : 800 000 ; troisième terme : 640 000 ; quatrième terme 512 000.  
b. Ouvrir le fichier « 04\_p54\_corrige.xls » ou « 04\_p54\_corrige.ods » pour vérifier les 100 premiers termes des deux suites.  
c. La suite arithmétique est croissante. La suite géométrique est décroissante.

# Représentation de suites numériques

(Livre élève pages 55 et 56)

## Capacités

- Reconnaître une suite arithmétique ou géométrique
- Reconnaître graphiquement une suite arithmétique à l'aide d'un tableur
- Réaliser une représentation graphique d'une suite  $(u_n)$  arithmétique ou géométrique

## 1 Suite arithmétique, suite géométrique

Elsa décide de verser chaque mois de l'argent sur un compte épargne. Elle hésite entre deux modalités. Son banquier lui a fourni le tableau suivant qui donne le montant, en euros, des quatre premiers versements avec chaque modalité.

Versement n°	1	2	3	4
Modalité 1	$v_1 = 150$	$v_2 = 165$	$v_3 = 180$	$v_4 = 195$
Modalité 2	$V_1 = 150$	$V_2 = 165$	$V_3 = 181,50$	$V_4 = 199,65$

Pour chaque modalité :

1. Calculer les différences entre deux termes consécutifs :

$$v_2 - v_1 = 15; \quad v_3 - v_2 = 15; \quad v_4 - v_3 = 15$$

$$V_2 - V_1 = 15; \quad V_3 - V_2 = 16,5; \quad V_4 - V_3 = 18,15$$

2. Calculer les quotients entre deux termes consécutifs :

$$\frac{v_2}{v_1} = 1,1; \quad \frac{v_3}{v_2} = 1,090; \quad \frac{v_4}{v_3} = 1,083; \quad \frac{V_2}{V_1} = 1,1; \quad \frac{V_3}{V_2} = 1,1; \quad \frac{V_4}{V_3} = 1,1$$

3. Indiquer si la suite numérique formée par les montants des versements est une suite arithmétique ou une suite géométrique.

Pour la modalité 1 : la suite est arithmétique.

Pour la modalité 2 : la suite est géométrique.



Il existe des suites qui ne sont ni arithmétiques, ni géométriques.

## 2 Utilisation de la représentation graphique d'une suite

### Quand construire ?

Le maire d'une commune en pleine croissance doit projeter la construction de différentes infrastructures. Il estime que la population de la commune augmente de 350 habitants par an.

1. Sachant qu'en 2016 la population de la commune était de 16 550 habitants, calculer le nombre d'habitants en 2017, en 2018, puis en 2019. En 2017 : 16 900 habitants ;

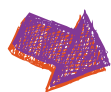
en 2018 : 17 250 habitants ; en 2019 : 17 600 habitants.

2. Les populations calculées forment-elles le début d'une suite arithmétique ou d'une suite géométrique ? Justifier la réponse.

La suite de nombres est arithmétique car on ajoute 350.

Année	Nombre d'habitants
2016	16 550
2017	16 900
2018	17 250
2019	17 600

3. Pour mieux visualiser l'augmentation de la population, le maire décide d'utiliser un tableur.
- Reproduire dans un tableur le tableau précédent complété avec les valeurs calculées à la question 1.
  - Utiliser les fonctionnalités du tableur pour calculer le nombre d'habitants de la commune jusqu'en 2050.
  - Avec l'assistant graphique du logiciel, en choisissant « nuage de points », représenter l'évolution de la population jusqu'en 2050.
  - Que peut-on dire de la position des points obtenus ?
- Les points sont alignés et à égale distance les uns des autres.
4. Le maire sait qu'il devra prévoir l'ouverture d'une école supplémentaire lorsque la population atteindra 19 500 habitants. En quelle année cette école devra-t-elle être ouverte ?
- La population dépassera 19 500 habitants en 2025.
5. Pour construire un nouveau gymnase, il faut que la population atteigne 22 000 habitants. Le maire doit-il envisager cette construction avant la fin de son mandat en 2020 ?
- Non, il n'a pas à prévoir de nouveau gymnase ; cela sera nécessaire en 2032.



## Comment reconnaître graphiquement une suite arithmétique à l'aide d'un tableur ?

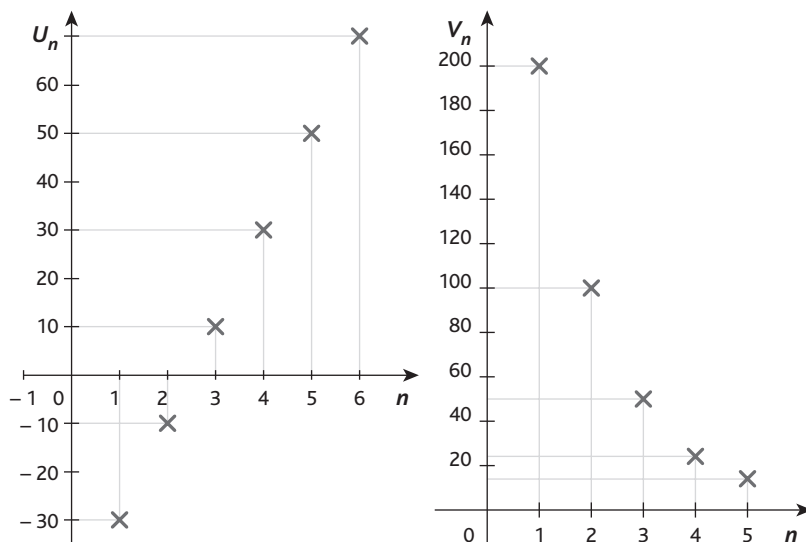
Voici les représentations graphiques de deux suites numériques  $(U_n)$  et  $(V_n)$ .

- Quelle est la suite qui semble être une suite arithmétique ? Justifier.

La suite  $(U_n)$  semble arithmétique car les points sont alignés.

- Lire sur les représentations les valeurs de :

$U_1 = -30$	$U_2 = -10$
$U_3 = 10$	$U_4 = 30$
$V_1 = 200$	$V_2 = 100$
$V_3 = 50$	$V_4 = 25$



- Calculer les différences :

$U_2 - U_1 = 20$  ;  $U_3 - U_2 = 20$  ;  $U_4 - U_3 = 20$  ;  
 $V_2 - V_1 = -100$  ;  $V_3 - V_2 = -50$  ;  $V_4 - V_3 = -25$  .

- Les calculs précédents permettent-ils de confirmer que la suite  $(U_n)$  est arithmétique ?

Oui, car les différences entre les deux termes consécutifs sont égales à 20.

- La suite  $(U_n)$  est-elle croissante ? Oui, car les valeurs  $U_n$  augmentent.

### RÉPONSES

#### Exercice

Compléter le texte à trous avec les mots suivants : alignés, arithmétique, croissante, décroissante, raison.

Il est possible de reconnaître une suite arithmétique grâce à sa représentation graphique car les points de coordonnées  $(n ; u_n)$  sont alignés.

Si la raison est positive, la suite arithmétique est croissante.

Si la raison est négative, la suite arithmétique est décroissante.

## J'utilise un logiciel (tableur)



## Générer expérimentalement des suites numériques

1. Représentation graphique d'une suite ( $u_n$ )

Voici les trois premiers termes d'une suite géométrique :

$$u_1 = 4 \quad u_2 = 2 \quad u_3 = 1$$

a. Déterminer la raison  $q$  de cette suite. La raison est 0,5.



b. Reproduire sur une feuille de calcul d'un tableur le tableau ci-contre.

Dans la cellule B3, taper la formule « =B2\*0,5 » puis « entrée ».

Sélectionner la cellule B3 et tirer la cellule vers le bas de façon à obtenir les dix premiers termes.

■ Comment la suite ( $u_n$ ) varie-t-elle ? Est-elle croissante ou décroissante ?

Les valeurs  $u_n$  diminuent, la suite est décroissante.

	A	B
1	rang n	$u_n$
2	1	4
3	2	
4	3	



Ouvrir le fichier « 04\_p57\_corrige.xls » ou « 04\_p57\_corrige.ods ».

c. Tirer les cellules A11 et B11 vers le bas pour obtenir les 50 premiers termes.

■ Que se passe-t-il pour les valeurs  $u_n$  ?

Elles diminuent de plus en plus et se rapprochent de zéro (sans devenir négatives).

d. Sélectionner le tableau de données, puis cliquer sur l'icône permettant de réaliser un graphique et choisir le nuage de points. Placer le rang  $n$  en abscisses et les termes  $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$  en ordonnées.

■ Que constate-t-on ?

Lorsque  $n$  augmente ( $n > 10$ ), les points se rapprochent de plus en plus de l'axe des abscisses.

Les valeurs  $u_n$  atteignent une valeur limite : zéro.

2. Création d'une suite ( $S_n$ ) et représentation graphique

Soit la suite ( $S_n$ ) telle que  $S_1 = u_1, S_2 = u_1 + u_2, S_3 = u_1 + u_2 + u_3$  et

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n.$$

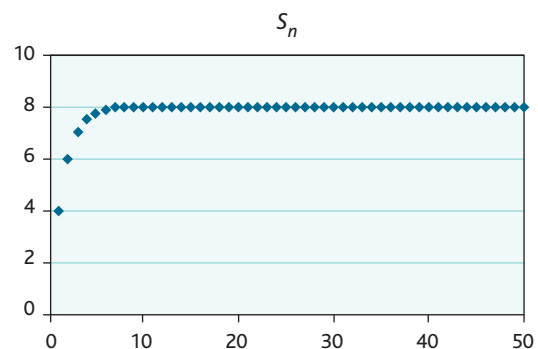
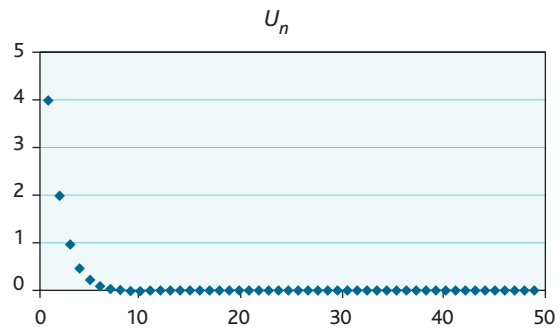


a. Dans la feuille de calcul précédente, ajouter une colonne appelée  $S_n$ .

Dans la cellule C2, taper 4. Dans la cellule C3, faire calculer la somme en tapant « =C2+B3 ». Sélectionner ensuite la cellule C3 et tirer sur la croix noire en bas à droite pour atteindre le cinquantième terme.

	A	B	C
1	rang n	$u_n$	$S_n$
2	1	4	4
3	2	2	=C2+B3
4	3	1	
5	4	0,5	

rang n	$U_n$	$S_n$
1	4	4
2	2	6
3	1	7
4	0,5	7,5
5	0,25	7,75
6	0,125	7,875
7	0,0625	7,9375
8	0,03125	7,96875
9	0,015625	7,984375
10	0,0078125	7,9921875
11	0,00390625	7,99609375
12	0,00195313	7,99804688
13	0,00097656	7,99902344
14	0,00048828	7,99951172
15	0,00024414	7,99975586
16	0,00012207	7,99987793
17	6,1035E-05	7,99993896
18	3,0518E-05	7,99996948
19	1,5259E-05	7,99998474
20	7,6294E-06	7,99999237



**b.** À partir des valeurs obtenues, dire si la suite  $(S_n)$  est arithmétique, géométrique ou ni l'un ni l'autre.

La suite  $(S_n)$  n'est ni arithmétique, ni géométrique car ni les différences, ni les quotients entre deux termes consécutifs ne sont égaux.

**c.** Représenter graphiquement cette suite en procédant comme pour la suite  $(u_n)$  (voir question 1.d).

Voir représentation de  $S_n$ .

**d.** En observant la représentation graphique obtenue, peut-on prévoir la valeur de  $S_{100}$ ,  $S_{1000}$  ?

On trouve  $S_{100} \approx 8$  et  $S_{1000} \approx 8$  car on observe sur le graphique que les valeurs atteignent une valeur limite : 8.

# J'utilise une calculatrice graphique



## Étudier des suites à l'aide d'une calculatrice graphique



### Planifier un régime

Une personne en surpoids, consommant en moyenne 2 650 kcal par jour, veut maigrir. Elle décide de réduire son apport journalier en calories et se fixe l'objectif de 1 800 kcal/jour. Pour ne pas ressentir trop brutalement son régime, elle souhaite diminuer très progressivement ses apports journaliers. Elle se demande combien de jours seraient nécessaires pour atteindre son objectif si elle diminuait l'apport journalier de 15 kcal/jour. Pour résoudre le problème, on peut modéliser la situation par une suite arithmétique de premier terme 2 650 et de raison  $-15$ .

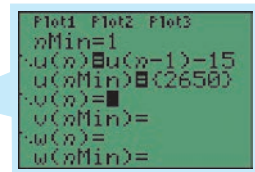
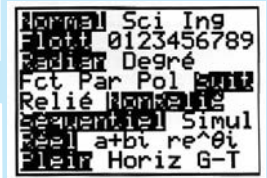
### 1. Générer la suite

- Dans le menu **Mode** de la calculatrice, sélectionner le mode **Suite**.
- Appuyer sur **f(x)** et taper la formule et le premier terme définissant la suite :

$n_{\text{Min}} = 1$  ← indique la plus petite valeur de  $n$

$$u(n) = u(n-1) - 15$$

$u(n_{\text{Min}}) = \{2650\}$  ← premier terme



### 2. Calculer des valeurs

- Il faut, en premier, définir les paramètres du tableau de valeurs : en utilisant la touche **déf table**, indiquer la première valeur de  $n$  et le pas du calcul.
- La fonction **Table** donne un tableau de valeurs que l'on peut parcourir avec les flèches de la calculatrice.
- Se déplacer dans la table pour trouver à partir de quelle valeur de  $n$  on obtient  $u(n)$  inférieure à 1 800.

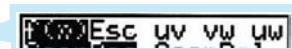
n	u(n)
1	2650
2	2635
3	2620
4	2605
5	2590
6	2575
7	2560

Combien de jours faut-il pour atteindre l'objectif ? **Il faudra 58 jours pour descendre à 1,800 kcal.**

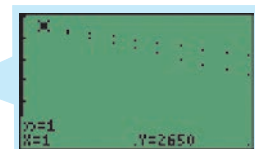
La personne trouve que cette solution est trop longue. Elle voudrait savoir si diminuer l'apport calorique journalier de 25 kcal donnerait des résultats plus rapides. Cette nouvelle possibilité va être modélisée par une suite  $v(n)$  telle que  $v(n) = v(n-1) - 25$ .

### 3. Représenter des suites

- Comme pour  $u(n)$ , entrer la formule de la suite  $v(n)$  et la valeur de  $v(1)$  dans la calculatrice.
- Définir la fenêtre d'affichage adéquate dans **Fenêtre** et dans **Format**, choisir la fonction  $f(n)$ . Appuyer ensuite sur la touche **Trace**.



- Comparer l'évolution des deux suites. La deuxième solution donnerait-elle des résultats beaucoup plus rapides ? **Oui, car l'objectif est atteint en 35 jours.**



Si la personne désire atteindre son objectif en moins de 45 jours, peut-elle choisir l'une des deux solutions qu'elle vient d'étudier ?

**Elle peut choisir d'abaisser l'apport calorique de 25 kcal par jour.**

# Exercices & Problèmes

## Exercices p. 61 à 64

### 1. QCM

- a. Décroissante.
- b. Croissante.
- c. La suite est arithmétique.
- d.



### 2. Phrases à trous

Une suite **arithmétique** est une suite de nombres où chaque **terme**, à partir du deuxième, est obtenu en ajoutant au précédent un même **nombre**, appelé **raison**.

Pour une suite arithmétique, la **différence** entre deux termes consécutifs quelconques est **constante**.

Une suite **géométrique** est une suite de **nombres** où chaque terme, à partir du deuxième, est obtenu en **multipliant** le précédent par un même nombre, appelé **raison**.

Pour une suite géométrique, le **quotient** de deux termes consécutifs quelconques est **constant**.

### 3. Associer

- |   |   |                                      |
|---|---|--------------------------------------|
| ① | → | arithmétique ; $u_1 = -2$ ; $r = 2$  |
| ② | → | géométrique ; $u_1 = 10$ ; $q = 0,7$ |
| ③ | → | arithmétique ; $u_1 = 3$ ; $r = -1$  |
| ④ | → | géométrique ; $u_1 = 0,5$ ; $q = 2$  |

### › Déterminer la nature d'une suite

#### 4. Compléter

- a.  $\frac{1}{4}$   $\frac{1}{2}$  1 2  $2^2$   $2^3$   $2^4$

La suite est géométrique, la raison est 2. La suite est croissante car chaque terme est le double du précédent et tous les termes sont positifs.

- b. 192 96 48 24 12 6

La suite est géométrique, la raison est 0,5. La suite est décroissante, car chaque terme est égal à la moitié du précédent et tous les termes sont positifs.

5.

- a. La suite est arithmétique de raison  $-5$ .
- b. La suite est géométrique de raison 3.
- c. La suite est arithmétique de raison 4.
- d. La suite est arithmétique de raison  $-2$ .
- e. La suite n'est ni arithmétique, ni géométrique.
- f. La suite est géométrique de raison 0,5.

### › Calculer la raison

- 6. a. La raison est 11.
- b. La raison est 15.
- c. La raison est  $-3$ .

- 7. a. La raison est 11.
- b. La raison est 0,8.
- c. La raison est 10.

8. La raison de la suite peut être 10 ou  $-10$ .  $u_2$  peut être égal à 100 ou à  $-100$ .

### › Calculer les termes d'une suite

9. a. 45 62 79 96

- b. 70  $-10$   $-90$   $-170$

10. a. 45 63 88,2 123,48

- b. 4 20 100 500

11.  $u_1 = 2$  ;  $u_2 = 4$  ;  $u_3 = 8$  ;  $u_4 = 16$  et  $u_5 = 32$ .  
La suite est géométrique, de raison 2.

12.  $u_2 = 1050$  ;  $u_3 = 1102,50$  ;  $u_4 = 1157,625$  et  $u_5 = 1215,50625$ .

13. L'épaisseur obtenue est :

- après 2 pliages : 0,20 mm ;
- après 3 pliages : 0,40 mm ;
- après 4 pliages : 0,80 mm.

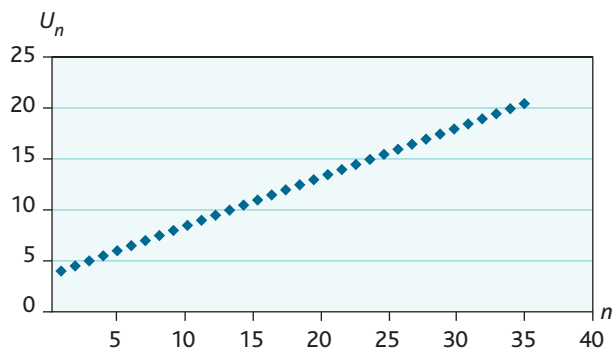
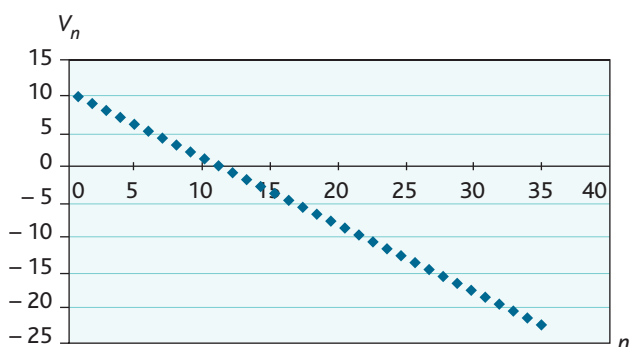
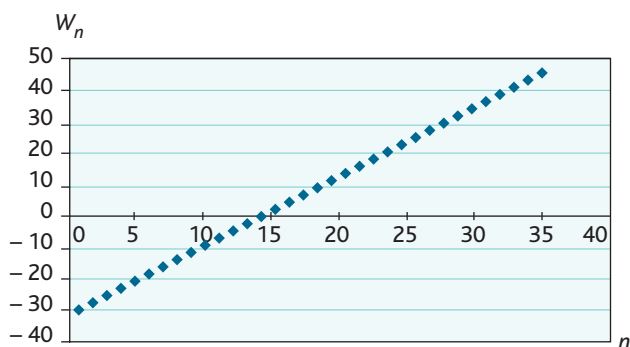
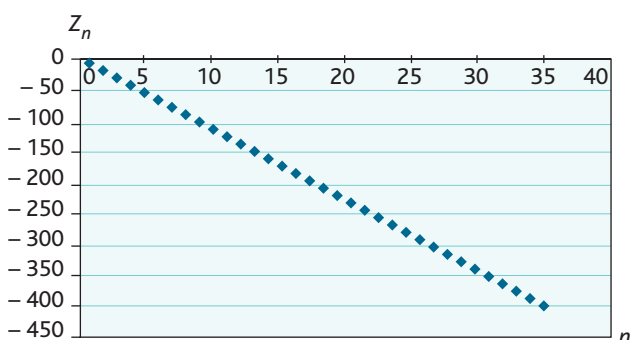
La suite formée par les épaisseurs est géométrique, de raison 2.

L'épaisseur obtenue, par le calcul, pour 20 pliages est 52 428,8 mm, mais c'est impossible à réaliser avec une feuille format A4.



## ➤ Représenter graphiquement une suite en utilisant la calculatrice ou le tableur

14.

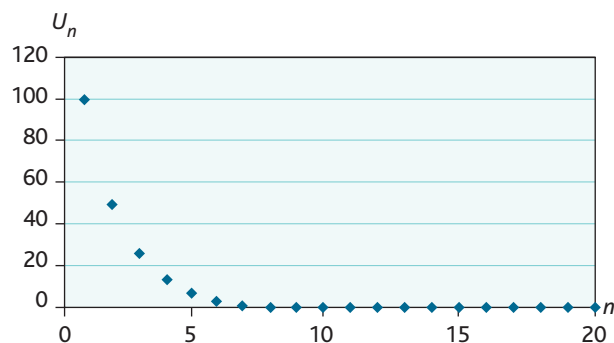
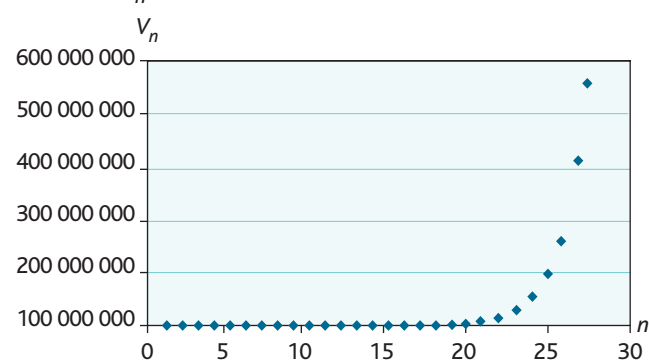
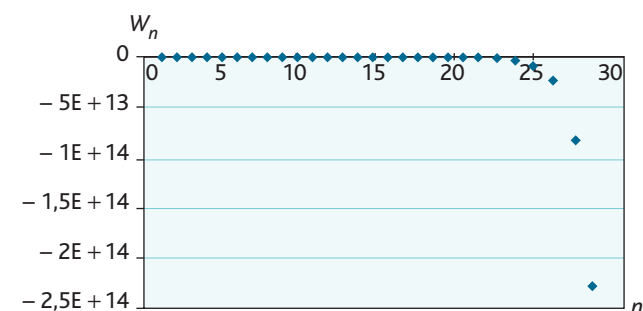
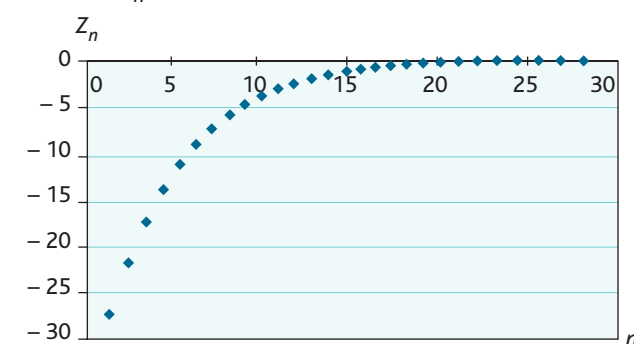
a. suite  $(u_n)$ b. suite  $(v_n)$ c. suite  $(w_n)$ d. suite  $(z_n)$ 

2. a. Affine.

b. Croissante.

c. Décroissante.

15.

a. suite  $(u_n)$ b. suite  $(v_n)$ c. suite  $(w_n)$ d. suite  $(z_n)$ 

Les variations d'une suite géométrique dépendent du signe du premier terme et de la valeur de la raison. En effet, le sens de variation n'est pas le même pour une raison comprise entre 0 et 1 ( $0 < q < 1$ ) et une raison supérieure à 1 ( $q > 1$ ). Pour généraliser, il faudrait étudier d'autres suites géométriques.

### ➤ Expérimenter à l'aide d'un tableur ou de la calculatrice

16.  $u_n > 200$  pour  $n \geq 68$ .

17.  $u_n = 0$  pour  $n = 61$ .

18.  $u_n > 100$  pour  $n \geq 11$ .

19. 12 ; 17 ; 22 ; 27 ; 32 ; 37 ; 42.

20.  $n = 75$ .

21. a.  $u_1 = 1$  ;  $u_2 = 3$  ;  $u_3 = 5$  ;  $u_4 = 7$  et  $u_5 = 9$ .

b. La suite est arithmétique, la raison est 2.

c. Il faut 100 boîtes.

d. On peut empiler 15 étages.

22. a. Le nombre de coquelicots obtenus serait :

- au bout d'un an : 3 000 ;
- au bout de 2 ans :  $9 \cdot 10^6$  ;
- au bout de 3 ans :  $2,7 \cdot 10^{10}$  ;
- au bout de 4 ans :  $8,1 \cdot 10^{13}$ .

b. Les nombres trouvés forment les premiers termes d'une suite géométrique de raison 3 000.

### 23. Croissance bactérienne

a. Le nombre de bactéries obtenues après :

- la première division est 2 ;
- après la deuxième est 4 ;
- après la troisième est 8 ;
- on obtiendrait ensuite 16, 32...

b. Après la 5<sup>e</sup> division, il y aurait 32 bactéries et après la 10<sup>e</sup> division, il y en aurait 1 024.

Les nombres de bactéries obtenus forment une suite de nombres géométrique de raison 2.

c. En 1 h, une bactérie peut donner naissance à 8 bactéries.

En 2 h, une bactérie peut donner naissance à 64 bactéries.

En 3 h, une bactérie peut donner naissance à 512 bactéries.

En 12 h, une bactérie peut donner naissance à 68 719 476 736 bactéries.

### ➤ Les suites dans la vie courante et professionnelle

24. Au 1<sup>er</sup> janvier 2011, le prix de l'article est 315 €.

Au 1<sup>er</sup> janvier 2012, le prix de l'article est 330,75 €.

Au 1<sup>er</sup> janvier 2013, le prix de l'article est 347,29 €.

Au 1<sup>er</sup> janvier 2014, le prix de l'article est 364,65 €.

Les quatre prix obtenus forment une suite géométrique de raison 1,05.

25. a.  $P_2 = 12\,000$ ,  $P_3 = 9\,600$ ,  $P_4 = 7\,680$ .

b.  $\frac{P_2}{P_1} = \frac{P_3}{P_2} = \frac{P_4}{P_3} = 0,8$ . La suite des nombres  $P_1, P_2, P_3,$

$P_4$  est une suite géométrique de raison 0,8.

26. a.  $u_1 = 1\,800$  ;  $u_2 = 1\,854$  ;  $u_3 = 1\,909,62$  ;  $u_4 = 1\,966,9086$  et  $u_5 = 2\,025,91586$ .

b. La suite n'est pas arithmétique car  $u_2 - u_1 \neq u_3 - u_2$ .

c.  $\frac{u_2}{u_1} = \frac{u_3}{u_2} = \frac{u_4}{u_3} = \frac{u_5}{u_4} = 1,03$  : la suite est géométrique.

### 27. Comment augmenter la production

a.  $U_2 = 10\,350$ ,  $U_3 = 10\,712$ , et  $U_4 = 11\,087$  arrondis à l'unité.

b.  $\frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} = \frac{U_4}{U_3} = 1,035$ .

Les termes  $U_1, U_2, U_3$  et  $U_4$  forment une suite géométrique de raison 1,035.

c.  $U_n = 1,035 \times U_{n-1}$  ou  $(U_n = 10\,000 \times 1,035^n)$ .

d. La production annuelle de la 10<sup>e</sup> année, si l'objectif est tenu, sera 13 629.

### 28. Quand renouveler le matériel ?

a. La perte la première année est 1 500 €.

b. La machine vaut 11 000 € au bout d'un an.

c. Au bout de deux ans, la machine vaut 9 680 €.

d.

$n$	1	2	3	4	5	6	7
$u_n$	12 500	11 000	9 680	8 518	7 496	6 597	5 805

e. Il faudra changer la machine la 7<sup>e</sup> année.

### 29. Intérêts composés

a.  $C_1 = 1\,533,75$  ;  $C_2 = 1\,568,26$  ;  $C_3 = 1\,603,55$ .

b.  $C_{n+1} = 1,0225 \times C_n$ .

Les nombres  $C_1, C_2, \dots, C_n$  sont des termes successifs d'une suite géométrique car, pour passer d'un terme au suivant, on multiplie toujours par le même nombre. La raison est 1,0225.

c.  $C_{10} \approx 1\,874$  €.

d. Le capital initial doublerait au bout de 32 années.



Utiliser les puissances de 10 pour exprimer les résultats

# Problèmes p. 64 à 66

## ► Problème 1 – Économiser pour un scooter

1. En B3, il doit écrire « =B2+20 » et en C3, il doit écrire « = C2\*1.2 ».

2. a. La suite  $(A_n)$  est une suite arithmétique de raison 20 et de terme initial 150.

b. La suite  $(B_n)$  est une suite géométrique de raison 1,2 et de terme initial 130.

$$3. \begin{aligned} A_n &= A_{n-1} + 20 & (\text{ou } A_n &= 150 + 20 \times n) \\ B_n &= B_{n-1} \times 1,2 & (\text{ou } B_n &= 130 \times 1,2^n). \end{aligned}$$

4. Florian souhaite acheter son scooter dans 6 mois.

a. Avec la formule A, le montant du sixième dépôt serait 250 €.

Avec la formule B, le montant du sixième dépôt serait 323 €.

b. Avec la formule A, la somme économisée serait 1 200 €.

Avec la formule B, la somme économisée serait 1 291 €.

c. Florent retiendra la formule B car c'est la formule qui lui permet d'économiser les 1 250 € nécessaires pour l'achat de son scooter.

Mois(n)	$A_n$	$B_n$
1	150	130,00
2	170	156,00
3	190	187,20
4	210	224,64
5	230	269,57
6	250	323,48
Total économisé	1200	1290,89

## ► Problème 2

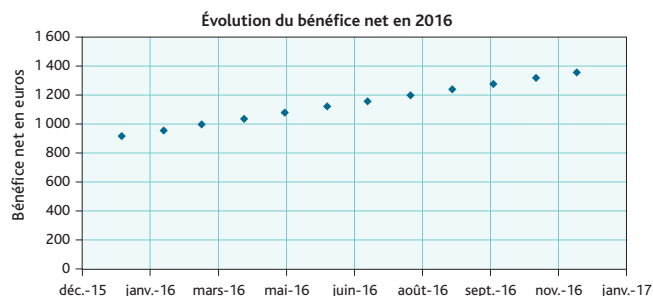
1. Ces quatre nombres forment une suite arithmétique car  $960 - 920 = 1\,000 - 960 = 1\,040 - 1\,000 = 40$ .  
La raison est 40.

## 2. a.

janv-2016	févr-2016	mars-2016	avr-2016	mai-2016	juin-2016
920	960	1 000	1 040	1 080	1 120

juil-2016	août-2016	sept-2016	oct-2016	nov-2016	déc-2016
1 160	1 200	1 240	1 280	1 320	1 360

b. L'entrepreneur pourra poursuivre son activité car il atteindra 1 320 € en novembre selon les prévisions.



## ► Problème 3

Ouvrir le fichier « 04\_pb3\_p65\_corrige.xls » ou « 04\_pb3\_p65\_corrige.ods ».



Avec le tableur, on trouve qu'il faut 56 entraînements pour atteindre les 3 000 m parcourus.

À raison de trois entraînements par semaine, elle aura 12 entraînements par mois.

Pour atteindre son objectif, il faudra à Carla 4,67 mois ; elle sera donc prête avant la date prévue pour la compétition (délai de 6 mois).



Utiliser un tableur pour calculer la distance à parcourir à chaque entraînement.

Entraînement	Distance
1	250
2	300
3	350
...	...
55	2 950
56	3 000
57	3 050
58	3 100

## › Problème 4 – Étude de rémunérations

### A.

1.  $u_1 = 1\,890$  et  $u_2 = 1\,984,50$ .
2.  $u_{n+1} = u_n \times 1,05$ . La suite  $(u_n)$  est géométrique.
3. Il faut écrire « =C2 \*1,05 ».
4. Avec un tableur, on obtient :

A	B	C	D
Année	$n$	Salaire mensuel de David $u_n$	Salaire mensuel de Pascal $v_n$
2015	0	1 800	1 900
2016	1	1 890,00	1 950
2017	2	1 984,50	2 000
2018	3	2 083,73	2 050
2019	4	2 187,91	2 100
2020	5	2 297,31	2 150
2021	6	2 412,17	2 200
2022	7	2 532,78	2 250

### B.

1.  $v_1 = 1\,950$  et  $v_2 = 2\,000$ .
2.  $v_{n+1} = v_n + 50$ . La suite  $(v_n)$  est arithmétique.
3. Il faut écrire « =D2 +50 ».
4. Voir tableau.

**C.** Le salaire mensuel de David dépassera celui de Pascal à partir de 2018.

## › Problème 5 – Nombres de Fibonacci

### Partie A

1. Le sixième mois, on obtient 8 lapins.
2. Les termes 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 constituent les premiers termes de la suite dite de Fibonacci. On constate que  $2 = 1 + 1$  ;  $3 = 1 + 2$  ;  $5 = 2 + 3$  ;  $8 = 3 + 5$  ; un terme s'obtient en faisant la somme des deux termes qui le précèdent (sauf pour les deux premiers termes qui sont connus).

### Partie B

**1. et 2.** Ouvrir le fichier « 04\_fibonacci\_p66\_corrige.xls » ou « 04\_fibonacci\_p66\_corrige.ods ».

	Nombres de la suite de Fibonacci	Quotient de deux termes consécutifs
1 <sup>er</sup> terme	1	
2 <sup>e</sup> terme	1	
3 <sup>e</sup> terme	2	2
4 <sup>e</sup> terme	3	1,5
5 <sup>e</sup> terme	5	1,666666667
6 <sup>e</sup> terme	8	1,6
7 <sup>e</sup> terme	13	1,625
8 <sup>e</sup> terme	21	1,615384615
9 <sup>e</sup> terme	34	1,619047619
10 <sup>e</sup> terme	55	1,617647059
11 <sup>e</sup> terme	89	1,618181818
12 <sup>e</sup> terme	144	1,617977528
13 <sup>e</sup> terme	233	1,618055556
14 <sup>e</sup> terme	377	1,618025751
15 <sup>e</sup> terme	610	1,618037135
16 <sup>e</sup> terme	987	1,618032787
17 <sup>e</sup> terme	1 597	1,618034448
18 <sup>e</sup> terme	2 584	1,618033813
19 <sup>e</sup> terme	4 181	1,618034056
20 <sup>e</sup> terme	6 765	1,618033963
21 <sup>e</sup> terme	10 946	1,618033999
22 <sup>e</sup> terme	17 711	1,618033985
23 <sup>e</sup> terme	28 657	1,61803399
24 <sup>e</sup> terme	46 368	1,618033988
25 <sup>e</sup> terme	75 025	1,618033989
26 <sup>e</sup> terme	121 393	1,618033989
27 <sup>e</sup> terme	196 418	1,618033989

**3.** On constate, lorsque l'on calcule le quotient d'un terme par le terme qui le précède, que la valeur du quotient se stabilise assez rapidement vers une valeur valant environ 1,618.

À partir d'un certain rang, on peut dire :  
terme de rang  $n$  = terme de rang  $(n-1) \times 1,618$ .

**4.** Le quotient trouvé précédemment se rapproche du nombre d'or ( $\approx 1,618033988749$ ), à partir d'un certain rang.

## › Problème 6 – Contamination bactérienne

**1.** En 1 h, une bactérie peut donner naissance à 8 bactéries.

En 2 h, une bactérie peut donner naissance à 64 bactéries.

En 3 h, une bactérie peut donner naissance à 512 bactéries.

En 12 h, une bactérie peut donner naissance à 68 719 476 736 bactéries.

**2.** Dans 100 g d'aliment contaminé, il y a au moment de la contamination un million de bactéries.

$$10\,000 \times 100 = 10^6.$$

En 3 h, chaque bactérie peut donner naissance à 512 bactéries, il y a aura donc 512 millions de bactéries dans les 100 g d'aliment contaminé.

**3.** Il faut 10 h pour atteindre un milliard de bactéries dans cette portion.

# Je me teste



(Livre élève  
pages 67 et 68)

## Problématique

Les prévisions de Maxime lui permettront-elles d'atteindre sa capacité maximale de production avant Noël ?

On note  $u_1$  le nombre de drones produits au mois de juillet,  $u_2$  le nombre de drones produits au mois d'août,  $u_3$  le nombre de drones produits au mois de septembre...



1 La valeur de  $u_1$  est : ☐ 15 ☒ 400 ☐ 460 ☐ 1 000.



2 Le nombre de drones produits au mois de décembre peut être noté :  
☐  $u_1$  ☐  $u_5$  ☒  $u_6$  ☐  $u_7$ .



3 Calculer les valeurs de  $u_2$  et  $u_3$ .

$$u_2 = 400 + 400 \times 0,15 = 460$$

$$u_3 = 460 + 460 \times 0,15 = 529$$



4 Les termes  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$  sont les trois premiers termes d'une suite numérique ( $u_n$ ).  
Donner la nature et la raison de cette suite numérique.

$$\frac{u_3}{u_2} = \frac{529}{460} = 1,15 ; \frac{u_2}{u_1} = \frac{460}{400} = 1,15 ; u_1, u_2 \text{ et } u_3 \text{ sont les trois premiers termes d'une suite géométrique de raison } 1,15.$$



APPEL Présentez les réponses précédentes au professeur.

5 Ouvrir le fichier « 05\_JMT.xls ».



5.a Choisir la formule à recopier en cellule C3 pour obtenir le nombre de drones au mois d'août.

$$\text{=C1+15}$$

$$\text{=C2*1,15}$$

$$\text{=C2*15/100}$$

$$\text{=C3*1,15}$$

	A	B	C
1	Mois	Un	Valeur de Un
2	juillet	$u_1$	400
3	août		
4	septembre		



5.b Saisir cette formule en cellule C3, relever la valeur obtenue.

La valeur obtenue en C3 est 460.



5.c Indiquer si cette valeur est en accord avec la réponse à la question 3.

Cela correspond à la valeur de  $u_2$  calculée à la question 3.



6 Générer, par recopie de la cellule C3 vers le bas, la suite ( $u_n$ ) de façon à obtenir le nombre de drones fabriqués en décembre.

Au mois de décembre, la production est de 804 drones.



7 Répondre à la problématique en justifiant.

Les prévisions de Maxime ne lui permettront pas d'atteindre sa capacité maximale de production avant Noël, puisqu'il ne produira que 804 drones, ce qui est inférieur à la production maximale de 1 000 drones.



# Distribution d'échantillonnage

(Livre élève pages 69 et 70)

## Capacités

- Expérimenter la prise d'échantillons aléatoires
- Comparer la fréquence de la population et la moyenne des fréquences des échantillons

## 1 Expérimenter une distribution d'échantillonnage

### Suspense à la maternité

Une ville possède deux maternités. Une petite, avec en moyenne 10 naissances par jour, et une grande, avec en moyenne 50 naissances par jour. Chaque jour pendant un mois, on note dans chaque maternité le pourcentage de filles nées dans la journée. À votre avis, quelle est la maternité qui a le plus de chances d'avoir le plus grand nombre de jours avec au moins 60 % de naissances de filles ? La petite ou la grande ?

Réponse variable selon les élèves.



### 1. Expérimenter à pile ou face

On suppose que l'on a une chance sur deux d'avoir une fille ou un garçon et qu'on modélise avec une pièce.

a. Faire 10 lancers d'une pièce de monnaie et calculer la fréquence de « face ».

Résultat variable selon l'expérience.

b. Regrouper dans le tableau suivant les fréquences obtenues par un groupe d'élèves de la classe.

Numéro de l'échantillon de taille 10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Fréquence de « face »										

Numéro de l'échantillon de taille 10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Fréquence de « face »										

Ces fréquences constituent une distribution d'échantillonnage pour des échantillons de taille 10.

Combien a-t-on de valeurs supérieures ou égales à 0,6 ? Résultat variable (mais observé).

c. Faire 50 lancers d'une pièce de monnaie et calculer la fréquence de « face » :  $f \approx$  Variable.

d. Regrouper dans le tableau suivant les fréquences obtenues par un groupe d'élèves de la classe.

Numéro de l'échantillon de taille 50	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Fréquence de « face »										

Numéro de l'échantillon de taille 50	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Fréquence de « face »										

Pour la taille 50, combien a-t-on de fréquences supérieures ou égales à 0,6 ? Rare.

e. Peut-on maintenir l'avis donné au début ? Vraisemblablement la petite maternité.

### 2. Expérimenter avec le tableur

Ouvrir le fichier « 05\_maternite.xls » ou « 05\_maternite.ods » du site élève.





- a. À quelle ligne est affichée la distribution d'échantillonnage des échantillons de taille 10 ? *Ligne 12.*  
Et celle des échantillons de taille 50 ? *Ligne 66.*
- b. Quelle est, des deux distributions d'échantillonnage, celle où l'on a le plus souvent des résultats supérieurs ou égaux à 0,6 ? *La distribution des échantillons de taille 10.*
- c. Répondre à nouveau à la question posée au début de l'activité. *La maternité ayant le plus de chances d'avoir le plus grand nombre de jours avec au moins 60 % de filles est la petite maternité.*

## 2 Calculer la moyenne d'une distribution d'échantillonnage

### Un sondage marketing peut-il révéler l'opinion des consommateurs ?

Des enquêtes sous forme de sondages sont souvent réalisées pour connaître les attentes des consommateurs. On propose ici de simuler ce type d'enquête à l'aide d'un dé : on suppose que les personnes sont intéressées par le nouveau produit lorsque le dé tombe sur le 5 ou le 6.

#### 1. Échantillons de taille 30

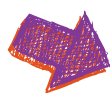
- a. Effectuer 30 lancers du dé et noter la fréquence  $f$  de sortie du 5 ou du 6 :  $f \approx$  *Variable.*
- b. Rassembler les résultats d'un groupe d'élèves de la classe et les reporter dans le tableau suivant.

Numéro de l'échantillon	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Fréquence des faces 5 ou 6 du dé										

Numéro de l'échantillon	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Fréquence des faces 5 ou 6 du dé										

#### 2. Moyenne et comparaison avec la population

- a. Calculer la moyenne  $\bar{f}$  de la distribution d'échantillonnage figurant dans le tableau précédent :  $\bar{f} \approx$  *Variable.*
- b. D'après la règle donnée pour simuler avec le dé, quelle est la probabilité  $p$  de personnes favorables au nouveau produit dans la population ?  $p =$  *1/3.*
- c. Comparer  $\bar{f}$  et  $p$ . *Ces valeurs sont proches.*



### Comment expérimenter la prise d'échantillon à l'aide d'une simulation ?

Une urne contient un tiers de boules rouges et deux tiers de boules bleues. On s'intéresse aux boules rouges. Comment simuler un échantillon de taille 100 extrait avec remise ?

- Pour simuler un tirage dans une population où la fréquence étudiée est  $p$ , on utilise  $=\text{ENT}(\text{ALEA}() + p)$ .

On peut ici utiliser l'instruction :  $=\text{ENT}(\text{ALEA}() + 1/3)$ .

- La fréquence de l'échantillon est obtenue en faisant la somme des cellules de l'échantillon (contenant les 0 et les 1) et en divisant par la taille de l'échantillon. Donner la formule introduite en cellule A101 :  $=\text{SOMME}(A1:A100)/100$ .

	A	B	C	D
96	0			
97	0			
98	0			
99	0			
100	1			
101	0,34			

#### RÉPONSES

#### Exercices

**1** La distribution d'échantillonnage la plus dispersée est sans doute celle des échantillons de taille 10.

**2**  $=\text{ENT}(\text{ALEA}() + 0,2)$ .

# Intervalle de fluctuation à 95 %

(Livre élève pages 71 et 72)

## Capacités

- Calculer le pourcentage des échantillons dont la fréquence appartient à l'intervalle de fluctuation
- Exercer un regard critique en s'appuyant sur l'intervalle de fluctuation à 95 %

### 1 Calculer le pourcentage des échantillons conformes à l'intervalle de fluctuation

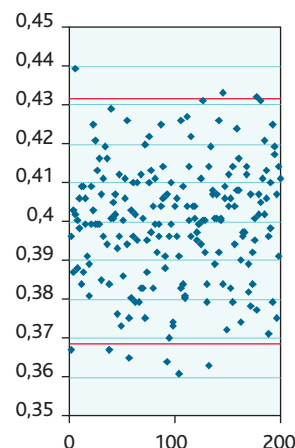
#### Tirages dans une urne

Une urne contient des boules rouges et des boules bleues. La proportion des boules rouges dans l'urne est  $p = 0,4$ . On prélève avec remise 200 échantillons aléatoires de taille  $n = 1\,000$ . Le graphique ci-contre donne les fréquences des boules rouges obtenues dans les différents échantillons.

1. Donner une légende à chacun des axes du graphique.

Axe horizontal : numéro de l'échantillon.....

Axe vertical : fréquence des boules rouges.....



2. Calculer les bornes de l'intervalle de fluctuation  $I = [p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}}]$  (arrondir au millième) :

$$0,4 - \frac{1}{\sqrt{1000}} \approx 0,368 \dots \quad ; \quad 0,4 + \frac{1}{\sqrt{1000}} \approx 0,432 \dots$$



L'intervalle de fluctuation est figuré par les lignes rouges sur le graphique.

3. Combien de points sont situés à l'extérieur des lignes rouges ? 9 points.....

4. Quel est le pourcentage des échantillons fournissant une fréquence en dehors de l'intervalle  $I$  ? 4,5 %.....

5. Quel est le pourcentage des échantillons fournissant une fréquence dans l'intervalle  $I$  ? 95,5 %.....

La grande majorité des fréquences est située dans l'intervalle de fluctuation.

### 2 Utiliser un intervalle de fluctuation



#### La parité hommes/femmes est-elle respectée ?

Dans un secteur où, sur le marché du travail local, une femme a autant de chances d'être employée qu'un homme, une petite entreprise de 35 personnes emploie 40 % de femmes, alors qu'une importante société voisine compte 46 % de femmes parmi ses 3 500 salariés. On cherche à savoir si l'on peut penser que, dans ces entreprises, les femmes ont autant de chances d'être embauchées que les hommes.



1. On a effectué 10 échantillons de 35 lancers d'une pièce de monnaie et noté la fréquence de « pile ».

Numéro de l'échantillon	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Fréquence de « pile »	0,43	0,34	0,51	0,57	0,57	0,49	0,51	0,54	0,51	0,40

a. Calculer, à  $10^{-2}$  près, les bornes de l'intervalle  $[0,5 - \frac{1}{\sqrt{35}} ; 0,5 + \frac{1}{\sqrt{35}}]$ .

0,33 et 0,67.

b. Quel est, dans le tableau, le pourcentage des échantillons de taille 35 dont la fréquence de « pile » appartient à l'intervalle calculé précédemment ? 100 %

c. Que peut-on dire de la proportion de femmes dans l'entreprise de 35 personnes ?

Elle est comprise dans l'intervalle de la question 1a.

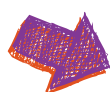
2. a. Calculer, à  $10^{-2}$  près, les bornes de l'intervalle  $[0,5 - \frac{1}{\sqrt{3\,500}} ; 0,5 + \frac{1}{\sqrt{3\,500}}]$ .

0,48 et 0,52.

b. On admet que, dans 95 % des cas, une pièce équilibrée fournit, après 3 500 lancers, une fréquence de pile dans l'intervalle précédent. Que dire de la proportion de femmes dans l'entreprise de 3 500 salariés ?

Elle n'est pas comprise dans l'intervalle de la question 2a.

Si la fréquence observée est située dans l'intervalle de fluctuation à 95 %, l'hypothèse de parité est acceptable ; sinon, elle peut être mise en doute.



## Comment utiliser l'intervalle de fluctuation à 95 % pour exercer un regard critique ?

Un groupe de citoyens demande à la municipalité d'une ville la modification d'un carrefour, en affirmant que 40 % des automobilistes tournent en utilisant une mauvaise file. Un officier de police constate que, sur 500 voitures prises au hasard, 190 prennent une mauvaise file, soit 38 %.

D'après cet échantillon, peut-on considérer comme exacte l'affirmation du groupe de citoyens ?

- Rechercher, d'après l'énoncé, les valeurs de  $p$ , fréquence supposée dans la population (en écriture décimale), de  $n$ , taille de l'échantillon et de  $f$ , fréquence dans l'échantillon :

$p = 0,40$  ;  $n = 500$  et  $f = 0,38$ .

- Calculer les bornes de l'intervalle de fluctuation à 95 % (à  $10^{-2}$  près) :

$p - \frac{1}{\sqrt{n}} \approx 0,36$  ;  $p + \frac{1}{\sqrt{n}} \approx 0,44$ .

- Si  $f$  est entre les bornes précédentes, on peut accepter l'affirmation  $p = 0,4$  ; sinon, il vaut mieux la refuser. Répondre à la question posée dans l'énoncé. On considère comme exacte l'affirmation du groupe de citoyens.

### RÉPONSES

#### Exercices

1 97 %.

2 a.  $p = 0,5$ .

b. Avec  $p = 0,5$  et  $n = 100$ , l'intervalle de fluctuation à 95 % est  $[0,4 ; 0,6]$ . On observe  $f = 0,7$  qui n'appartient pas à l'intervalle

précédent. On peut statistiquement penser qu'il y a tricherie.

## J'utilise un logiciel (tableur)



Expérimenter l'intervalle de fluctuation à 95 %



## Un cas de discrimination ?

En 1977, une affaire de discrimination a été portée devant la Cour suprême des États-Unis. Le gouvernement fédéral suspectait l'école indépendante d'Hazelwood, située dans la banlieue de Saint-Louis, de discrimination à l'embauche à l'égard des professeurs afro-américains. Pour prendre sa décision, les calculs de la Cour se sont fondés sur les statistiques suivantes :

- sur la période 1972-1974, l'école d'Hazelwood a employé 405 professeurs, dont 15 afro-américains ;
- le pourcentage d'Afro-Américains sur le marché du travail correspondant était de 15,4 % en incluant la ville de Saint-Louis et de 5,7 % en excluant la ville de Saint-Louis.

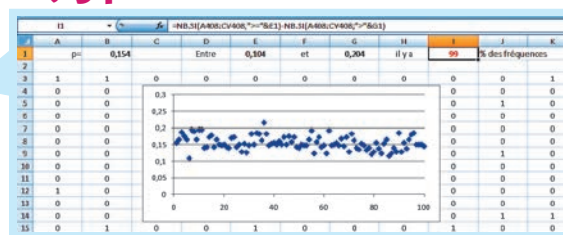
(Source : d'après H. Zeisel, D. Kaye, *Prove it with Figures.*)

1. Intervalle de fluctuation sous l'hypothèse  $p = 0,154$ 

On simule le prélèvement au hasard d'échantillons de taille 405 dans une population où 15,4 % des personnes sont afro-américaines.

Entrer en B1 la valeur 0,154. Entrer en A3 la formule

=ENT(ALEA()+\$B\$1), puis recopier vers le bas jusqu'en A407.



a. À quoi correspondent les valeurs 1 ? À un professeur afro-américain.

Et les valeurs 0 ? À un professeur non afro-américain.

En A408, entrer la formule =SOMME(A3:A407)/405.

b. À quoi correspond le résultat affiché en cellule A408 ? La fréquence de professeurs afro-américains dans l'échantillon.

Sélectionner les cellules de A3 à A408, puis recopier vers la droite jusqu'en colonne CV pour obtenir 100 échantillons de taille 405.

Représenter la distribution d'échantillonnage par un nuage de points.

Entrer en E1 la formule =B1-1/RACINE(405) et en G1 la formule =B1+1/RACINE(405).

c. Que calculent les formules précédentes ? Les bornes de l'intervalle de fluctuation à 95 %.

Entrer en I1 la formule =NB.SI(A408:CV408;">="&E1)-NB.SI(A408:CV408;">"&G1).

d. À quoi correspond le résultat affiché en cellule I1 ? Le pourcentage d'échantillons dont la fréquence est comprise

Faire plusieurs fois F9.

dans l'intervalle de fluctuation.

e. Calculer la fréquence  $f$  des professeurs afro-américains employés à l'école d'Hazelwood et comparer aux simulations.  $f \approx 0,037$ , très rarement observée.

2. Intervalle de fluctuation sous l'hypothèse  $p = 0,057$ 

Si l'on ne considère que le quartier où se situe l'école, il n'y a que 5,7 % de professeurs afro-américains potentiels. Introduire la valeur 0,057 en cellule B1.

a. Que vaut l'intervalle de fluctuation à 95 % ? [0,007 ; 0,107].

b. La valeur  $f$  appartient-elle à cet intervalle ? Oui.

c. Expliquer la décision de la Cour suprême en faveur de l'école d'Hazelwood, par 8 votes contre 1. Avec

$p = 0,057$ , la fréquence observée ne présente pas de différence significative.

# J'utilise un logiciel (tableur)



## ... Mener une étude statistique



### Truquage aux élections ?

En 2006, en France, l'analyse statistique des résultats d'une élection au conseil d'administration d'une importante association a établi l'existence probable d'une fraude. Les votes se sont essentiellement faits par voie postale. Les enveloppes ont été classées par ordre alphabétique des votants puis dépouillées en plusieurs jours. Pour certains candidats, des différences « anormales » sur les résultats sont apparues selon le jour du dépouillement. Ainsi, l'un des candidats, dont résultat final est très proche de 50 % de votants, a obtenu, lors du dépouillement du 11 juin 2006 portant sur 2 373 votants, 45,7 % de votes.



Ouvrir le fichier « 05\_elections\_corrige.xls »

### 1. Lancer 2 373 fois une pièce de monnaie...

Les votes ayant été classés par ordre alphabétique et le candidat étudié ayant un score final de 50 %, on peut considérer que le dépouillement du 11 juin est le résultat de 2 373 lancers à pile ou face.

a. À l'aide de l'instruction =ENT(ALEA()+0,5), simuler sur un tableur 2 373 lancers d'une pièce de monnaie équilibrée. Calculer, sur la page du tableur, la fréquence du résultat codé « 1 ».

b. Appuyer plusieurs fois sur la touche F9.

Obtient-on une fréquence inférieure ou égale à 0,457 ? C'est très rare, .....



**APPEL** Appelez le professeur pour exposer vos simulations et vos observations.

### 2. Intervalle de fluctuation

a. Sélectionner les cellules correspondant aux calculs de la question 1, puis recopier vers la droite jusqu'en colonne CV pour obtenir 100 échantillons de taille 2 373.

b. Calculer les bornes de l'intervalle de fluctuation à 95 % (arrondir au centième) :

$$0,5 - \frac{1}{\sqrt{2373}} \approx 0,48 \dots \quad 0,5 + \frac{1}{\sqrt{2373}} \approx 0,52 \dots$$

c. Si A2375:CV2375 est la plage de cellules contenant les fréquences calculées sur les 100 échantillons, à quoi correspond la formule :

=NB.SI(A2375:CV2375;"<=0,52")-NB.SI(A2375:CV2375;"<0,48") ? La formule compte le nombre d'échantillons, ...  
parmi les 100 simulés, fournissant une fréquence comprise entre 0,48 et 0,52, .....

d. Calculer sur la page du tableur, parmi les 100 échantillons simulés, le nombre de ceux fournissant une fréquence comprise dans l'intervalle [0,48 ; 0,52]. La réponse varie selon les élèves, .....

### 3. Conclusion statistique

En faisant de nombreuses simulations, estimer le pourcentage des fréquences comprises entre 0,48 et 0,52 lors de 2 373 lancers à pile ou face : environ .95..... %.



**APPEL** Appelez le professeur pour exposer vos résultats et expliquez pourquoi on peut penser que le résultat du dépouillement du 11 juin 2006 est suspect.





**b.**  $0,2 - \frac{1}{\sqrt{300}} \approx 0,14$  ;  $0,2 + \frac{1}{\sqrt{300}} \approx 0,26$ .

**c.** La valeur 0,31 n'est pas comprise entre 0,14 et 0,26. On ne peut pas considérer comme exacte l'affirmation du prestataire de service.

**12. a.**  $f_A = \frac{42}{100} = 0,42$  ;  $f_B = \frac{920}{2\,000} = 0,46$ .

**b.**  $0,5 - \frac{1}{\sqrt{100}} = 0,4$  ;  $0,5 + \frac{1}{\sqrt{100}} = 0,6$ .

$0,5 - \frac{1}{\sqrt{2\,000}} = 0,48$  ;  $0,5 + \frac{1}{\sqrt{2\,000}} = 0,52$ .

**c.**  $f_A$  est comprise dans l'intervalle de fluctuation à 95 %.

$f_B$  n'est pas comprise dans l'intervalle de fluctuation à 95 %.

L'entreprise qui respecte le mieux la parité est l'entreprise A.

### 13. Polluants et naissances

**1.**  $p = \frac{105}{205} \approx 0,512$ .

**2. a.**  $\frac{105}{205} - \frac{1}{\sqrt{227}} \approx 0,45$  ;  $\frac{105}{205} + \frac{1}{\sqrt{227}} \approx 0,58$ .

**b.**  $f = \frac{91}{227} \approx 0,40$ .

**c.** 0,40 n'est pas compris entre 0,45 et 0,58. On ne doit pas attribuer la différence entre  $f$  et  $p$  au hasard.

**3. a.**  $\frac{105}{205} - \frac{1}{\sqrt{132}} \approx 0,43$  ;  $\frac{105}{205} + \frac{1}{\sqrt{132}} \approx 0,60$ .

**b.**  $f = \frac{46}{132} \approx 0,35$ .

**c.** 0,35 n'est pas compris entre 0,43 et 0,60. On ne doit pas attribuer la différence entre  $f$  et  $p$  au hasard.

## Problèmes p. 81 et 82

### ➤ Problème 1 – Sondages pour la Maison Blanche

**1.** La dernière colonne est la différence (positive) entre  $f$  et  $p$ .

**2.** Les deux années où l'écart entre  $f$  et  $p$  a été le plus grand sont 1936 et 1992.

**3. a.** La moyenne des écarts de 1936 à 1948 est 0,043.

**b.** L'écart moyen de 1952 à 2008 est 0,021. Le résultat de la question précédente est plus du double.

**c.** La méthode aléatoire paraît plus performante.

**4. a.**  $\frac{1}{\sqrt{1\,000}} \approx 0,032$ .

**b.** 5 sondages sur 19 ont un écart supérieur à  $\frac{1}{\sqrt{1\,000}}$ .

### ➤ Problème 2 – Les risques du tabac

#### Partie A Au milieu du xx<sup>e</sup> siècle

**1.**  $0,44 - \frac{1}{\sqrt{1\,357}} \approx 0,41$  ;  $0,44 + \frac{1}{\sqrt{1\,357}} \approx 0,47$ .

**2.**  $f = \frac{806}{1\,357} \approx 0,59$ .

**3.** 0,59 n'est pas compris entre 0,41 et 0,47. Il n'est pas raisonnable de penser que la différence entre  $f$  et  $p$  est due au hasard.

#### Partie B À la fin du xx<sup>e</sup> siècle

**1.**  $f = \frac{295}{737} \approx 0,40$ .

**2.**  $0,5 - \frac{1}{\sqrt{737}} \approx 0,46$  ;  $0,5 + \frac{1}{\sqrt{737}} \approx 0,54$ .

**3.** 0,40 n'est pas compris entre 0,46 et 0,54. La différence est significative, on peut penser que moins de 50 % des fumeurs pensent prendre un risque.

### ➤ Problème 3 – Taille d'échantillon

**1.** Les bornes sont 0,4 et 0,6.

**2.** 0,54 n'est pas supérieur à 0,6. La municipalité ne décide pas de construire le stade.

**3.** La plus petite valeur de  $x$  est environ 600.

**4.**  $0,5 + \frac{1}{\sqrt{650}} \approx 0,539$ .

0,54 est supérieur à  $0,5 + \frac{1}{\sqrt{650}}$ . La municipalité

décide de construire le stade.

### ➤ Problème 4

**1.**  $p_1 = 0,5$  ;  $p_2 = 0,25$  ;  $p_3 = 0,1$ .

**2.**  $I_1 = [0,4 ; 0,6]$  ;  $I_2 = [0,15 ; 0,35]$  ;  $I_3 = [0 ; 0,2]$ .

**3.** La probabilité que la fréquence de gains observée sur 100 lancers de la roue 1 appartienne à  $I_1$  vaut environ 0,96.

La probabilité que la fréquence de gains observée sur 100 lancers de la roue 2 appartienne à  $I_2$  vaut environ 0,987.

La probabilité que la fréquence de gains observée sur 100 lancers de la roue 3 appartienne à  $I_1$  vaut environ 0,997.



# Je me teste



(Livre élève  
pages 93 et 94)

## Problématique

Le dé de Zoéline est-il truqué ?



S'approprier  
Réaliser

1 Calculer la probabilité d'apparition de la face « 4 » d'un dé bien équilibré.

4 résultats sont possibles : obtenir « 1 » ou « 2 » ou « 3 » ou « 4 ». Il y a donc un seul résultat favorable : obtenir « 4 ».  
soit une probabilité  $p = \frac{1}{4} = 0,25$ .



S'approprier

2 En utilisant le tableau du fichier « 06\_JMT.xls », indiquer la fréquence de sortie de la face « 4 » dans l'échantillon n° 10 Voir le fichier « 06\_JMT.xls ».



Réaliser  
Valider

3 Pour cette série d'échantillons, vérifier que les bornes de l'intervalle de fluctuation

$\left[ p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$  sont respectivement égales à 0,2 et 0,3.

Écrire ci-dessous les calculs effectués.

$p - \frac{1}{\sqrt{n}} = 0,25 - \frac{1}{\sqrt{400}} = 0,2$  .....  $p + \frac{1}{\sqrt{n}} = 0,25 + \frac{1}{\sqrt{400}} = 0,3$  .....



Réaliser  
Valider

4 Vérifier graphiquement que plus de 95 % des échantillons ont une fréquence appartenant à l'intervalle de fluctuation lorsque le dé n'est pas truqué. Justifier.

En fonction du fichier des élèves, on pourra trouver, par exemple, que 4 échantillons n'appartiennent pas à l'intervalle  $[0,2 ; 0,3]$ , ce qui signifie que 396 échantillons appartiennent à l'intervalle soit 99 % des échantillons  $(396 \div 400 \times 100)$ .



Analyser  
Communiquer

5 Proposer une démarche permettant de répondre à la problématique.

Il faut calculer la fréquence d'apparition du chiffre « 4 » du dé de Zoéline et vérifier si elle appartient ou non à l'intervalle de fluctuation.



Communiquer



APPEL Faites valider votre démarche par le professeur.



Réaliser

6 Mettre en œuvre la démarche validée par le professeur à l'appel précédent.

La fréquence d'apparition du chiffre « 4 » du dé de Zoéline vaut :  $\frac{72}{400} = 0,18$ .

La valeur 0,18 n'appartient pas à l'intervalle de fluctuation.



Valider  
Communiquer

7 Répondre à la problématique en justifiant la réponse.

On peut supposer que le dé de Zoéline est truqué car la fréquence d'apparition du chiffre « 4 » de son dé n'appartient pas à l'intervalle de fluctuation d'un dé bien équilibré.



(Livre élève pages 85 et 86)

## Capacité

- Résoudre graphiquement des inéquations de la forme  $f(x) > 0$

## 1 Résolution graphique d'une équation de la forme $f(x) = 0$



### Qui est nul ? Le résultat...

L'entreprise Pharmacoop produit un médicament vendu sous forme liquide. La courbe C ci-dessous est la représentation graphique du résultat dégagé par la vente de ce médicament.

La quantité produite, portée en abscisses, est exprimée en hectolitres ; le résultat (perte ou bénéfice), porté en ordonnées, est exprimé en euros.

1. a. Lire sur le graphique les abscisses des points d'intersection de la courbe C avec l'axe des abscisses. **3 et 17.**

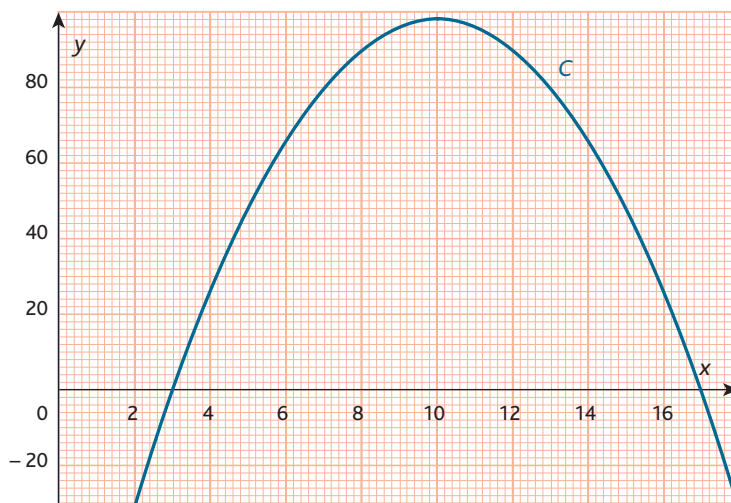
b. Donner l'ordonnée de ces points. **0**

c. Quel est le résultat de Pharmacoop pour des productions de 3 hL et 17 hL ? **Le résultat est nul.**

2. C est la courbe représentative de la fonction  $f$  définie par  $f(x) = -2x^2 + 40x - 102$  sur  $[2 ; 18]$ .

a. Donner les solutions de l'équation  $f(x) = 0$  sur l'intervalle  $[2 ; 18]$ . **3 et 17.**

b. Même question sur l'intervalle  $[2 ; 8]$ . **Une seule solution : 3.**



Bien respecter l'intervalle de résolution.

## 2 Résolution d'une inéquation de la forme $f(x) > 0$ (ou $<$ ou $\leq$ ou $\geq$ )



### Perte ou bénéfice ?

1. a. De quel signe est le résultat lorsque c'est une perte ? **Le résultat est négatif.**

De quel signe est le résultat lorsque c'est un bénéfice ? **Le résultat est positif.**

b. D'après le graphique précédent, dire pour les productions suivantes s'il y a perte ou bénéfice.

2,2 hL : **perte**      12,5 hL : **bénéfice**      17,6 hL : **perte**      4,3 hL : **bénéfice**

Placer les points correspondants sur le graphique.

c. Lorsqu'il y a perte, le point de la courbe C est-il situé au-dessus ou en dessous de l'axe des abscisses ?

**Il est situé en dessous de l'axe des abscisses.**

Son ordonnée est-elle positive ou négative ? **Son ordonnée est négative.**

d. Lorsqu'il y a bénéfice, le point de la courbe  $C$  est-il situé au-dessus ou en dessous de l'axe des abscisses ?

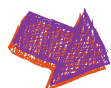
Il est situé au-dessus de l'axe des abscisses.

Son ordonnée est-elle positive ou négative ? Son ordonnée est positive.

2. a. Donner trois solutions de l'inéquation  $f(x) \leq 0$  : 2 ; 1 ; 2,8 ; 17,2 et trois solutions de l'inéquation  $f(x) \geq 0$  : 6 ; 10 ; 14.

b. Indiquer à quel(s) intervalle(s) appartient  $x$  si  $f(x) \leq 0$ . [2 ; 3] ou [17 ; 18].

c. Indiquer à quel(s) intervalle(s) appartient  $x$  si  $f(x) \geq 0$ . [3 ; 17].

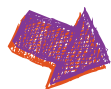
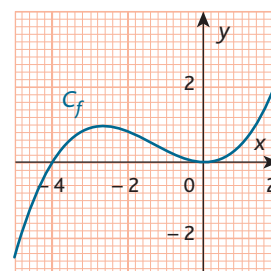


## Comment résoudre graphiquement une équation de la forme $f(x) = 0$ ?

Soit une fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[-5 ; 2]$  et dont la courbe représentative  $C_f$  est donnée ci-contre.

Résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = 0$  sur l'intervalle  $[-5 ; 2]$ .

- Lire les abscisses des points d'intersection de  $C_f$  avec l'axe des abscisses : -4 et 0.
- Donner les solutions de l'équation  $f(x) = 0$ . -4 ; 0.



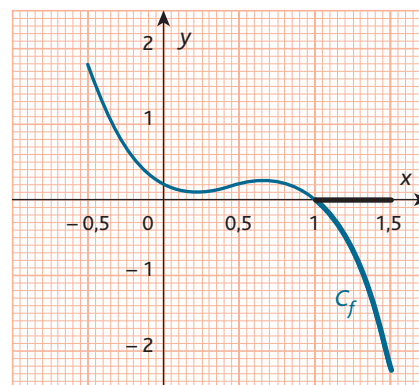
## Comment résoudre graphiquement une inéquation de la forme $f(x) > 0$ (ou $<$ ou $\leq$ ou $\geq$ ) ?

La fonction  $f$  est définie sur l'intervalle  $[-0,5 ; 1,5]$ . Sa courbe représentative est  $C_f$ .

Résoudre graphiquement les inéquations  $f(x) \leq 0$  et  $f(x) < 0$  sur l'intervalle  $[-0,5 ; 1,5]$ .

- Passer en couleur (—) la partie de la courbe située en dessous de l'axe des abscisses.
- Passer en couleur (—) la partie correspondante de l'axe des abscisses.
- Les solutions de l'inéquation  $f(x) \leq 0$  sont les nombres de l'intervalle passé en couleur sur l'axe des abscisses, soit : [1 ; 1,5].
- Pour l'inéquation  $f(x) < 0$ , il faut enlever de l'ensemble des solutions la valeur 1 qui annule  $f(x)$ .

L'ensemble des solutions est donc l'intervalle ]1 ; 1,5].



Attention à l'orientation des crochets !

### RÉPONSES

1  $f(x) = 0$  : -1 et 1 ;  $g(x) = 0$  : -1

2 a. -0,5 ; 0 ; 0,4

b. -0,5 ; 0 ; 3

3 a.  $f(x) < 0$  :  $]-1 ; 1[$  ;  $f(x) \geq 0$  :  $[-2 ; -1[$  ou  $]1 ; 5]$

b.  $g(x) \leq 0$  :  $[-2 ; -1]$  ;  $g(x) > 0$  :  $[-1 ; 5]$

# Comparaison de fonctions

(Livre élève pages 87 et 88)

## Capacité

- Résoudre graphiquement des inéquations de la forme  $f(x) \geq g(x)$

## 1 Résolution graphique d'une équation de la forme $f(x) = g(x)$



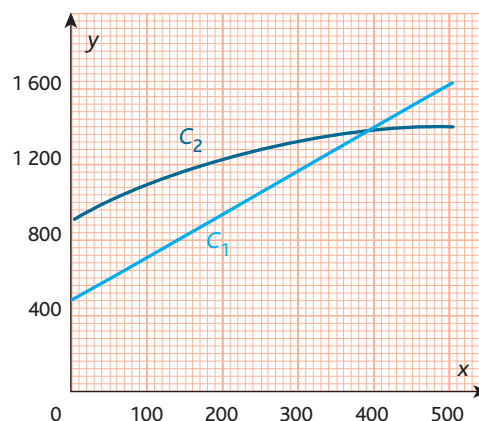
Deux prestataires répondent à une annonce pour le nettoyage des locaux de l'entreprise Pharmacoop. Le coût de revient, en euros, des deux prestations est représenté sur le graphique ci-contre en fonction du nombre  $x$  de mètres carrés à nettoyer.

La courbe  $C_1$  correspond à la prestation  $P_1$  ; la courbe  $C_2$  correspond à la prestation  $P_2$ .

1. a. Lire sur le graphique l'abscisse du point d'intersection des deux courbes.



Tracer des pointillés pour faciliter la lecture.



- b. Que représente l'ordonnée du point d'intersection dans le cadre de la situation étudiée ?

C'est le coût de revient des deux prestations pour 390 m².

- c. Compléter la phrase : « Pour 390 m² à nettoyer, les deux coûts de revient sont égaux ».

2. Soit  $f$  la fonction définie sur  $[0 ; 500]$  par  $f(x) = 2,25x + 500$  ; elle est représentée par la courbe  $C_1$ .

Soit  $g$  la fonction définie sur  $[0 ; 500]$  par  $g(x) = -0,002x^2 + 2x + 900$  ; elle est représentée par la courbe  $C_2$ .

- a. Résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = g(x)$ . 390
- b. La solution trouvée est-elle une valeur exacte ou une valeur approchée ? Valeur approchée.

## 2 Résolution graphique d'une inéquation de la forme $f(x) > g(x)$ (ou $\geq$ ou $<$ ou $\leq$ )

### Qui est le moins cher ?

1. L'aire des locaux à nettoyer est 300 m².

- a. Le point de  $C_1$  d'abscisse 300 est-il au-dessus ou en dessous du point de  $C_2$  d'abscisse 300 ?

Le point de  $C_1$  est en dessous du point de  $C_2$ .

Quelle est la prestation la moins chère pour 300 m² ? La prestation  $P_1$  est la moins chère.

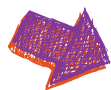
2. L'entreprise Pharmacoop envisage d'augmenter la superficie de ses locaux qui passerait alors à 450 m².

- a. Le point de  $C_1$  d'abscisse 450 est-il au-dessus ou en dessous du point de  $C_2$  d'abscisse 450 ?

Le point de  $C_1$  est au-dessus du point de  $C_2$ .

b. Quelle est la prestation la moins chère pour 450 m² ? La prestation  $P_2$  est la moins chère.

3. a. Donner trois solutions de l'inéquation  $f(x) < g(x)$ . 100 ; 200 ; 300.
- b. Donner trois solutions de l'inéquation  $f(x) > g(x)$ . 410 ; 420 ; 493.
- c. Indiquer à quel intervalle appartient  $x$  si  $f(x) \leq g(x)$ . [0 ; 390].

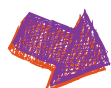
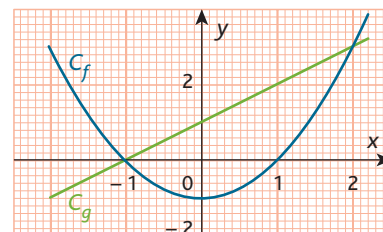


## Comment résoudre graphiquement une équation de la forme $f(x) = g(x)$ ?

Soient deux fonctions  $f$  et  $g$  définies sur l'intervalle  $[-2 ; 2,2]$  et dont les courbes représentatives  $C_f$  et  $C_g$  sont données ci-contre.

Résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = g(x)$  sur l'intervalle  $[-2 ; 2,2]$ .

- Lire les abscisses des points d'intersection de  $C_f$  et  $C_g$  : -1 et 2.
- Donner les solutions de l'équation  $f(x) = g(x)$ . -1 ; 2.



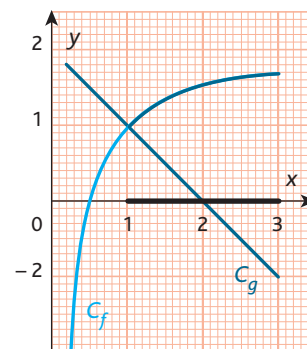
## Comment résoudre graphiquement une inéquation de la forme $f(x) > g(x)$ (ou $<$ ou $\geq$ ou $\leq$ ) ?

Les fonctions  $f$  et  $g$  sont définies sur l'intervalle  $[0,2 ; 3]$  par  $f(x) = -\frac{1}{x} + 2$

et  $g(x) = -x + 2$ . La courbe représentative de la fonction  $f$  est notée  $C_f$  et celle de  $g$   $C_g$ .

Résoudre graphiquement les inéquations  $f(x) \geq g(x)$  et  $f(x) > g(x)$  sur l'intervalle  $[0,2 ; 3]$ . Donner la réponse sous la forme d'un intervalle.

- Passer en couleur (—) la partie de  $C_f$  située au-dessus de  $C_g$ .
- Passer en couleur (—) la partie correspondante de l'axe des abscisses.
- Les solutions de l'inéquation  $f(x) \geq g(x)$  sont les nombres de l'intervalle passé en couleur sur l'axe des abscisses, soit : [1 ; 3].
- Pour l'inéquation  $g(x) > g(x)$ , il faut enlever de l'ensemble des solutions la valeur 1 pour laquelle  $f(x) = g(x)$ . L'ensemble des solutions est donc l'intervalle ]1 ; 3].



Attention à l'orientation des crochets !

### RÉPONSES

#### Exercices

- 1 a.  $f(x) = g(x) : -1 ; 2$   
 b. Il faut tracer la droite horizontale d'équation  $y = 2$ .  
 $f(x) = 2 : -2 ; -0,3 ; 0,9$   
 c.  $f(x) = -0,7 : 0$

- 2 a.  $f(x) < g(x) : ]-1 ; 2[ ; f(x) \leq g(x) : [-1 ; 2]$  ;  
 $f(x) > g(x) : [-2 ; -1[ \text{ ou } ]2 ; 5]$  ;  
 $f(x) \geq g(x) : [-2 ; -1] \text{ ou } [2 ; 5]$  ;  
 b.  $f(x) < 2 : ]-2 ; 5[ ; g(x) \leq 2 : [-2 ; -0,3[$   
 ou  $]0,9 ; 5]$

## J'utilise un logiciel (tableur)



## Encadrer une solution d'une équation



Voir fichier « 06\_p89\_corrige.xls » ou « 06\_p89\_corrige.ods ».

On s'intéresse à la glycémie (taux de glucose dans le sang) après absorption d'un sirop de glucose.

On note  $t$  (en heures) le temps écoulé depuis l'ingestion du sirop. Dans certains cas, on peut modéliser les variations du taux de glucose (en g/L) en fonction de  $t$  par la fonction  $f$  telle que :

$f(t) = 0,3t^3 - 1,5t^2 + 1,9t + 1$  où  $t$  est dans l'intervalle  $[0 ; 1,4]$ .

On veut déterminer au bout de combien de temps le taux de glucose est égal à 1,5 g/L.

Il s'agit donc de résoudre l'équation  $f(t) = 1,5$ .

## 1. Résolution graphique

a. Avec un tableur, préparer une feuille de calcul dont voici un extrait :

	A	B
1	t	f(t)
2	0	1
3	0,1	1,1753
4	0,2	1,3224
5	0,3	1,4431



Le même travail peut être réalisé avec la fonction Table de la calculatrice.

- Faire varier  $t$  de 0 à 1,4 avec un pas de 0,1.

- Quelle formule faut-il entrer en B2 pour calculer  $f(t)$  dans la colonne B ?  $=0,3*A2^3-1,5*A2^2+1,9*A2+1$ .

- La recopier vers le bas jusqu'à la cellule B16.

b. En utilisant l'Assistant graphique, afficher la représentation graphique de la fonction  $f$ . Choisir Nuage de points reliés par une courbe lissée.

c. Lire graphiquement le nombre de solutions de l'équation  $f(t) = 1,5$ . Une seule solution sur l'intervalle  $[0 ; 1,4]$ .

Donner une valeur approchée au dixième de la (ou des) solution(s). 0,4.

## 2. Encadrements successifs d'une solution

Sur l'intervalle  $[0 ; 1,4]$ , l'équation  $f(t) = 1,5$  n'a qu'une solution que l'on note  $t_0$ .

a. Dans la colonne  $f(t)$ , on n'obtient pas la valeur 1,5.

Mais on lit deux valeurs successives de  $f(t)$  qui encadrent 1,5 : 1,4431 et 1,5392. Complétez la colonne de  $t$ .

$t$	$f(t)$
0,3	1,4431
$t_0$ entre 0,3 et 0,4	1,5 entre 1,4431 et 1,5392
0,4	1,5392

Quel encadrement d'amplitude 0,1 peut-on en déduire pour  $t_0$  ?  $0,3 < t_0 < 0,4$ .

b. Dresser un deuxième tableau : faire varier  $t$  de 0,3 à 0,4 avec un pas de 0,01 et calculer les valeurs de  $f(t)$  en procédant comme dans la partie 1.

En utilisant la même méthode qu'au 2. a, donner un encadrement de  $t_0$  d'amplitude 0,01.

$0,35 < t_0 < 0,36$ .

c. Dresser un troisième tableau : faire varier  $t$  de 0,35 à 0,36 avec un pas de 0,001 et calculer les valeurs de  $f(t)$  en procédant comme dans la partie 1.

En utilisant la même méthode qu'au 2. a, donner un encadrement de  $t_0$  d'amplitude 0,001 :

$0,356 < t_0 < 0,357$ .

## 3. Résultat

Une valeur approchée de  $t_0$  au millièm est 0,356 heure.

Convertir cette durée en minutes. Arrondir à la minute. 22 minutes.



# J'utilise une calculatrice graphique

## ❖ Résoudre graphiquement avec la calculatrice



Soit les fonctions  $f$  et  $g$  définies pour tout  $x$  par  $f(x) = x^3 - 4x + 1$  et  $g(x) = 0,5x^2$ .

### 1. Résoudre une équation de la forme $f(x) = g(x)$

On veut résoudre graphiquement l'équation  $x^3 - 4x + 1 = 0,5x^2$ , c'est-à-dire  $f(x) = g(x)$ .

#### a. Tracé des courbes

- Éditer les fonctions  $f$  et  $g$  sur la calculatrice.
- Tracer les courbes représentatives des fonctions  $f$  et  $g$  en utilisant une fenêtre d'affichage adaptée.

#### b. Nombre de solutions

- Combien de points d'intersection les deux courbes ont-elles à l'écran ? *Cela dépend de la fenêtre d'affichage.*
- Peut-on donner le nombre de solutions de l'équation  $f(x) = g(x)$  ? *Non.*
- Recommencer le tracé des courbes avec la fenêtre suivante :  $x$  varie de  $-4$  à  $4$  avec un pas de  $1$ ,  $y$  varie de  $-3$  à  $5$  avec un pas de  $1$ .
- Donner le nombre de solutions de l'équation  $f(x) = g(x)$  sur l'intervalle  $[-4 ; 4]$ . *3 solutions.*
- Est-on sûr qu'il n'y a pas d'autres solutions sur un intervalle plus large ? *Non.*

#### c. Valeurs approchées des solutions

- Les courbes étant affichées à l'écran, utiliser successivement les touches G-Solv et ISCT (intersection).



Parfois, un peu d'attente pour l'apparition des coordonnées.

Les touches  $\rightarrow$  et  $\leftarrow$  du pavé fléché permettent de passer d'une solution à l'autre.

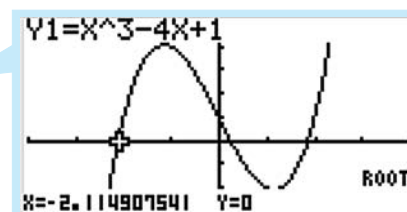
- Donner les valeurs approchées au centième des trois solutions de l'équation sur l'intervalle  $[-4 ; 4]$ .  
 *$-1,89 ; 0,25 ; 2,15$ .*

### 2. Résoudre une équation de la forme $f(x) = \text{constante}$

On veut résoudre graphiquement sur  $[-4 ; 4]$  les équations  $f(x) = 0$  et  $f(x) = 3$ .

#### a. Résolution de l'équation $f(x) = 0$

- Afficher la courbe de la fonction  $f$  dans la fenêtre donnée en 1. b. Puis appuyer successivement sur les touches G-Solv et ROOT.
- Donner les valeurs approchées au centième des trois solutions de l'équation  $f(x) = 0$ .  *$-2,11 ; 0,25 ; 1,86$ .*



#### b. Résolution de l'équation $f(x) = 3$

- Éditer comme deuxième fonction, la fonction constante  $3$ .
- Procéder comme au c. de la partie 1.
- Donner les valeurs approchées au centième des solutions.  *$-1,68 ; -0,54 ; 2,21$ .*

# Exercices & Problèmes

## Exercices p. 93 à 96

### 1. QCM

- a. 1 solution.  
b.  $g(x) = 0$ .  
c. Aucune réponse exacte.  
d. - 1 et 3.

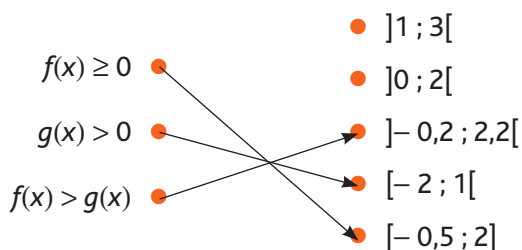
### 2. Vrai - Faux

- a. Vrai b. Vrai c. Faux d. Faux.

### 3. Phrases à trous

- a. Deux solutions b. Deux solutions c. Une solution d. Aucune solution.

### 4. Associer



### › Comparer une fonction à une constante

5. a. Graphique ❶ : trois solutions.  
Graphique ❷ : pas de solution.  
Graphique ❸ : une solution.  
b. Graphique ❶ : une solution.  
Graphique ❷ : trois solutions.  
Graphique ❸ : une solution.  
c. Graphique ❶ : une solution.  
Graphique ❷ : pas de solution.  
Graphique ❸ : une solution.  
d. Graphique ❶ : les trois solutions sont - 1 ; 0 et 1.  
Graphique ❷ : pas de solution.  
Graphique ❸ : la solution est 1,6.

### 6. Graphique ❶

- $f(x) < 0 : [- 2 ; - 1[$  ou  $]0 ; 1]$  ;  $f(x) \geq 0 : [- 1 ; 0]$  ou  $]1 ; 2]$ .  
Graphique ❷  
 $f(x) < 0$  : pas de solution ;  $f(x) \geq 0 : ] - \infty ; + \infty[$ .  
Graphique ❸  
 $f(x) < 0 : ]1,6 ; 2]$  ;  $f(x) \geq 0 : [- 2 ; 1,6]$ .

### 7. Graphique ❶

x	-2	-1	0	1	2		
Signe de $f(x)$	-	0	+	0	-	0	+

### Graphique ❷

$x$	$-2$	$2$
Signe de $f(x)$	$1,4$	$+$ $3,6$

### Graphique ❸

x	- 2	1,6	2		
Signe de f(x)	2	+	0	-	- 1,2

8. a. Sur l'intervalle  $[- 2 ; 2]$ , la droite d'équation  $y = 7$  coupe  $C_f$  en un seul point.

- b.  $x_0 \approx 1,45$ .

c.

x	1,43	1,44	1,45	1,46	1,47
f(x)	6,784	6,866	6,949	7,032	7,117

- d.  $1,45 < x_0 < 1,46$ .

### › Comparer deux fonctions

9. a.  $f(x) = g(x) : 1$  et  $2,6$ .  
b.  $f(x) \geq g(x) : [1 ; 2,6]$ .  
c.  $f(x) < g(x) : ]0 ; 1[$  ou  $]2,6 ; 4]$ .  
d.  $f(x) - g(x) > 0 : ]1 ; 2,6[$ .

### › Éviter quelques pièges

10. a. L'affirmation est fausse.  
b. Pour  $x$  positif, on a  $x^2 < x$  si  $x$  appartient à l'intervalle  $[0 ; 1]$ .  
c.  $0,5^2 < 0,5$  car  $0,5$  est compris entre 0 et 1.  
d. Kévin a seulement pensé aux nombres plus grands que 1.  
L'affirmation exacte est : « Tout nombre compris entre 0 et 1 est supérieur à son carré. Tout nombre supérieur à 1 est inférieur à son carré. »

**11. a.** L'affirmation est fausse.

**b.**  $3^2 = 9$  et  $(-3)^2 = 9$ .

**c.** Clara n'a tracé sa courbe que pour des valeurs positives de  $x$ .  
Elle n'a donc pas vu la solution négative  $-3$ .

**12. a.** L'affirmation est fausse.

**b.** Nora n'a représenté qu'une branche de l'hyperbole.

**c.** Nora a oublié la solution négative de l'équation :  $0,5$ .

### ➤ « Pot pourri » sur les fonctions

**13. a.**

$x$	0	1	2
$f(x)$	-3	1	-3

**b.**  $f(x) = 0 : 0,5$  et  $1,5$ .  $f(x) = -1 : 0,3$  et  $1,7$ .  
 $f(x) = 1 : 1$ .

**c.**  $f(x) \geq -1 : [0,3 ; 1,7]$ .  $f(x) > 0 : ]0,5 ; 1,5[$ .  
 $f(x) > 1 : \text{pas de solution}$ .

**d.**

x	0		0,5		1,5		2	
Signe de $f(x)$	-3	-	0	+	0	-	-3	

**14. a.** Le maximum de  $f$  sur  $[-2,5 ; 2]$  est 4.

**b.** Le minimum de  $f$  sur  $[0 ; 2]$  est 0.

**c.**  $f(-1) = 4 ; f(2) = 4 ; f(1) = 0$ .

**d.**

$x$	-2,5	-1	1	2
$f(x)$	-5	4	0	4

**e.**  $f(x) = -2 : -2,2 ; f(x) = 0 : -2$  et  $1 ; f(x) = 2 : -1,7 ; 0$  et  $1,7$ .

**f.**  $f(x) < 0 : [-2,5 ; -2] ; f(x) \geq 0 : [-2 ; 2] ; f(x) \leq 2 : [-2,5 ; -1,7] \text{ ou } [0 ; 1,7]$ .

**g.**

$x$	$-2,5$		$-2$		$2$	
Signe de $f(x)$	$-5$	$-$	$0$	$+$	$4$	

**15. a.**  $g(x) = 0 : -1 ; g(x) \leq 0 : [-2,5 ; -1]$ .

**b.**  $f(x) = g(x) : -2,2$  et  $0,2 ; f(x) > g(x) : ]-2,2 ; 0,2[$ .

### 16. Avec un tableur

**1. a. et b.** Voir fichier « 06\_ex16\_corrige.xls » ou « 06\_ex16\_corrige.ods ».

**c.** La courbe coupe l'axe des abscisses en deux points.

**d.**  $x_1 \approx 0,3 ; x_2 \approx 1,9$ .

**2. a.**  $0,2 < x_1 < 0,3$ .

**b.** Voir fichier « 06\_ex16\_corrige.xls » ou « 06\_ex16\_corrige.ods ».

**c.**  $0,25 < x_1 < 0,26$ .

**3. a.**  $1,8 < x_2 < 1,9$ .

**b.** Voir fichier « 06\_ex16\_corrige.xls » ou « 06\_ex16\_corrige.ods ».  
 $1,86 < x_2 < 1,87$ .

## Problèmes p. 96 à 98

### ➤ Problème 1 – Comparer charges et recettes

#### Partie A

**1. a.** La recette pour une production de 70 objets est 77,50 €.

**b.**  $R(n) = 0,25n + 60$ .

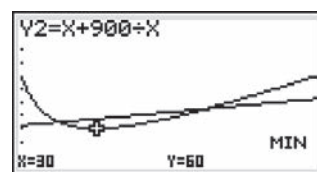
**2. a.**  $C(45) = 65$ . Le montant journalier des charges pour une production de 45 objets est 65 €.

**b.**  $R(45) = 71,25$ . Pour une production de 45 objets, on a un bénéfice de 6,25 €.

#### Partie B

**a.**  $f$  est une fonction affine car son expression algébrique est de la forme  $ax + b$  avec  $a = 0,25$  et  $b = 60$ .

**b.**



**c.** Sur l'intervalle  $[10 ; 90]$ , la fonction  $g$  atteint son minimum pour  $x = 30$ . La valeur de ce minimum est 60.

**d.**

$x$	10	30	90
$g(x)$	100	60	100

e.  $g(x) = 0$  : pas de solution ;  $g(x) = 80$  : 13,5 et 66,5 ;  
 $f(x) = g(x)$  : 20 et 60.

f.  $f(x) \geq 0$  :  $[10 ; 90]$  ;  $f(x) > g(x)$  :  $]20 ; 60[$ .

### Partie C

a. Les charges quotidiennes sont minimales pour 30 objets. Leur montant est de 60 €.

b. La production doit être dans l'intervalle  $]20 ; 60[$ .

## ► Problème 2 – Comparer des évolutions de prix

### Partie A Prix $P_1$

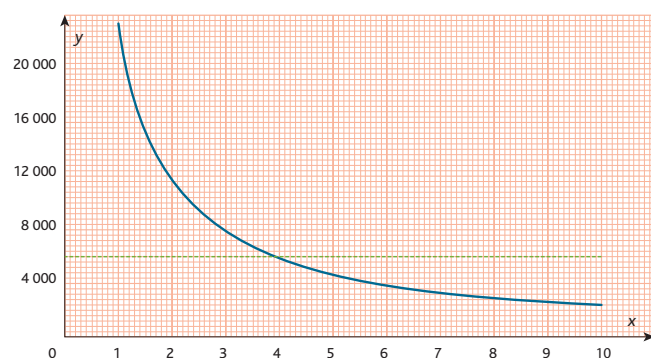
1.  $P_1 = 5\,875$  €.

2. a. La fonction  $f$  est décroissante : elle a le même sens de variation que la fonction inverse car 23 500 est positif.

b.

x	1	1,5	2	4	7	10
f(x)	23 500	15 667	11 750	5 875	3 357	2 350

c.



d.  $3,9 \leq x \leq 10$ .

3. La machine vaut moins de 6 000 € après 4 ans.

### Partie B Prix $P_2$

1.  $P_2 = 7\,200$  €.

2. a.  $a = 100$  ;  $b = -2\,100$  ;  $c = 14\,000$ .

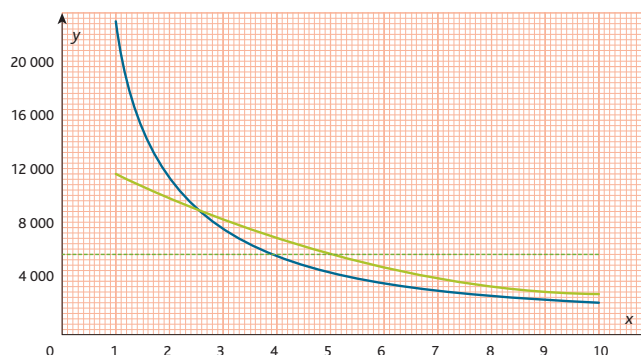
b.  $-\frac{b}{2a} = 10,5$ . Ce nombre n'appartient pas à l'intervalle  $[1 ; 10]$ .

c. La fonction  $g$  est décroissante sur l'intervalle  $[1 ; 10]$  puisque les valeurs de  $x$  sont inférieures à 10,5, abscisse du sommet de la parabole d'équation  $y = 100x^2 - 2\,100x + 14\,000$ .

d.

x	1	2	4	6	8	10
g(x)	12 000	10 200	7 200	5 000	3 600	3 000

e. La courbe représentative de  $g$  est un arc de parabole.



f.  $5 \leq x \leq 10$ .

3. Le prix de la machine devient inférieur à 6 000 € un an plus tard avec la seconde évolution du prix.

### Partie C Comparaison des prix $P_1$ et $P_2$

1.  $f(x) = g(x)$  : 2,5 ;  $f(x) < g(x)$  :  $]2,5 ; 10[$ .

2. Les deux prix sont égaux au bout de deux ans et demi. Pour une durée inférieure à deux ans et demi,  $P_1$  est inférieur à  $P_2$ .

## ► Problème 3 – Faire des prévisions comptables

### Partie A Étude de l'évolution des recettes

1. Pour  $r = 4$ , les recettes prévisionnelles sont de 180 000 €.

2. a.  $a = -1\,500$  ;  $b = 21\,000$  ;  $c = 120\,000$ .

b.  $-\frac{b}{2a} = 7$ . Ce nombre appartient à l'intervalle  $[0 ; 11]$ .

Le coefficient  $a$  étant négatif, la fonction  $f$  admet un maximum sur  $[0 ; 11]$ .

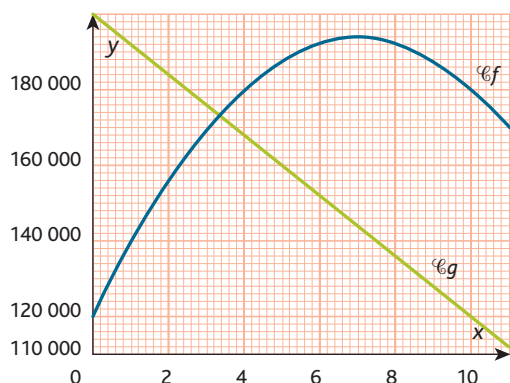
c.

x	0	7	11
f(x)	120 000	193 500	169 500

d.

x	0	1	2	3	4	5
f(x)	120 000	139 500	156 000	169 500	180 000	187 500
x	6	7	8	9	10	11
f(x)	192 000	193 500	192 000	187 500	180 000	169 500

e.



f.  $f(x) > 150\,000 : ]1,6 ; 11]$  ;  $f(x) \leq 180\,000 : [0 ; 4]$  ou  $[10 ; 11]$ .

3. a. Les recettes sont maximales en 2017.

b. Les recettes sont supérieures à 150 000 € entre 2012 et 2021.

c. Les recettes sont inférieures ou égales à 180 000 € en 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2020, 2021.

### Partie B Étude de l'évolution des charges

1. a. Les charges prévisionnelles pour 2014 sont de 168 000 €.

b. Le bénéfice est de 12 000 € en 2014.

2. a. La fonction  $g$  est une fonction affine.

b. Elle est décroissante car son coefficient  $a$ , égal à  $-8\,000$ , est négatif.

c. Voir graphique ci-dessus.

d.  $g(x) < 140\,000 : ]7,5 ; 11]$ .

3. Les charges seront inférieures à 140 000 € en 2018, 2019, 2020, 2021.

### Partie C Prévion du résultat

1.  $f(x) = g(x) : 3,3$  ;  $f(x) > g(x) : [3,3 ; 11]$ .

2. a. Il n'y a pas d'année où les recettes sont égales aux charges.

b. L'entreprise dégagera un bénéfice de 2014 à 2021.

## > Problème 4

### Partie A

a.  $a = -5$  ;  $b = 240$  ;  $c = -1\,600$ .

b.  $-\frac{b}{2a} = 24$ . Ce nombre appartient à l'intervalle  $[0 ; 30]$ . Le sommet de la parabole d'équation  $y = -5x^2 + 240x - 1\,600$  appartient à la courbe représentative de  $f$ .

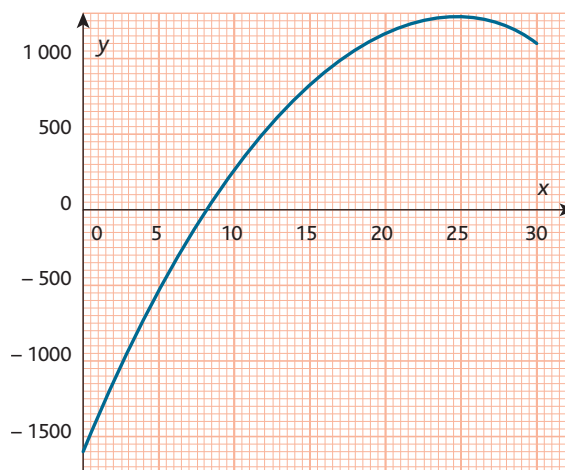
c.

x	0	24	30
f(x)	-1 600	1 280	1 100

d.

x	0	4	8	10	14	18
f(x)	-1 600	-720	0	300	780	1 100
x	20	22	24	26	28	30
f(x)	1 200	1 260	1 280	1 260	1 200	1 100

e.



f.  $f(x) = 0 : 8$  ;  $f(x) = 1\,100 : 18$  ;  $f(x) > 0 : [8 ; 30]$  ;  $g(x) > 1\,100 : [18 ; 30]$ .

### Partie B

1. a. Le bénéfice est maximal pour 24 buffets.

b. Le bénéfice maximal s'élève à 1 280 €.

2. a. Le restaurant réalise un bénéfice à partir de 8 buffets.

b. Le bénéfice est supérieur à 1 100 € lorsque le nombre de buffets est supérieur à 18.

# Je me teste



(Livre élève  
pages 99 et 100)

## Problématique

Pour quels nombres de livraisons, sur une année, la 1<sup>re</sup> possibilité est-elle moins chère pour l'entreprise que la 2<sup>e</sup> possibilité ?

### 1 Appropriation



Déterminer la solution la moins chère pour l'entreprise pour 30 livraisons dans l'année.

Pour 30 livraisons,  $C_1 = 60 \times 30 + 1\,600 = 3\,400 \text{ €}$  ;  $C_2 = -30^2 + 110 \times 30 + 1\,200 = 3\,600 \text{ €}$ .

La première possibilité est la moins chère pour 30 livraisons.

### 2 Étude de fonctions

On modélise le coût  $C_1$ , en euros, par la fonction  $f$  définie sur  $[0 ; 50]$  par :  $f(x) = 60x + 1\,600$  et le coût  $C_2$ , en euros, par la fonction  $g$  définie sur l'intervalle  $[0 ; 50]$  par :  $g(x) = -x^2 + 110x + 1\,200$ .



2.a Cocher les cases où la réponse est exacte.

	une fonction linéaire	une fonction affine	une fonction du 2 <sup>nd</sup> degré
La fonction $f$ est :		X	
La fonction $g$ est :			X

	une droite	une parabole	une hyperbole
La courbe représentative de $f$ est :	X		
La courbe représentative de $g$ est :		X	



2.b Représenter graphiquement les fonctions  $f$  et  $g$  sur  $[0 ; 50]$  dans le même repère (calculatrice ou logiciel). On note respectivement  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$  ces deux courbes.

Voir le fichier « 07\_JMT\_corrigé.ggb ».

### 3 Résolution graphique



3.a Cocher la réponse exacte. Lorsque  $f(x) \leq g(x)$ , on a :

☒  $\mathcal{C}_f$  au-dessous de  $\mathcal{C}_g$     ☐  $\mathcal{C}_f$  au-dessus de  $\mathcal{C}_g$



3.b Résoudre graphiquement l'inéquation  $f(x) \leq g(x)$ .

Les solutions de l'inéquation sont les nombres  $x$  tels que  $10 \leq x \leq 40$ .



APPEL

Appelez le professeur pour lui expliquer votre lecture graphique.

### 4 Exploitation des résultats



4.a Cocher les réponses exactes.

La courbe  $\mathcal{C}_f$  est associée au coût ☒  $C_1$  ☐  $C_2$  ; la courbe  $\mathcal{C}_g$  est associée au coût ☐  $C_1$  ☒  $C_2$ .



4.b Répondre à la problématique. Les nombres de livraisons possibles sont les nombres entiers compris entre 10 et 40.





- Résoudre algébriquement, avec ou sans TIC, une équation du second degré à une inconnue et à coefficients numériques fixés

# Résolution d'une équation du 2<sup>nd</sup> degré

(Livre élève pages 101 et 102)

## ➡ 1 Premiers pas

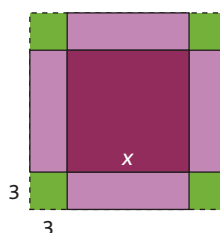


### La méthode babylonienne

#### 1. Technique babylonienne pour résoudre l'équation $x^2 + 12x = 45$

Les mathématiciens babyloniens avaient réussi à trouver une solution pour certaines équations du second degré en faisant appel à des calculs d'aires.

On raisonne à partir de la figure ci-contre : le carré intérieur a pour côté  $x$ . À l'extérieur sont tracés quatre rectangles de dimension 3 et  $x$ . Chacun des termes de l'équation correspond à une aire de la figure ci-contre.



- À quelle aire de la figure correspond le terme  $x^2$  ? À l'aire en violet foncé.
- À quelle aire de la figure correspond le terme  $12x$  ? À l'aire en violet clair.
- À quelle aire de la figure correspond le terme 45 ? À la somme des aires en violet clair et foncé.
- Montrer que l'aire du grand carré est égale à 81 :  $4 \times 9$  (carré vert) + 45 = 81.
- Exprimer le côté du grand carré en fonction de  $x$  :  $x + 6$ .

D'où l'aire du grand carré en fonction de  $x$  :  $A = (x + 6)^2$ .

On cherche donc la ou les solutions de l'équation  $(x + 6)^2 = 81$ .

- Résoudre cette équation :  $x + 6 = 9$  ou  $x + 6 = -9$ .  
Soit  $x = 3$  ou  $x = -15$ .

On constate qu'il y a deux solutions ; les Babyloniens, eux, ne retenaient que la valeur positive.

D'où la longueur  $x$  cherchée :  $x = 3$ .

#### 2. À vous de jouer !

Résoudre, selon la méthode babylonienne, l'équation  $x^2 + 4x = 32$ . Les carrés verts ont pour côtés 1.

On cherche la ou les solutions de  $(x + 2)^2 = 36$ .

Soit  $x = 4$  ou  $x = -8$ . La longueur  $x$  cherchée est 4.



Cette technique porte le nom de « complétion du carré ».

## ➡ 2 Résolution d'une équation du second degré

On pose  $P(x) = ax^2 + bx + c$  et  $\Delta = b^2 - 4ac$ .

- Écrire les coefficients  $a$ ,  $b$  et  $c$  pour chacune des fonctions du tableau et calculer le nombre  $\Delta$ .

	Fonction	$a$	$b$	$c$	$\Delta$	$N$
①	$P(x) = -3x^2 + 5x - 1$	-3	5	-1	13	2
②	$P(x) = 4x^2 + 4x + 1$	4	4	1	0	1
③	$P(x) = 3x^2 - 12x + 12$	3	-12	12	0	1
④	$P(x) = x^2 - 6x - 7$	1	-6	-7	64	2
⑤	$P(x) = 4x^2 - 5x + 1$	4	-5	1	9	2
⑥	$P(x) = 4x^2 - 3x + 1$	4	-3	1	-7	0

2. Tracer, à l'aide de GeoGebra ou de la calculatrice, une représentation graphique de chacune des fonctions  $P$  et noter dans la dernière colonne du tableau le nombre  $N$  de points d'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses.

3. Conjecturer un lien entre le signe de  $\Delta$  et  $N$  : Lorsque  $\Delta > 0$ ,  $N = 2$  ;

lorsque  $\Delta = 0$ ,  $N = 1$  ; lorsque  $\Delta < 0$ ,  $N = 0$ .



$\Delta$  s'appelle le discriminant.

4. Pour  $\Delta = 0$ . Lire graphiquement l'abscisse du point d'intersection avec l'axe des abscisses pour chaque courbe. En donner la valeur exacte :  $x = -0,5$  pour  $P(x) = 4x^2 + 4x + 1$  ;  $x = 2$  pour  $P(x) = 3x^2 - 12x + 12$ .

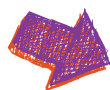
5. Pour  $\Delta > 0$ . Lire graphiquement les abscisses des points d'intersection avec l'axe des abscisses pour chaque courbe :  $x = 0,25$  et  $x = 1,4$  pour  $P(x) = -3x^2 + 5x - 1$  ;  $x = -1$  et  $x = 7$  pour  $P(x) = x^2 - 6x - 7$  ;  $x = 0,25$  et  $x = 1$  pour  $P(x) = 4x^2 - 5x + 1$ .

Vérifier que les abscisses des points d'intersection ont pour valeurs  $\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$  et  $\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ .

Les valeurs lues graphiquement sont quasiment celles calculées.

6. Proposer à partir des questions 3, 4 et 5 une méthode de résolution des équations du second degré en utilisant le signe de  $\Delta$ .

À partir des coefficients  $a$ ,  $b$  et  $c$  on calcule  $\Delta$ . Puis, en fonction du signe de  $\Delta$  on connaît le nombre de solutions de l'équation du second degré.



## Comment résoudre algébriquement une équation du second degré ?

Résoudre les équations :  $x^2 + 4x - 5 = 0$  et  $5x^2 = 4x - 1$ .

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$5x^2 = 4x - 1$$

■ Mettre sous la forme  $ax^2 + bx + c = 0$ , si nécessaire.

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$5x^2 - 4x + 1 = 0$$

■ Identifier  $a$ ,  $b$  et  $c$ .

$$a = 1 ; b = 4 ; c = -5$$

$$a = 5 ; b = -4 ; c = 1$$

■ Calculer le discriminant  $\Delta = b^2 - 4ac$ .

$$\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times (-5) = 36$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \times 5 \times 1 = -4$$

■ Conclure selon le signe de  $\Delta$ .

$\Delta > 0$ , donc il y a 2 solutions.

$\Delta < 0$ , donc pas de solution.

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 - \sqrt{36}}{2 \times 1} = -5 \text{ et } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 + \sqrt{36}}{2 \times 1} = 1$$

### RÉPONSES

#### Exercices

1 a.  $a = 2$  ;  $b = -6$  ;  $c = 8$  ;  $\Delta = -28$ .  $a = 1$  ;  $b = -4$  ;  $c = 3$  ;  $\Delta = 4$ .

b.  $a = 2$  ;  $b = 6$  ;  $c = -8$  ;  $\Delta = 100$ .  $a = 1$  ;  $b = -4$  ;  $c = 4$  ;  $\Delta = 0$ .

c.  $a = \frac{2}{3}$  ;  $b = -6$  ;  $c = 9$  ;  $\Delta = 12$ .  $a = -5$  ;  $b = 7$  ;  $c = -3$  ;  $\Delta = -11$ .

d.  $a = 2$  ;  $b = 0$  ;  $c = -8$  ;  $\Delta = 64$ .  $a = 1$  ;  $b = 0$  ;  $c = 7$  ;  $\Delta = -28$ .

e.  $a = 2$  ;  $b = -9$  ;  $c = 0$  ;  $\Delta = 81$ .  $a = 3$  ;  $b = 5$  ;  $c = 0$  ;  $\Delta = 25$ .

2 a.  $a = 2$  ;  $b = -6$  ;  $c = 8$  ;  $\Delta = -28$ .  $a = 1$  ;  $b = -4$  ;  $c = 3$  ;  $\Delta = 4$ .

b.  $a = 2$  ;  $b = 6$  ;  $c = -8$  ;  $\Delta = 100$ .  $a = 1$  ;  $b = -4$  ;  $c = 4$  ;  $\Delta = 0$ .

20

# Signe du polynôme $ax^2 + bx + c$ ( $a \neq 0$ )

(Livre élève pages 103 et 104)

## Signe du polynôme $ax^2 + bx + c$ ( $a \neq 0$ )

La forme générale d'une fonction du second degré définie pour tout  $x$  est  $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ).  
Ouvrir le fichier « 07\_signe\_polynome.ggb ».

### 1. Cas n° 1 : $a > 0$

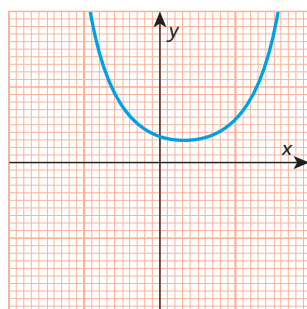
Pour toute cette partie, on gardera  $a$  positif.

**a.** Faire varier les coefficients  $a$ ,  $b$  et  $c$  à l'aide des curseurs correspondants pour obtenir trois positions différentes de la parabole par rapport à l'axe des abscisses. Reporter chaque position sur un graphique.

**b.** Noter pour chaque position le signe de  $\Delta$  (à lire dans la partie gauche de l'écran, en vert) et déterminer graphiquement le signe du polynôme.

**c.** Reporter pour chaque position ces informations dans un tableau de signes.

Position n° 1



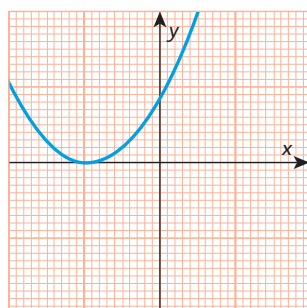
$a = 3$  ;  $b = -6$  ;  $c = 4$  ;  $\Delta = -12$  , donc  $\Delta$  est négatif .

Signe de  $f(x)$  :

$f(x)$  est toujours positif .

$x$	$-\infty$	$+\infty$
Signe de $f(x)$	+	

Position n° 2



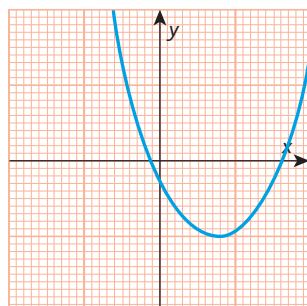
$a = 2,7$  ;  $b = 5,4$  ;  $c = 2,7$  ;  $\Delta = 0$  , donc  $\Delta$  est nul .

Signe de  $f(x)$  : toujours positif .

et nul en  $-1$  .

$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$
Signe de $f(x)$	+	0	+

Position n° 3



$a = 2,7$  ;  $b = -4,5$  ;  $c = 0$  ;  $\Delta = 20,25$  , donc  $\Delta$  est positif .

Signe de  $f(x)$  : négatif entre 0 et 1,6 .

positif partout ailleurs .

$x$	$-\infty$	0	$\approx 1,6$	$+\infty$
Signe de $f(x)$	+	0	- 0	+

## 2. Cas n° 2 : $a < 0$

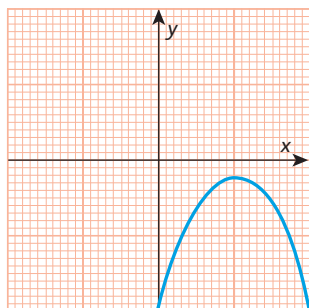
Pour toute cette partie, on gardera  $a$  négatif.

**a.** Faire varier les coefficients  $a$ ,  $b$  et  $c$  à l'aide des curseurs correspondants pour obtenir trois positions différentes de la parabole par rapport à l'axe des abscisses. Reporter chaque position sur un graphique.

**b.** Noter pour chaque position le signe de  $\Delta$  (à lire dans la partie gauche de l'écran, en vert) et déterminer graphiquement le signe du polynôme.

**c.** Reporter pour chaque position ces informations dans un tableau de signes.

Position n° 1

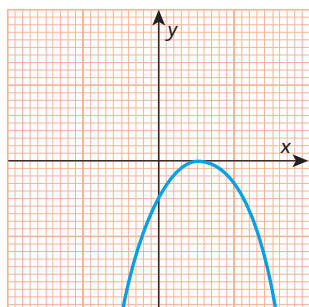


$a = -4,73$  ;  $b = 7,1$  ;  $c = -3,1$  ;  $\Delta = -8,242$  , donc  $\Delta$  est négatif .

Signe de  $f(x)$  :  $f(x)$  est toujours négatif .

$x$	$-\infty$	$+\infty$
Signe de $f(x)$	-	

Position n° 2

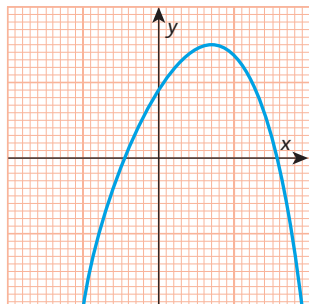


$a = -8,1$  ;  $b = 5,4$  ;  $c = -0,9$  ;  $\Delta = 0$  , donc  $\Delta$  est nul .

Signe de  $f(x)$  : toujours négatif et nul en 0,3 .

$x$	$-\infty$	0,3	$+\infty$
Signe de $f(x)$	-	0	-

Position n° 3



$a = -1,87$  ;  $b = 2,7$  ;  $c = 4,6$  ;  $\Delta = 41,698$  , donc  $\Delta$  est positif .

Signe de  $f(x)$  : positif entre -1 et 2,4 et négatif partout ailleurs .

$x$	$-\infty$	$\approx -1$	$\approx 2,4$	$+\infty$
Signe de $f(x)$	-	0	0	-

### RÉPONSES

a.  $a > 0$  et  $\Delta = 0$ .

b.  $a < 0$  et  $\Delta < 0$ .

## ❖ Valider ou invalider une affirmation

81

# J'utilise une calculatrice graphique

## ❖ Résoudre une équation du second degré à l'aide d'un programme



Le programme suivant est structuré comme pour une recherche manuelle. On entre les valeurs numériques de  $a$ ,  $b$  et  $c$ , et il affiche le discriminant et les solutions éventuelles de cette équation.

### Syntaxe du programme

#### Texas Instrument

```
PROGRAM:EQDEGRE2
:Prompt A,B,C
:B^2-4AC>D
:Disp "DELTA",D
:Frac
:If D>0
:Then
:Disp "2 SOL"
:Disp (-B-I(D))/(2A),(-B+I(
(D))/(2A)
:Else
:If D=0
:Then
:Disp "1 SOL",-B
/(2A)
:Else
:Disp "0 SOL"
:End
```

← Entrée des coefficients

← Calcul et affichage  
du discriminant

← Si  $D > 0$ , alors  
affiche les deux solutions

← Sinon, si  $D = 0$ , alors  
affiche la solution

← Sinon, si  $D < 0$  :  
pas de solution

#### Casio graph

```
====EQDEGRE2=====
"A="?>A:"B="?>B:"C="?
>C
"DELTA"
B^2-4AC>D
If D>0
Then "2 SOL"
(-B-I(D))/(2A),
(-B+I(D))/(2A)
Else If D=0
Then "1 SOL"
-B/(2A)
Else "0 SOL"
IfEnd
IfEnd
```

### Pour éditer ce programme sur la calculatrice :

- Taper sur **PRGM**.
- Sélectionner NEW, puis **ENTER**.
- Taper le nom du programme : EQDEGRE2, puis **ENTER**.
- Taper les instructions du programme.
- " et : se trouvent sur le clavier.
- Pour Prompt et Disp : PRGM, puis I/O.
- Pour If, Then, Else, End : PRGM, puis CTL.
- Pour < et = : TEST.
- Choisir le menu PRGM, puis **EXE**.
- Sélectionner NEW.
- Taper le nom du programme : EQDEGRE2, puis **EXE**.
- Taper les instructions du programme.
- " se trouve dans CHAR, puis SYBL.
- ? et **▲** se trouvent dans PRGM.
- If, Then, Else, IfEnd se trouvent dans PRGM, puis COM.
- Pour < et = : PRGM, puis REL.

### Pour exécuter ce programme

- Taper sur **PRGM**.
- Sélectionner EXEC, puis le nom du programme suivi de **ENTER**.
- Entrer les valeurs demandées.
- Choisir le menu PRGM, puis **EXE**.
- Sélectionner le nom du programme dans la liste, puis **EXE**.
- Entrer les valeurs demandées.

### Test du programme

Résoudre algébriquement les équations suivantes, puis vérifier votre programmation.

- $4x^2 + 8x + 4 = 0$  :  $\Delta = 0$ ....., donc il y a 1..... solution qui est -1.....
- $5x^2 - 7x + 2 = 0$  ;  $\Delta = 9$ ....., donc il y a 2..... solutions qui sont 0,4 et 1.....
- $6x^2 + 4x + 5 = 0$  ;  $\Delta = -1$ ....., donc il y a 0..... solution.

# Exercices & Problèmes

## Exercices p. 109 à 111

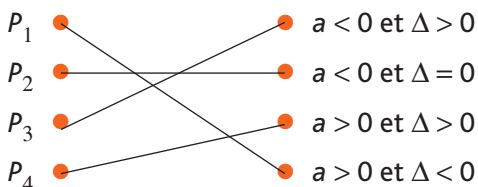
### 1. QCM

- a. 2 solutions.
- b. - 2 et 3 pour solutions.
- c.  $a < 0$  et  $\Delta > 0$ .
- d. Positif.

### 2. Choisir dans une liste

$\Delta = -103$  ; zéro solution.  
 $\Delta = 4$  ; deux solutions.  
 $\Delta = 0$  ; une solution.

### 3. Associer



### Équation du second degré

- 4. a. L'équation n'a pas de solution, car la courbe ne coupe pas l'axe des abscisses.
- b. Graphiquement, l'équation a pour solutions 2,2 et 11,8.

5. a. Sur l'intervalle d'étude, l'équation a 3 pour seule solution.

b. Graphiquement, l'équation a pour solution 8.

6.

a.  $a = 2$  ;  $b = -6$  ;  $c = 8$  ;  $\Delta = -28$ .  $a = 1$  ;  $b = -4$  ;  $c = 3$  ;  $\Delta = 4$ .

b.  $a = 2$  ;  $b = 6$  ;  $c = -8$  ;  $\Delta = 100$ .  $a = 1$  ;  $b = -4$  ;  $c = 4$  ;  $\Delta = 0$ .

7 a.  $x^2 + 6x + 8 = 0$ ,  $\Delta = 4 > 0$  d'où 2 solutions - 4 et - 2 ;  $x^2 + 2x + 5 = 0$ ,  $\Delta = -16 < 0$ , d'où pas de solution.

b.  $4x^2 - 4x + 1 = 0$ ,  $\Delta = 0$  d'où 1 solution 0,5 ;  $0,4x^2 - 60x + 2\,000 = 0$ ,  $\Delta = 400 > 0$ , d'où 2 solutions 50 et 100.

c.  $5x^2 - 2x - 3 = 0$ ,  $\Delta = 64 > 0$  d'où 2 solutions - 0,6 et 1 ;  $7x^2 - 5x + 4 = 0$ ,  $\Delta = -87 < 0$ , d'où pas de solution.

8. a.  $-x^2 - 5x + 6 = 0$ ,  $\Delta = 49 > 0$ , d'où 2 solutions - 6 et 1 ;  $t^2 - 2t - 6 = 0$ ,  $\Delta = 28 > 0$ , d'où 2 solutions  $1 - \sqrt{7}$  et  $1 + \sqrt{7}$ .

b.  $2y^2 - 2y + 5 = 0$ ,  $\Delta = -36 < 0$ , d'où pas de solution ;  $0,2x^2 + 2x + 5 = 0$ ,  $\Delta = 0$ , d'où 1 solution - 5.

c.  $3C^2 - 8C + 5 = 0$ ,  $\Delta = 4 > 0$ , d'où 2 solutions 1 et  $\frac{5}{3}$  ;  $2C^2 + 11C - 21 = 0$ ,  $\Delta = 289 > 0$ , d'où 2 solutions - 7 et 1,5.

9. a.  $x = -4,5$  et  $x = 4$  ;  $x = -6$  et  $x = 0$ .

b.  $x = -7$  et  $x = 7$  ;  $x = -\frac{7}{6}$  et  $x = 0$ .

c. Pas de solution ;  $x = 0$  et  $x = 3$ .

10. a.  $x = -1$  ;  $x = -0,5$ .

b.  $x = 7$  ;  $x = 4$ .

c.  $x = -4$  et  $x = 4$  ;  $x = -3$  et  $x = 3$ .

11. a.  $\Delta = 25 > 0$ , d'où 2 solutions - 3 et 2 ;  $x = 3$ .

b.  $\Delta = 108 > 0$ , d'où 2 solutions  $\frac{10 - \sqrt{108}}{2}$  et  $\frac{10 + \sqrt{108}}{2}$  ;  $\Delta = 9 > 0$ , d'où 2 solutions 0 et - 0,5.

c.  $\Delta = 160 > 0$ , d'où 2 solutions  $2 - \sqrt{10}$  et  $2 + \sqrt{10}$  ;  $\Delta = 36 > 0$ , d'où 2 solutions - 0,2 et 1.

### Signe d'un polynôme du second degré

12. a.  $a < 0$  et  $\Delta > 0$ .

b.  $a > 0$  et  $\Delta > 0$ .

13.  $P_1(x) > 0$  sur  $[2 ; 14]$ .

x	2	2,2	11,8	14
$P_2(x)$	-	0	+	0

14

x	2	3	14
$P_1(x)$	-	0	+

$P_2(x) > 0$  sur  $[2 ; 14]$

15. a.  $\Delta = 1$ ,  $a > 0$ ,  $x_1 = 2$  et  $x_2 = 3$ .

Pour les exercices 6 et 7, penser à factoriser : mise en facteur commun ou identités remarquables.



$x$	$-\infty$	2	3	$+\infty$
$p(x)$		+	0 - 0	+

$\Delta = 25, a > 0, x_1 = 1$  et  $x_2 = 6$ .

$x$	$-\infty$	1	6	$+\infty$
$p(x)$		+	0 - 0	+

**b.**

$\Delta = 0, a > 0, x_0 = 7$ .

$x$	$-\infty$	7	$+\infty$
$p(x)$		+	0 +

$\Delta = -59, a > 0$ .

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$p(x)$		+

**16. a.**

$\Delta = 25, a > 0, x_1 = -2$  et  $x_2 = 8$ .

$x$	$-\infty$	-2	8	$+\infty$
$p(x)$		+	0 - 0	+

$\Delta = 6,25, a < 0, x_1 = -\frac{1}{3}$  et  $x_2 = 0,5$ .

$x$	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	0,5	$+\infty$
$p(x)$		-	0 + 0	-

**b.**  $\Delta = 0, a < 0, x_0 = 1$ .

$x$	$-\infty$	1	$+\infty$
$p(x)$		-	0 -

$\Delta = 441, a < 0, x_1 = -5$  et  $x_2 = 2$ .

$x$	$-\infty$	-5	2	$+\infty$
$p(x)$		-	0 + 0	-

**17. a.**  $\Delta = 4, a > 0, x_1 = -4$  et  $x_2 = -2$ .

$x$	$-\infty$	-4	-2	$+\infty$
$p(x)$		+	0 - 0	+

donc, pour  $x$  appartenant à l'intervalle  $[4 ; 2]$ .  
 $\Delta = -16, a > 0$ .

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$p(x)$		+

donc, pas de solutions car  $x^2 + 2x + 5$  est toujours positif.

**b.**  $\Delta = 0, a > 0, x_0 = 0,5$ .

$x$	$-\infty$	0,5	$+\infty$
$p(x)$		+	0 +

donc, pour  $x$  appartenant aux intervalles  $]-\infty ; 0,5[$  et  $]0,5 ; +\infty[$ .

$\Delta = 400, a > 0, x_1 = 50$  et  $x_2 = 100$ .

$x$	$-\infty$	50	100	$+\infty$
$p(x)$		+	0 - 0	+

donc, pour  $x$  appartenant à l'intervalle  $]50 ; 100[$ .

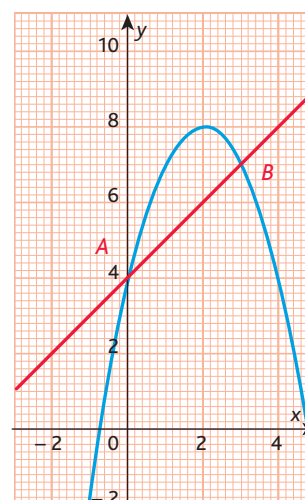
**18. a.** Pour  $x$  appartenant aux intervalles  $]-\infty ; -0,6[$  et  $]1 ; +\infty[$ ; pas de solutions car  $7x^2 - 5x + 4$  est toujours positif.

**b.** Pour  $x$  appartenant à l'intervalle  $]-7 ; 7[$ ; pour  $x$  appartenant aux intervalles  $]-\infty ; -\frac{7}{6}[$  et  $]0 ; +\infty[$ .

## Problèmes p. 111 et 112

### ► Problème 1

**1. a.**

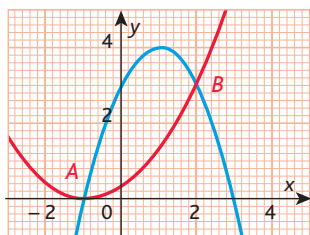


**b.** Graphiquement,  $A(0 ; 4)$  et  $B(3 ; 7)$ .

c. Cela revient à résoudre l'équation  $-x^2 + 3x = 0$ .  
 $\Delta = 9 > 0$ ,  $x_1 = 0$  et  $x_2 = 3$ .  
 Soit les mêmes coordonnées des points A et B.

## ➤ Problème 2

a.



b. Graphiquement,  $A(-1; 0)$  et  $B(2; 3)$ .

Cela revient à résoudre l'équation  $-\frac{4}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{8}{3} = 0$ .

$\Delta = 16 > 0$ ,  $x_1 = -1$  et  $x_2 = 2$ .

Soit les mêmes coordonnées des points A et B.

## ➤ Problème 3

Cela revient à résoudre  $(1\,500t + 1\,500)t = 122,40$ .  
 Que l'on ramène à  $1\,500t^2 + 1\,500t - 122,40 = 0$ .

On trouve pour seule valeur positive  $t = 0,07585$ . Soit un taux de 7,585%.



À intérêts composés : l'intérêt s'ajoute au capital à la fin de chaque période pour générer également des intérêts.

## ➤ Problème 4

Cela revient à résoudre l'équation :

$1\,500(1+x)(1+0,5x) = 1\,591,20$ .

Que l'on ramène à  $0,5x^2 + 1,5x - 0,0608 = 0$ .

On trouve pour seule valeur positive  $x = 0,04$ .

Soit une première hausse de 4 % suivie d'une hausse de 2 %.

## ➤ Problème 5

1. a. 1 200 €.

b. Il aura 3 000 kg d'asperges pour un prix de 0,40 € le kg.

Soit 1 200 €.

2. a.  $Q(n) = 60n + 1\,200$ .

b.  $P(n) = -0,02n + 1$ .

c.  $R(n) = -1,2n^2 + 36n + 1\,200$ .

3.  $n_1 = 50$  et  $n_2 = -20$ . La moyenne de  $n_1$  et  $n_2$  est 15. Il doit attendre 15 jours.

## ➤ Problème 6

a. L'énoncé amène à l'équation :

$$(x-10)\left(\frac{360}{x} + 3\right) = 360.$$

Soit l'équation annoncée.

b.  $\Delta = 44\,100$ ,  $a > 0$ ,  $x_1 = -30$  et  $x_2 = 40$ .  
 Soit 40 € pour le prix d'un livre.

## ➤ Problème 7 – Papyrus de Moscou

a. L'énoncé amène à l'équation  $L \times \frac{3}{4}L = 12$  qui a

pour unique solution positive 4 ;

soit une longueur de 4 et une largeur de 3.

b. Il est sous-entendu que les deux côtés du triangle sont les côtés de l'angle droit. L'énoncé amène à l'équation  $\frac{C \times 2,5C}{2} = 20$  qui a pour unique solution

positive 4 ;

soit un triangle rectangle de côté 10 et 4.

## ➤ Problème 8 – Problème babylonien

L'énoncé amène à l'équation  $\left(\frac{2}{3}x - 10\right)^2 + x^2 = 1\,000$ .

Soit l'équation  $\frac{13}{9}x^2 - \frac{40}{3}x - 900 = 0$ , qui a pour

unique solution positive 30.

Les carrés ont pour dimensions 30 et 10.

## ➤ Problème 9 – Problème de Mahariva

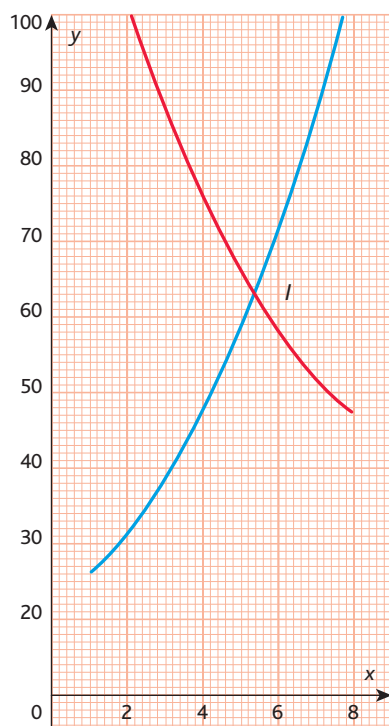
L'énoncé amène à l'équation  $\frac{1}{4}x^2 + 2x + 15 = x^2$ , qui a

pour unique solution positive 6.

Il y a donc 36 chameaux dans ce troupeau.

## ➤ Problème 10 – Être à l'équilibre

a.



b.  $I(5,4 ; 64)$ .

Cela revient à résoudre l'équation :

$$0,1q^2 + 20q - 110 = 0.$$

$\Delta = 444 > 0$ , il n'y a sur  $[1 ; 8]$  que la solution

$$q_1 = \frac{-20 + \sqrt{444}}{0,2}.$$

Soit les coordonnées de  $I(q_1 ; f(q_1)$  ou  $g(q_1)$ .

c. La quantité d'équilibre du marché est 5,36 tonnes pour un prix d'équilibre de 63,4 € la tonne.

# Je me teste



(Livre élève  
pages 113 et 114)

## Problématique

Quelles quantités de cadres doit produire cette entreprise pour qu'elle réalise un bénéfice ? Et pour que le bénéfice soit maximal ?

### 1 Appropriation



On définit le bénéfice  $B$  par l'expression  $B(q) = R(q) - C(q)$ .

Vérifier que  $B(q) = -0,002q^2 + 8q - 2\,000$ .

$$R(q) - C(q) = 9,5q - (0,002q^2 + 1,5q + 2\,000) = 9,5q - 0,002q^2 - 1,5q - 2\,000 = B(q)$$

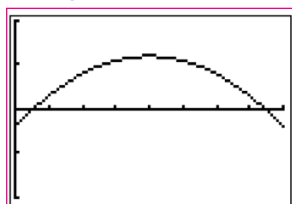
### 2 Modélisation de la situation

Le bénéfice réalisé en fonction de la quantité vendue peut être modélisé par la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0 ; 4\,000]$  par :  $f(x) = -0,002x^2 + 8x - 2\,000$ .



2.a En utilisant les fonctions graphiques de la calculatrice, tracer la représentation graphique de la fonction  $f$  pour  $x$  compris entre 0 et 4 000. Régler la fenêtre d'affichage de la calculatrice comme indiqué ci-contre.

```
FENETRE
Xmin=0
Xmax=4000
Xgrad=500
Ymin=-10000
Ymax=10000
Ygrad=5000
Xres=1
```



2.b Déterminer graphiquement, les coordonnées des points d'intersections  $M$  et  $N$  de la courbe représentative de la fonction  $f$  avec l'axe des abscisses.  
 $M(275 ; 0)$  et  $N(3\,745 ; 0)$ .



**APPEL** Présentez vos résultats au professeur.



2.c Étudier le signe de  $f(x)$ . Selon l'échange lors de l'Appel et de la précision obtenue dans la détermination des coordonnées de  $M$  et  $N$ , le tableau est rempli directement par lecture graphique ou à partir du calcul du discriminant.  
 $a < 0$ ,  $\Delta = 48$ ,  $x_1 \approx 268$  et  $x_2 \approx 3\,732$ .

$x$	0	$x_1$	$x_2$	4 000	
Signe de $f(x)$	-	0	+	0	-



2.d Déterminer pour quelle valeur de  $x$  la fonction  $f$  atteint son maximum.

Le bénéfice est maximal à l'abscisse du sommet de la parabole. Soit pour  $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{-0,004}$ . Soit pour  $x = 2\,000$ .



### 3 Répondre à la problématique.

Pour réaliser un bénéfice, l'entreprise doit produire entre 268 et 3 732 pièces.

Et elle réalise un bénéfice maximal pour une production de 2 000 pièces.



- Expérimenter, à l'aide des TIC, l'approximation affine donnée de la fonction carré
- Conjecturer une équation de la tangente à la courbe représentative d'une fonction en un point

# Introduction à l'approximation affine

(Livre élève pages 115 et 116)

On considère la fonction  $f$  définie sur  $[0 ; 2]$  par  $f(x) = x^2$  et  $C_f$  sa courbe représentative. On s'intéresse à cette fonction pour des valeurs de  $x$  voisines de 1.



## 1 Zoom au voisinage de 1 sur la calculatrice

- Vérifier que  $C_f$  passe par  $A(1 ; 1)$ .  $f(x_A) = 1^2 = 1 = y_A$ .  
Donc  $C_f$  passe bien par  $A$ .
- Tracer la courbe  $C_f$  en utilisant la fenêtre ci-contre.
- Pour visualiser le point  $A$  sur l'écran de la calculatrice, tracer la droite d'équation  $y = 1$ .
- Zoomer trois fois de suite avec la fonction « ZOOM In » de la calculatrice, en plaçant le curseur sur le point  $A(1 ; 1)$ .
- Décrire l'« aspect » de la courbe obtenue à l'écran.  
La courbe semble être une droite.

```
WINDOW
Xmin=0
Xmax=2
Xscl=1
Ymin=0
Ymax=2
Yscl=1
Xres=1
```

## 2 Différentes approximations affines

### Une fonction affine qui s'approche, qui s'approche...

On a vu ci-dessus qu'en zoomant au voisinage de 1, la courbe a l'aspect d'une droite. On va donc « approcher »  $f$  au voisinage de 1 par une fonction affine.



Ouvrir le fichier « 08\_approximation affine\_1.ggb ».

La courbe verte est la courbe représentative de la fonction  $f$ .

- La droite  $D$  est la représentation graphique d'une fonction affine et passe par le point  $A(1 ; 1)$ . Faire varier son coefficient directeur  $a$ , à l'aide du curseur, de 1,5 à 2,5.

Décrire les changements observés sur le graphique pendant cette variation de  $a$ .

La droite tourne autour du point  $A$ .

- Lire à gauche de l'écran l'équation de  $D$  lorsque  $a = 1,7$  ;  $a = 2$  ;  $a = 2,2$ .

$D : y = 1,7x - 0,7$ , pour  $a = 1,7$  ;  $D : y = 2x - 1$ , pour  $a = 2$  ;

$D : y = 2,2x - 1,2$ , pour  $a = 2,2$ .

Les fonctions affines  $g$ ,  $h$  et  $k$  telles que  $g(x) = 1,7x - 0,7$ ,  $h(x) = 2x - 1$ ,  $k(x) = 2,2x - 1,2$  sur  $[0 ; 2]$  sont des approximations affines de  $f$  au voisinage de 1.

### ➡ 3 Meilleure approximation affine

#### C'est moi la meilleure !

Les fonctions  $f, g, h$  et  $k$  sont celles de l'activité 2. On souhaite savoir parmi les fonctions affines  $g, h$  et  $k$ , celle qui approche le mieux la fonction  $f$  au voisinage de 1.



Ouvrir le fichier « 08\_approximation affine\_2.ggb ».

#### 1. Observation du graphique

Le point  $M$  est un point de  $C_f$  que l'on peut déplacer après l'avoir sélectionné dans la colonne de gauche, soit avec la souris, soit avec les touches  $+$  ou  $-$  du clavier.

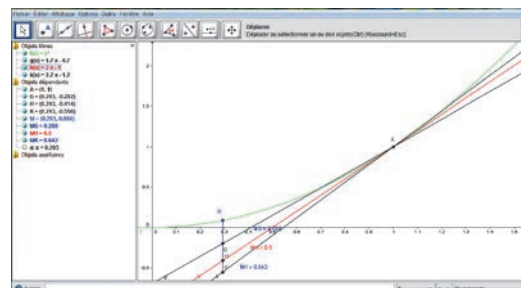
$D_g, D_h$  et  $D_k$  sont les représentations respectives des fonctions  $g, h$  et  $k$ .

$MG$  est la différence d'ordonnées entre la courbe  $C_f$  et la droite  $D_g$ .

Dire ce que représentent  $MH$  et  $MK$ .

$MH$  correspond à la différence d'ordonnées entre  $C_f$  et  $D_h$ .

$MK$  correspond à la différence d'ordonnées entre  $C_f$  et  $D_k$ .



#### 2. Comparaison des distances $MG, MH$ et $MK$

- Déplacer le point  $M$  sur  $C_f$ . Compléter le tableau suivant pour quelques valeurs de  $x$  comprises entre 0,9 et 1,1, en utilisant les résultats de la partie gauche de l'écran.

Abscisse de $M$	$MG$	$MH$	$MK$	Plus petite distance
0,91	0,019	0,008	0,026	$MH$
0,94	0,014	0,004	0,016	$MH$
1	0	0	0	Aucune
1,05	0,018	0,003	0,008	$MH$
1,095	0,038	0,009	0,01	$MH$
1,1	0,039	0,01	0,01	$MH$ et $MK$

- Quelle droite semble approcher le mieux  $C_f$  au voisinage du point  $A$  ?

C'est la droite  $D_h$  qui semble approcher au mieux  $C_f$ .

On admet que la fonction  $h$  est la meilleure approximation affine de  $f$  au voisinage de 1. Sa représentation graphique  $D_h$  est appelée **tangente** à la courbe  $C_f$  au point  $A$ . Son équation réduite est  $y = 2x - 1$ .



- Déterminer par lecture graphique le nombre dérivé d'une fonction  $f$  en un point
- Écrire l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative d'une fonction  $f$  en un point

# Tangente et nombre dérivé

(Livre élève pages 117 et 118)

## 1 Définition du nombre dérivé

Soit  $C_f$  la courbe représentative de la fonction  $f$  définie pour tout  $x$  par  $f(x) = x^2$ .

On désigne par  $A$  le point de  $C_f$  d'abscisse  $x_A = 1$ , et par  $T$  la tangente à  $C_f$  en  $A$ .

On veut déterminer le coefficient directeur de la tangente  $T$  à  $C_f$  en  $A$ .

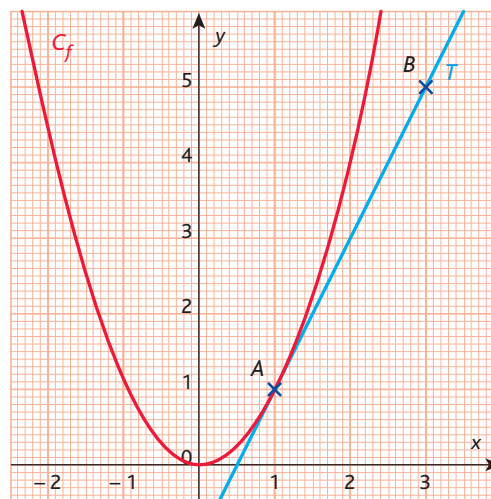
1. On choisit un autre point  $B$  de la tangente.

Lire les coordonnées de  $B(3, \dots; 5, \dots)$ .

2. Calculer le rapport  $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$  :

$$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{5 - 1}{3 - 1} = 2$$

Le coefficient directeur de la tangente en  $A$  vaut : 2.



Le coefficient directeur de la tangente à  $C_f$  au point d'abscisse 1 est appelé **nombre dérivé** de  $f$  pour  $x = 1$ . Il est égal à 2 et on le note  $f'(1) = 2$ . On lit «  $f$  prime de 1 égale 2 ».

3. Déterminer une équation de  $T$ .

D'après 2,  $a = 2$  donc de la forme  $y = 2x + b$ .

Passer par  $A(1; 1)$ . D'où  $1 = 2 \times 1 + b$ ,  $b = 1 - 2 = -1$ .

L'équation de  $T$  est :  $y = 2x - 1$ .

4. Vérifier le résultat en le comparant avec l'équation réduite donnée page 116.



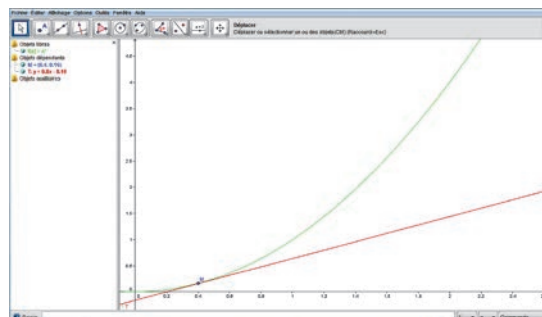
## 2 Tangente et nombre dérivé

1. Ouvrir le fichier « 08\_approximation\_affine\_3.ggb ».

Le point  $M$  peut se déplacer sur  $C_f$  après avoir été sélectionné dans la fenêtre Algèbre.

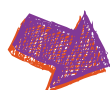
$T$  est la tangente à  $C_f$  au point  $M$ .

2. Lire dans la fenêtre Algèbre l'équation réduite de  $T$  lorsque l'abscisse de  $M$  est 0,4. En déduire le nombre dérivé de  $f$  pour  $x = 0,4$ .  $f'(0,4) = 0,8$ .



3. Donner les nombres dérivés suivants :

$$f'(0,5) = 1 \dots \dots \quad f'(0,8) = 1,6 \dots \dots \quad f'(1,1) = 2,2 \dots \dots \quad f'(1,9) = 3,8 \dots \dots$$



## Comment déterminer graphiquement un nombre dérivé ?

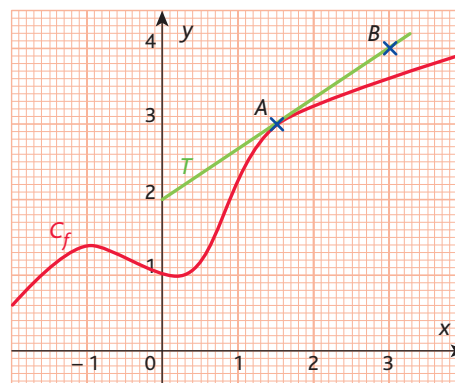
Soit  $C_f$  la courbe représentative d'une fonction  $f$  et  $T$  la tangente à  $C_f$  au point  $A$  d'abscisse 1,5. Déterminer graphiquement le nombre dérivé de  $f$  pour  $x = 1,5$ .

- Lire les coordonnées de  $A$  :  $A(1,5 \dots \dots ; 3 \dots \dots)$ .
- Placer un point  $B$  sur la tangente  $T$ , puis lire ses coordonnées :  $B(3 \dots \dots ; 4 \dots \dots)$ .

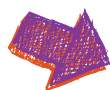
- Calculer le coefficient directeur de  $T$  :

$$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4 - 3}{3 - 1,5} = \frac{2}{3}.$$

- Conclure : graphiquement, le nombre dérivé de la fonction  $f$  en 1,5 est  $f'(1,5) = \frac{2}{3}$ .



Attention ! La détermination graphique ne donne pas nécessairement la valeur exacte.



## Comment déterminer l'équation réduite d'une tangente ?

Soit  $C_f$  la courbe représentative de la fonction  $f$  précédente et  $E$  le point de  $C_f$  d'abscisse 2. On donne  $f'(2) = 2,5$ . Déterminer l'équation réduite de  $T$  à  $C_f$  au point  $E$ .

- Rechercher dans l'énoncé la valeur du coefficient directeur de la tangente :  $f'(2 \dots \dots) = 2,5 \dots \dots$ .
- Remplacer dans l'équation réduite de la tangente  $y = f'(x_E)x + b$  :  
Donc, l'équation réduite de la tangente est de la forme  $y = 2,5 \dots \dots x + b$ .
- Déterminer  $b$ , sachant que les coordonnées de  $E$  vérifient l'équation  $y_E = f'(x_E)x_E + b$ .

$$E(2 ; 3,2) \dots \dots \quad 3,2 = 2,5 \times 2 + b \dots \dots$$

$$b = 3,2 - 5 \dots \dots$$

$$b = -1,8 \dots \dots$$

- Conclure :  $y = 2,5x - 1,8 \dots \dots$ .

### RÉPONSES

- a.  $D_3$  est la tangente à  $C$  en  $A$ .  
b.  $a_{(AB)} = 1$ .  
c.  $f'(2) = 1$ .

- a. Réponse ③ car c'est la seule équation qui a pour coefficient directeur 1.  
b. Réponse ② car le coefficient directeur de l'équation réduite de la tangente vaut  $-3$ .

## J'utilise un logiciel (tableur)



## Calculer l'erreur commise lors d'une approximation affine

On cherche à calculer l'erreur commise lorsqu'on remplace  $f$  par l'approximation affine  $g$  donnée par la tangente.

### 1. Détermination de la meilleure approximation affine de la fonction inverse pour $x$ au voisinage de 5

Soit la fonction  $f$  définie sur  $[4 ; 6]$  par  $f(x) = \frac{1}{x}$  et  $C_f$  sa courbe représentative et  $A$  le point de  $C_f$  d'abscisse 5. On donne  $f'(5) = -0,04$ .

- Déterminer l'équation réduite de la tangente à  $C_f$  en  $A$  :  $y = -0,04x + 0,4$ .
- Donner l'expression de la « meilleure » approximation affine  $g$  de  $f$  au voisinage de 5 :  
Soit  $g(x) = -0,04x + 0,4$ .
- Vérifier graphiquement votre résultat à l'aide de la calculatrice, en traçant  $C_f$  et  $C_g$ .

### 2. Calcul de l'erreur commise

- Pour obtenir sur l'intervalle  $[4 ; 6]$  une estimation de l'erreur commise lorsque l'on remplace  $f(x)$  par son approximation  $g(x)$ , on utilise un tableur.

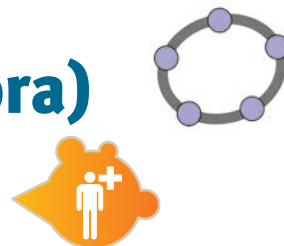
- Préparer un tableau comme celui ci-contre.
- De la cellule A2 à A22, remplir les cellules pour des valeurs de 4 à 6 avec un pas de 0,1.
- En B2, entrer la formule  $=1/A2$ .
- En C2, entrer la formule  $=a*A2+b$ , avec les valeurs de  $a$  et de  $b$  de  $g(x)$  trouvées en 1.
- En D2, entrer la formule  $=ABS(B2-C2)$  et en E2, entrer la formule  $=D2*100/B2$ .
- Sélectionner les cellules B2 à E2 puis recopier vers le bas jusqu'à la ligne 22.

	A	B	C	D	E
1	x	f(x)	approximation g(x)	écart absolu	écart en %
2	4	0,25	0,24	0,01	4
3	4,1	0,243902439	0,236	0,00790244	3,24
4	4,2	0,238095238	0,232	0,00609524	2,56
5	4,3	0,23255814	0,228	0,00455814	1,96

- Quelle erreur commet-on lorsqu'on remplace  $f(x)$  par  $g(x)$  pour calculer  $\frac{1}{4,9}$  ? Une erreur de 0,04 %.
- Remplir, de la cellule A2 à A22, les cellules pour des valeurs de 4,9 à 5,1 avec un pas de 0,01 pour obtenir sur l'intervalle  $[4,9 ; 5,1]$  les erreurs commises lorsqu'on remplace  $f(x)$  par son approximation  $g(x)$ .
- Quelle erreur commet-on lorsqu'on remplace  $f(x)$  par  $g(x)$  pour calculer  $\frac{1}{4,97}$  ? Une erreur de 0,036 %.
- Quelle est, dans la feuille de calcul, l'erreur maximale commise sur chacun des intervalles lorsqu'on remplace  $f(x)$  par son approximation  $g(x)$  ?  
Sur  $[4 ; 6]$  de 4 % et sur  $[4,9 ; 5,1]$  de 0,04 %.

# J'utilise un logiciel (GeoGebra)

## Utiliser le nombre dérivé



### Déterminer la vitesse maximale de développement d'une population de bactéries.

En fonction de l'accès à la nourriture et au dioxygène, une population de bactéries aérobies (bactérie qui utilise le dioxygène pour respirer) a généralement les deux modes de développement suivants : en milieu renouvelé et en milieu non renouvelé.

Les deux représentations graphiques ci-dessous correspondent à l'évolution du nombre de bactéries, en milliers, en fonction du temps en heure.

La valeur du nombre dérivé de la fonction correspond à la vitesse de développement des bactéries.

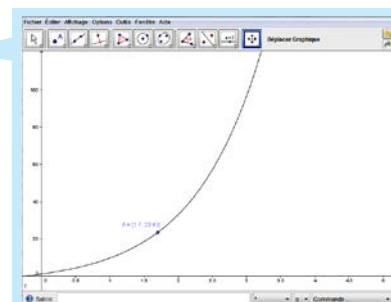
#### 1. En milieu renouvelé

Pour un milieu renouvelé, les bactéries ne sont pas limitées dans leurs accès à la nourriture et au dioxygène.



Ouvrir le fichier « 08\_bacterie\_renouvele.ggb ».

- Positionner A pour que son abscisse soit égale à 2,5. Construire la tangente à la courbe en A à l'aide de l'outil tangente. La mettre en rouge.  
Afficher la pente de la tangente en utilisant l'outil pente.  
Donner le nombre dérivé de la fonction pour  $x = 2,5$  :  $f'(2,5) = 61,02 \dots$



Cette valeur correspond à la vitesse de développement, en milliers/heure, des bactéries.

- Déplacer le point A et observer l'évolution de la valeur du coefficient directeur de la tangente à la courbe.

Plus la valeur de x augmente, plus le nombre dérivé augmente.

- Quelle conjecture peut-on faire à propos de l'évolution de la vitesse de développement des bactéries ?

Plus le temps croît, plus la vitesse de développement augmente.

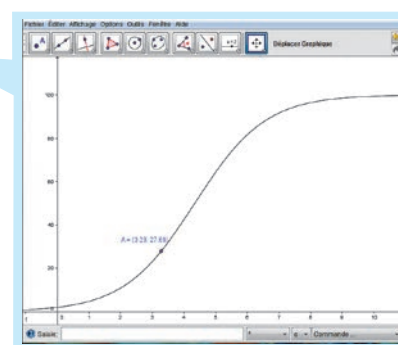
#### 2. En milieu non renouvelé

Pour un milieu non renouvelé, les bactéries sont en concurrence pour l'accès à la nourriture et/ou au dioxygène.



Ouvrir le fichier « 08\_bacterie\_nonrenouvele.ggb ».

- Reprendre les points a. et b. précédents.
- Déplacer le point A et déterminer la vitesse maximale de développement des bactéries et au bout de combien de temps.  
 $v_{\max} = 12,06 \dots$  pour  $t = 2,5 \dots$
- Quelle conjecture peut-on faire à propos de l'évolution de la vitesse de développement des bactéries après huit heures ?



La vitesse de développement est pratiquement nulle et permet seulement

le renouvellement de la population.

# Exercices & Problèmes

## Exercices p. 123 à 125

### 1. QCM

- a. Tangente à la courbe représentative de cette fonction en ce point.
- b. Au coefficient directeur de la tangente à la courbe au point A.
- c. Vrai.
- d.  $y = 2,5x + 0,5$ .
- e. 0,25.

### 2. Liste déroulante

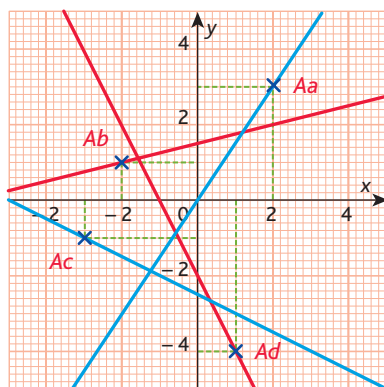
- a.  $f'(2) = 5$ .
- b.  $f'(-3) = 2$ .
- c. Pour  $f'(1) = -3$ ,  $y = -3x + 8$ .
- d.  $y = -2x + 8$ .

### 3. Associer

- |            |   |   |      |
|------------|---|---|------|
| $f'(-2)$   | ● | ● | 0,5  |
| $f'(2)$    | ● | ● | -2   |
| $f'(-0,8)$ | ● | ● | -0,5 |
| $f(0,8)$   | ● | ● | -3   |
|            |   | ● | -3   |

### ➤ Coefficient directeur d'une droite

4.



5. a.  $a = 2, y = 2x + 7$ .

b.  $a = -\frac{8}{7}, y = -\frac{8}{7}x + \frac{17}{28}$

6. a.  $y = 2,5x + 5,5$ .

b.  $y = -0,25x + 0,5$ .

### ➤ Lecture graphique d'un nombre dérivé

7. a.  $a_{(AB)} = -0,4$ .

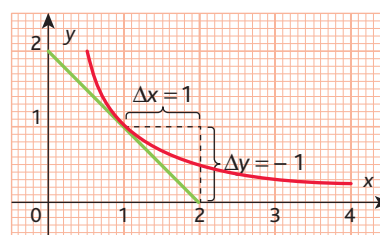
b.  $f'(1) = -0,4$ .

8. a.  $a_1 = -0,9$ ;  $a_2 = 0$ ;  $a_3 = 0,6$ .

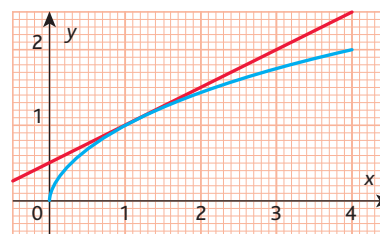
b.  $f'(0) = -0,9$ ;  $f'(0,6) = 0$ ;  $f'(3) = 0,6$ .

9.  $f'(-1) = -1$ ;  $f'(0) = 0,5$ ;  $f'(1) = 4$ .

10.



11.



### ➤ Calculer un nombre dérivé

12. a.  $f'(-1) = 3$ ;  $f'(0) = 1$ ;  $f'(2) = -3$ .

b.  $f'(1) = 17$ ;  $f'(3) = 29$ .

13. a.  $f'(0) = -3$ ;  $f'\left(\frac{1}{2}\right) = -2$ .

b.  $f'(1) = -4$ ;  $f'(4) = -0,25$ .

c.  $f'(-10) = 3$ ;  $f'(0) = 0$ ;  $f'(5,4) = -0,8748$ .

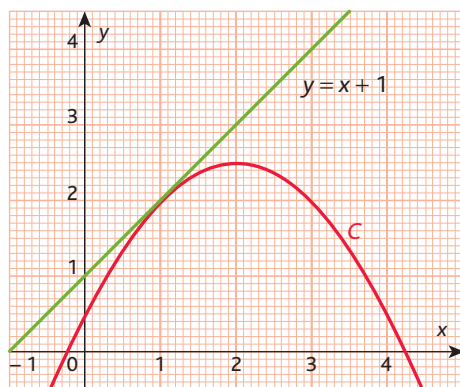
d.  $f'(-1,25) = -21,875$ ;  $f'(1) = 4$ .

### ➤ Équation réduite d'une tangente

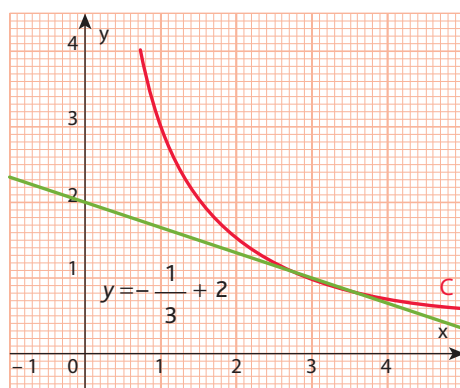
14. Réponse c., car c'est la seule équation qui a pour coefficient directeur  $-1$  et qui passe par le point de coordonnées  $(3; 2)$ .

15. Réponse c., car on lit graphiquement que le coefficient directeur de la tangente vaut  $0,5$  et l'ordonnée à l'origine est  $2$ .

## 16. a. et b.



## 17.



18.  $y = 2x - 10$ .

19.  $y = 6x + 16$ .

20.  $f'(1) = -2$  et  $f(1) = 1$ .

## ➤ Approximation affine

21. a.  $f(x) = 2x$ .

b.  $f(0,97) = 1,94$  ;  $f(1,05) = 2,1$ .

22. a.  $f(x) = 1,5x - 73$ .

b.  $f(49,7) = 1,55$  ;  $f(50,4) = 2,6$ .

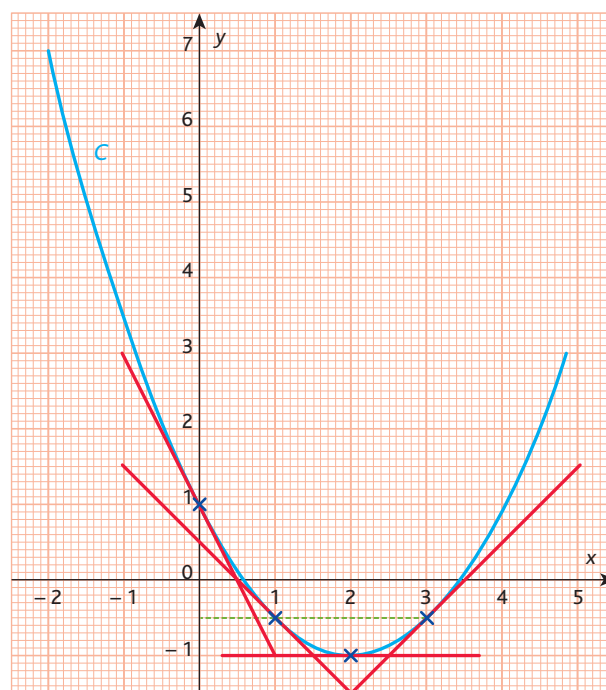
# Problèmes p. 125 et 126

## ➤ Problème 1

1.

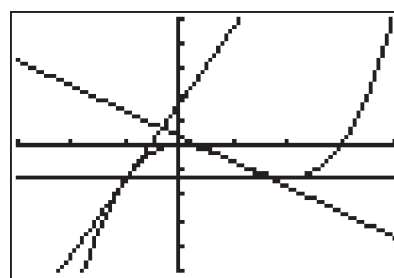
$x_0$	0	1	2	3
$f(x_0)$	1	-0,5	-1	-0,5

2.



## ➤ Problème 2

a. et b.



c. Graphiquement, on constate que les droites  $D_1$  à  $D_4$  sont tangentes à la courbe  $C_f$ .

d.  $f'(1) = -1$  ;  $f'(0) = 0$  ;  $f'(2) = 0$  ;  $f'(-1) = 3$ .

e. On trouve bien les mêmes valeurs.

## ➤ Problème 3 – Coût de fabrication

1. a.  $C(1\ 000) = 93\ 000$  € et  $C(1\ 001) = 93\ 080$  €.

b. Un coût de 80 €.

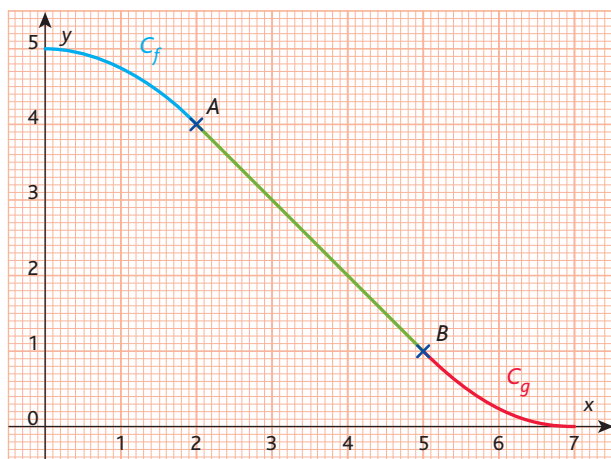
2. a.  $C'(1\ 000) = 80$ .

b. Ce sont les mêmes valeurs, il n'y a pas d'erreur commise.

## ➤ Problème 4 – Un toboggan gonflable

1. a.  $f(2) = 4$  ; soit  $A(2 ; 4)$ .  $g(5) = 1$  ; soit  $B(5 ; 1)$ .

b.



2. a.  $f'(2) = -1$ .

b.  $y = -x + 6$ .

3. a.  $g'(5) = -1$ .

b.  $y = -x + 6$ .

4. a.  $D_{(AB)} : y = -x + 6$ .

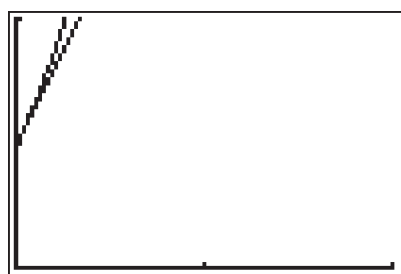
b. Le raccordement est sans angle car les courbes  $C_f$  et  $C_g$  ont même tangente aux points de raccordement avec  $(AB)$ . Donc, le toboggan respecte les mesures de sécurité.

## ► Problème 5 – Pourcentages d'évolution successifs et approximation affine

### Partie A Approximation affine de $(1+x)^3$ pour $x$ proche de 0

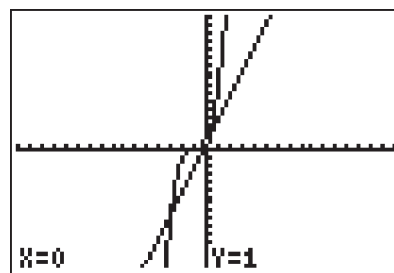
1.  $f(0) = 1 = g(0)$

2.



Les deux courbes semblent très proches l'une de l'autre sans qu'on puisse bien les distinguer.

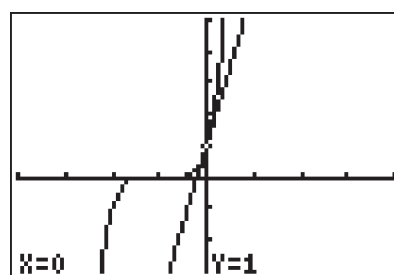
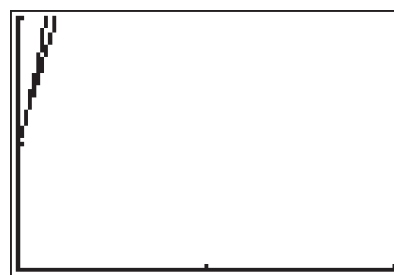
3.



La courbe  $C_g$  est tangente à la courbe  $C_f$  en A.

### Partie B Approximation affine de $(1+x)^5$ pour $x$ proche de 0

1.  $f(0) = 1 = g(0)$



Idem : la courbe  $C_g$  est tangente à la courbe  $C_f$  en A.

2.  $g(x) = 1 + nx$  est une approximation affine de  $(1+x)^n$  pour  $x$  proche de 0.

### Partie C Applications

1. a. La population a une taille de 212 242 personnes.

b. Avec l'approximation, on trouve une taille de population de 212 000 personnes, soit 242 personnes d'écart. Cela correspond à une erreur commise de 0,11 %.

2. Non, car avec un taux mensuel de 0,25 %, on obtient 1 216,64 € d'intérêts, soit plus que les 1 200 € estimé par Khaled.

3.  $\left(1 + \frac{5}{100}\right)^5 = 1,276$ , soit, au bout de 5 ans, 27,6 %

de la population atteinte.

Soit plus que l'affirmation du journaliste qui a utilisé

l'approximation  $1 + 5 \times \frac{5}{100}$ .



# Je me teste

8

(Livre élève  
pages 127 et 128)

## Problématique

La modélisation du technicien satisfait-elle aux contraintes imposées ?

### 1 Étude des raccordements aux points A et B



S'approprier

1.a Déterminer graphiquement le nombre dérivé de  $f$  en  $x_A$ .  $f'(x_A) = 0$  .....



S'approprier

1.b Déterminer graphiquement le nombre dérivé de  $g$  en  $x_B$ .  $g'(x_B) = 0$  .....



Valider

1.c Les contraintes ① et ② sont-elles vérifiées ? Justifier la réponse.



Communiquer

Contrainte ① : Oui, car  $f'(x_A) = 0$ . Donc, en A, le dessus de la marche est bien tangent à la rampe. ....

Contrainte ② : Oui, car  $g'(x_B) = 0$ . Donc, en B, le sol est bien tangent à la rampe. ....



APPEL Présentez la réponse à la question 1.c.

### 2 Étude du raccordement au point R

Le point  $R$  appartient aux deux arcs de courbe représentatifs des fonctions  $f$  et  $g$ . Il a pour coordonnées  $R(0,5 ; 0,25)$ .



Réaliser

2.a Vérifier par le calcul que  $f(x_R) = g(x_R)$ .

$f(0,5) = -(0,5)^2 + 0,5 = 0,25$  et  $g(0,5) = (0,5)^2 - 2 \times 0,5 + 1 = 0,25$  .....

On a bien  $f(0,5) = g(0,5) = 0,25$ . ....



Réaliser

2.b À l'aide de la fonction « nombre dérivé » de la calculatrice, déterminer le nombre dérivé de  $f$  en  $x_R$ .  $f'(x_R) = -1$  .....



Réaliser

2.c À l'aide de la fonction « nombre dérivé » de la calculatrice, déterminer le nombre dérivé de  $g$  en  $x_R$ .  $g'(x_R) = -1$  .....



Réaliser

2.d Comparer  $f'(x_R)$  et  $g'(x_R)$  :  $f'(x_R) = g'(x_R) = f'(0,5) = g'(0,5) = -1$ . ....



Valider

2.e Conclure sur la qualité du raccordement.

En R, les deux courbes ont la même tangente. Donc, il n'y a ni creux ni bosses. ....



Communiquer

3 Répondre à la problématique. ....

Les trois contraintes sont respectées. Donc, la modélisation est satisfaisante pour la réalisation de la rampe. ....

# Évaluation vers le CCF BEP

1

(Livre élève pages 129 à 130)

## Situation 1

### Problématique

La production de capteurs telle qu'elle est prévue sur les douze premiers mois, suffira-t-elle à couvrir la demande des patients suivis dans les différents hôpitaux ?

On note  $u_n$  la production du  $n$ -ième mois ; on note  $v_n$  le nombre de patients utilisant l'appareil le  $n$ -ième mois.



**1** Les nombres  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  et  $u_4$  forment le début d'une suite numérique. Indiquer la nature et la raison de cette suite. Justifier la réponse.

$u_2 - u_1 = 600 - 400 = 200$  ;  $u_3 - u_2 = 900 - 600 = 300$  ; les différences n'étant pas égales, la suite n'est pas arithmétique.

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{600}{400} = 1,5 ; \quad \frac{u_3}{u_2} = \frac{900}{600} = 1,5 ; \quad \frac{u_4}{u_3} = \frac{1350}{900} = 1,5 ;$$

Les rapports  $\frac{u_{n+1}}{u_n}$  sont égaux, la suite  $(u_n)$  est donc une suite géométrique ; sa raison est 1,5.



**2** Avec le tableur, générer la suite  $(u_n)$  de façon à obtenir les douze premiers termes. Relever la valeur  $u_{12}$ .  $u_{12} = 34\,599,0234$ .



**3** Avec le tableur, générer la suite  $(v_n)$  de façon à obtenir les douze premiers termes. Relever la valeur  $v_{12}$ .  $v_{12} = 22\,528$ .



**APPEL n° 1** Présentez au professeur la démarche suivie pour générer les suites des questions 2 et 3.



**4** Répondre à la problématique en justifiant.

Le douzième mois, si 22 528 patients utilisent l'appareil, il faudra 45 056 capteurs car chaque patient utilise deux capteurs par mois. L'entreprise prévoit de produire environ 34 600 capteurs, ce qui ne sera pas suffisant.

## Situation 2

## Problématique

La machine est-elle bien réglée ?



**5** La tolérance sur le diamètre est de  $\pm 1$  %. Cela signifie que cette cote est acceptable si elle est comprise (cocher la réponse exacte) :

- ☐ entre 18 mm et 22 mm  
☒ entre 19,8 mm et 20,2 mm  
☐ entre 19,98 mm et 20,02 mm



**6** Ouvrir le fichier « CCF1\_capteurs.xls » pour voir les mesures obtenues. Vérifier si la contrainte ① est validée pour tous les disques. Justifier la réponse.

Il n'y a pas de pièces dont le diamètre est inférieur à 19,8 mm ou supérieur à 20,2 mm, la contrainte ① est donc respectée.



**7** Citer les indicateurs statistiques qu'il faut connaître pour vérifier les contraintes ②, ③ et ④. Proposer une méthode pour les obtenir.

Pour vérifier les contraintes ②, ③ et ④, il faut connaître la moyenne, la médiane et la valeur du troisième quartile.

Pour obtenir ces indicateurs, on peut utiliser les fonctions « Moyenne », « Médiane » et « Quartile » du tableur.



APPEL n° 2

Présentez oralement les réponses 6 et 7.



**8** Calculer les indicateurs en suivant la méthode qui a été validée par le professeur à la question 7.

En utilisant la formule =moyenne(A1:J10), on trouve que le diamètre moyen est 20,0201 mm.

En utilisant la formule =mediane(A1:J10), on trouve un diamètre médian de 20,03 mm.

En utilisant la formule =quartile(A1:J10;3), on trouve que le troisième quartile vaut 20,07 mm.



**9** Indiquer pour chacune des contraintes ②, ③ et ④ si elle est vérifiée. Justifier la réponse.

Contrainte ② : Le diamètre moyen est compris dans l'intervalle [19,97 ; 20,03]. La contrainte ② est respectée.

Contrainte ③ :  $20,03 - 20,0201 = 0,0099$  mm, l'écart entre la médiane et la moyenne est inférieur à 0,01 mm.

La contrainte ③ est vérifiée.

Contrainte ④ : le troisième quartile valant 20,07 mm, cela signifie que 75 % des disques ont un diamètre inférieur ou égal à 20,07 mm. La contrainte ④ n'est pas vérifiée.



**10** Répondre à la problématique en argumentant.

La machine n'est pas correctement réglée puisque la contrainte ④ n'est pas vérifiée et que pour que le réglage soit bon, il faut que toutes les contraintes soient respectées.

# Évaluation vers le CCF BEP

2

(Livre élève pages 133 à 134)

## Situation 1

### Problématique

Pour quels nombres de palettes le tarif 1 est-il moins cher que le tarif 2 ?

#### 1 Tarif 1



**1.a** Calculer le coût du stockage journalier de 25 palettes au tarif 1.



$2 \times 25 = 50$ . Le coût du stockage au tarif 1 pour 25 palettes est 50 €.



**1.b** Exprimer le coût journalier  $C_1$  du stockage, en euros, en fonction du nombre  $n$  de palettes stockées.

$C_1 = 2n$ .

Le coût  $C_1$  peut être modélisé par la fonction  $f$  définie sur  $[8 ; 50]$  par  $f(x) = 2x$ .



**1.c** Expliquer pourquoi la fonction  $f$  est croissante.

$f$  est une fonction linéaire de coefficient 2. La fonction  $f$  est croissante car 2 est positif.



**1.d** Tracer la courbe représentative de la fonction  $f$  (calculatrice ou logiciel).

Réglages de la fenêtre d'affichage :  $x$  varie de 8 à 50 (pas : 5) ;  $y$  varie de 0 à 110 (pas : 10).

Voir le fichier « CCF2\_corrige.ggb ».

#### 2 Tarif 2



**2.a** Calculer le coût du stockage journalier de 25 palettes au tarif 2.



$100 - \frac{800}{25} = 68$ . Le coût du stockage au tarif 2 pour 25 palettes est 68 €.

Le coût  $C_2$  peut être modélisé par la fonction  $g$  définie sur  $[8 ; 50]$  par  $g(x) = 100 - \frac{800}{x}$ .



**2.b** Cocher la réponse exacte.

Donner le sens de variation de la fonction inverse  $x \mapsto \frac{1}{x}$  sur l'intervalle  $[8 ; 50]$ .

☐ La fonction inverse est croissante.

☒ La fonction inverse est décroissante.



**2.c** On cherche le sens de variation de la fonction  $g$ . Cocher les réponses exactes et justifier.



La fonction  $x \mapsto -800 \times \frac{1}{x}$  est ☒ croissante ☐ décroissante. Justifier.

La fonction inverse est multipliée par un nombre négatif. Donc le sens de variation change.

La fonction  $x \mapsto -\frac{800}{x} + 100$  est ☒ croissante ☐ décroissante. Justifier.

On ajoute 100 à la fonction précédente. Donc le sens de variation ne change pas.

Donc la fonction  $g$  est ☒ croissante

☐ décroissante.



**2.d** Tracer la courbe représentative de la fonction  $g$  dans le même repère que la fonction  $f$ .

Voir le fichier « CCF2\_corrige.ggb ».



**3 Comparaison des fonctions  $f$  et  $g$** **3.a** Comparer  $f(25)$  et  $g(25)$  à l'aide des questions 1.a et 2.a. Expliquer. $f(25) = 50$  d'après la question 1.a puisque le coût  $C_1$  est modélisé par la fonction  $f$ . $g(25) = 68$  d'après la question 2.a puisque le coût  $C_2$  est modélisé par la fonction  $g$ .Donc  $f(25) < g(25)$ .**3.b** Résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = g(x)$ . Les solutions sont 10 et 40.

Voir le fichier « CCF2\_corrige.ggb ».

**3.c** Résoudre graphiquement l'inéquation  $f(x) \leq g(x)$ .  $10 \leq x \leq 40$ .

Voir le fichier « CCF2\_corrige.ggb ».



APPEL n° 1

**Présentez vos lectures graphiques au professeur.****4** Répondre à la problématique à l'aide de la question 3.c. Justifier.

Le tarif 1 est moins cher que le tarif 2 si le nombre de palettes est un nombre entier compris entre 10 et 40.

**Situation 2****Problématique**

Les contraintes de temps imposées par l'entreprise pour la préparation des commandes dans cet entrepôt sont les suivantes : le temps moyen par commande et le temps médian doivent être inférieurs ou égaux à 19 minutes.

Jordan respecte-t-il ces contraintes ?

**5** Proposer une méthode permettant de répondre à la problématique. Aucun calcul n'est demandé.

Il faut d'abord calculer le temps moyen par commande de Jordan et le comparer à 19 minutes.

Ensuite, il faut calculer le temps médian de Jordan et le comparer à 19 minutes.



APPEL n° 2

**Présentez votre méthode au professeur.****6** Mettre en œuvre la méthode proposée.

Temps moyen par commande de Jordan = 19,35 minutes qui est supérieur à 19 minutes.

Temps médian de Jordan = 19 minutes.

**7** Répondre à la problématique en justifiant.

Jordan ne respecte pas les contraintes de temps imposées par l'entreprise : son temps moyen par commande est trop grand.

# Évaluation vers le CCF BEP

3

(Livre élève pages 137 à 140)

## Situation 1

### Problématique

Les indicateurs statistiques permettent-ils de dire quelle est la chaîne la plus fiable ?

#### 1 Chaîne A



1.a Donner le nombre de jours où le nombre de balles défectueuses est inférieur ou égal à 1.  
 $15 + 23 = 38$  jours.



1.b Calculer le nombre moyen par jour de balles défectueuses sur la chaîne A. Arrondir au dixième.  $\bar{x} = 2,2$ .



1.c Déterminer la médiane  $Me$  de cette série.  $Me = 2$ .  
Le 50<sup>e</sup> et le 51<sup>e</sup> termes de la série sont égaux à 2. Donc la médiane est égale à 2.



1.d Cocher la valeur du premier quartile  $Q_1$ .

☐ 0    ☐ 0,5    ☒ 1    ☐ 1,5    ☐ 2



1.e Expliquer pourquoi le troisième quartile  $Q_3$  est égal à 3.  
 $100 \times \frac{3}{4} = 75$ . La 75<sup>e</sup> valeur de la série est égale à 3.



1.f Calculer la différence  $Q_3 - Q_1$ .  
 $Q_3 - Q_1 = 3 - 1 = 2$ .

#### 2 Chaîne B



2.a Donner les indicateurs statistiques de la série associée aux contrôles de la chaîne B.

$Me = 2$  ;  $Q_1 = 1$  ;  $Q_3 = 5$



2.b Calculer la différence  $Q_3 - Q_1$ .  $Q_3 - Q_1 = 5 - 1 = 4$ .

#### 3 Exploitation des résultats



3.a Proposer une démarche permettant de répondre à la problématique.



Comparer les moyennes, les médianes et les écarts interquartiles des deux séries.



**APPEL n° 1** Faites valider votre démarche par le professeur.



3.b Mettre en œuvre la démarche validée par le professeur.

Moyenne chaîne A < moyenne chaîne B ; médiane chaîne A = médiane chaîne B.

Écart interquartile chaîne A < écart interquartile chaîne B.

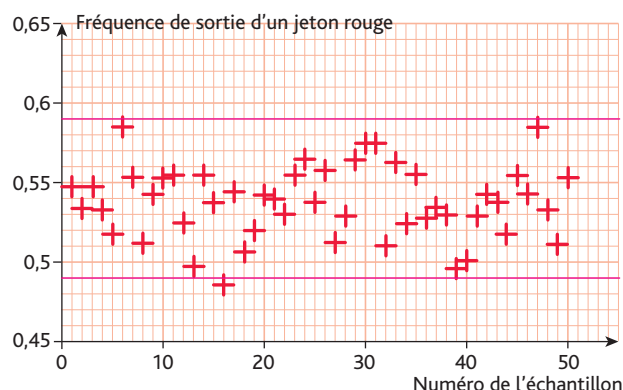


3.c Répondre à la problématique. La chaîne la plus fiable est sans doute la chaîne A. Le nombre moyen de balles défectueuses est le plus petit et la série est la moins dispersée.

## Situation 2

### Problématique

Au cours d'un contrôle, on compte 204 jetons rouges sur 400 jetons tirés au hasard dans la production. Ce résultat signifie-t-il que la machine est mal réglée ?



#### 4 Distribution d'échantillonnage

Ouvrir le fichier « CCF3\_jetons.xls ». Il permet la simulation du tirage au hasard de 400 jetons. Chaque tirage de 400 jetons constitue un échantillon.

4.a Simuler les tirages successifs de 10 échantillons à l'aide de la touche F9.

La fréquence de jetons rouges dans l'échantillon tiré se lit dans la cellule :

☐ G8    ☐ G9    ☒ G12    ☐ G13

4.b Après chaque tirage d'échantillon, relever dans le tableau ci-dessous la fréquence  $f$  des jetons rouges dans l'échantillon. Par exemple :

Échantillon	n° 1	n° 2	n° 3	n° 4	n° 5	n° 6	n° 7	n° 8	n° 9	n° 10
Fréquence $f$ Jetons rouges	0,525	0,518	0,568	0,535	0,563	0,528	0,548	0,483	0,550	0,525

APPEL n° 2 Utilisez la simulation devant le professeur.

4.c Calculer la moyenne  $\bar{f}$  de ces 10 fréquences. Arrondir au millièmes si nécessaire.

$\bar{f} \approx 0,534$ .

4.d  $p$  est la fréquence des jetons rouges pour l'ensemble de la production.

Vérifier que  $p = 0,54$ . Il y a 54 % de jetons rouges et  $\frac{54}{100} = 0,54$ .

4.e Comparer  $\bar{f}$  et  $p$ . Les deux valeurs sont proches.

#### 5 Intervalle de fluctuation

##### Rappel de cours

Si  $p$  est la fréquence d'un caractère dans une population, la probabilité qu'un échantillon aléatoire de taille  $n$  fournisse une fréquence de ce caractère dans l'intervalle de fluctuation  $\left[ p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$  est au moins 0,95.

5.a Rappeler les valeurs de  $p$  et de  $n$  pour cette situation :  $p = 0,54$  ;  $n = 400$ .

5.b Montrer que les bornes de l'intervalle de fluctuation sont respectivement 0,49 et 0,59.

$$p - \frac{1}{\sqrt{n}} = 0,54 - \frac{1}{\sqrt{400}} = 0,54 - 0,05 = 0,49 ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} = 0,54 + \frac{1}{\sqrt{400}} = 0,54 + 0,05 = 0,59$$

5.c Tracer sur le graphique de la page précédente les droites d'équation  $y = 0,49$  et  $y = 0,59$ .





**5.d** Vérifier graphiquement que plus de 95 % des échantillons ont une fréquence appartenant à l'intervalle de fluctuation. *Un seul point ne se trouve pas entre les deux droites tracées.*

*Donc la fréquence d'un échantillon n'appartient pas à l'intervalle de fluctuation.*

$$\frac{49}{50} = 0,98 \text{ et } 0,98 > 0,95$$

## **6** Exploitation des résultats



**6.a** Calculer la fréquence des jetons rouges pour l'échantillon décrit dans la problématique.

$$\frac{204}{400} = 0,51$$



**6.b** Répondre à la problématique. Justifier.

*Puisque 0,51 appartient à l'intervalle de fluctuation [0,49 ; 0,59], il est probable que la machine est bien réglée.*



# Évaluation formative

4

(Livre élève pages 141 à 144)

## Situation 1

### Problématique

Quelle hauteur maximale de mur, en mètres, Enzo peut-il sauter si l'on considère qu'il a pris suffisamment de vitesse au moment où il quitte le tremplin ?

#### 1 Appropriation



Ouvrir le fichier « CCF4\_tremplin.ggb » et donner la hauteur à laquelle se trouve Enzo avant de s'élancer sur le tremplin.

Enzo se trouve à une hauteur de 130 cm avant de s'élancer sur le tremplin.

#### 2 Variation de la fonction



Dresser le tableau de variation de la fonction  $g$  sur l'intervalle  $[0 ; 2]$ .

x	0	0,44	2
Variations de $g$	130	63,34	147

#### 3 Tangente



3.a Avec l'outil du logiciel, tracer les tangentes à la courbe  $C_g$  aux points A, B, C et D.

Voir le fichier « CCF4\_tremplin\_corrige.ggb ».



3.b Noter l'équation de chaque tangente et indiquer les valeurs de  $g'(0,1)$ ,  $g'(0,4444)$ ,  $g'(1)$  et  $g'(2)$ . Voir les tangentes en violet dans le fichier « CCF4\_tremplin\_corrige.ggb ».

L'équation de la tangente en A est :  $y = -166,23x + 98,38$  ; on a donc  $g'(0,1) = -166,23$ .

L'équation de la tangente en B est :  $y = 63,34$  ; on a donc  $g'(0,44) = 0$ .

L'équation de la tangente en C est :  $y = 50x + 30$  ; on a donc  $g'(1) = 50$ .

L'équation de la tangente en D est :  $y = 79,29x - 11,42$  ; on a donc  $g'(2) = 79,29$ .



3.c Établir le lien existant entre le tableau de variation de la fonction  $g$  établi à la question 2 et les valeurs de  $g'(0,1)$ ,  $g'(0,4444)$ ,  $g'(1)$ ,  $g'(2)$  en cochant la ou les bonnes réponses.

Si la fonction  $g$  est croissante, le nombre dérivé  $g'(x)$  est : ☒ positif ☐ négatif ☐ nul.

Si la fonction  $g$  est décroissante, le nombre dérivé  $g'(x)$  est : ☐ positif ☒ négatif ☐ nul.



3.d Donner l'expression de la fonction affine qui convient pour  $x > 2$ .

Pour  $x > 2$ , l'expression de la fonction affine qui convient est  $y = 79,29x - 11,42$ . Ce qui correspond à l'équation de la tangente au point D.



APPEL n°1 Justifiez oralement votre choix au professeur.

## 4 Exploitation des résultats



En utilisant soit l'expression trouvée à la question 3d, soit les fonctionnalités du logiciel GeoGebra, répondre à la problématique. Arrondir la valeur obtenue au centième.



Le mur est situé à une distance  $x = 2,6$  m du point de départ.  $y = 79,29 \times 2,6 - 11,42 = 194,73$  .....  
 La hauteur maximale de mur qu'Enzo peut sauter est de 194,73 m .....  
 Voir le fichier « CCF4\_tremplin\_corrige.ggb », l'ordonnée du point  $I_2$  confirme la valeur obtenue, .....  
 .....  
 .....

## Situation 2

## Problématique

À quelle distance du mur doit-on placer la rampe de réception ?

## 5 Modélisation et appropriation du modèle

Ouvrir le fichier « CCF4\_rampe.ggb ».



5.a Cocher la bonne réponse. La trajectoire d'Enzo a la forme :

☒ d'une parabole ☐ d'une hyperbole ☐ d'une droite



5.b La trajectoire peut être modélisée par une fonction  $f$  de la forme  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Cocher la grandeur qui correspond à la variable  $x$  dans l'expression de la fonction  $f$  :

☐ La hauteur, en mètres ☒ la distance au sol depuis le mur, en mètres ☐ la vitesse, en km/h



5.c Cocher la grandeur qui correspond à  $f(x)$  :

☒ La hauteur, en mètres ☐ la distance au sol depuis le mur, en mètres ☐ la vitesse, en km/h



5.d Dans le champ de saisie du fichier « CCF4\_rampe.ggb », taper : Fonction[ $ax^2+bx+c,0,10$ ].



5.e Placer le curseur  $b$  à la valeur 1,35 et déplacer les curseurs  $a$  et  $c$  afin de trouver la courbe qui passe au plus près des points A, B, C, D, E, F, G et H.



5.f Donner l'expression de la fonction  $f$ .

$f(x) = -0,3x^2 + 1,35x + 1,9$  .....  
 .....  
 .....



6 Proposer une méthode de calcul qui permette de répondre à la problématique.



La rampe de réception est placée au sol, ce qui correspond à une valeur de  $y = 0$  : .....  
 il faut donc résoudre l'équation  $-0,3x^2 + 1,35x + 1,9 = 0$  et déterminer la ou les valeurs de  $x$  possibles .....  
 .....



APPEL n° 2 Faites vérifier vos réponses aux questions 5.f et 6 par le professeur.



7 Mettre en œuvre la méthode validée par le professeur à la question 6.

$\Delta = b^2 - 4ac = 1,35^2 - 4 \times (-0,3) \times 1,9 = 4,1025$  .....  
 .....  
 $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1,35 + \sqrt{4,1025}}{2 \times (-0,3)} = -1,13$  .....  $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1,35 - \sqrt{4,1025}}{2 \times (-0,3)} = 5,63$  .....  
 .....



8 Répondre à la problématique. La rampe de réception doit être placée à une distance de 5,63 m du mur. ....  
 .....



9 À l'aide des fonctionnalités du logiciel GeoGebra, vérifier la réponse donnée à la question 8. Voir le fichier « CCF4\_rampe\_corrige.ggb », l'abscisse du point L confirme la valeur obtenue.