Analyse de supports d'enseignement et de productions d'élèves

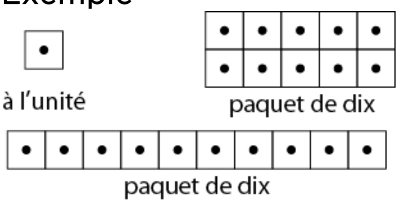
1. Thème 1. Les entiers naturels

- **Exercice 2 – Passage à la dizaine en CP (analyse de supports d'enseignement)**

  Séquence extraite d'un ouvrage *Cap math CP*, éditions Hatier.

  Dans les trois séances décrites en annexe 1, les élèves doivent commander au marchand juste ce qu'il faut de boutons pour réparer le grand ziglotron, c'est-à-dire pour pouvoir placer un bouton sur chaque carré blanc. Trois exemples de ziglotrons sont fournis en annexe 2. Pour répondre à la question posée, ils peuvent commander des boutons à l'unité ou par paquets de dix.

  Exemple

  Le déroulement de chaque séance, décrit dans le guide de l'enseignant, est le suivant :

  - Première phase : Présentation du problème (voir descriptions en annexe 2).
  - Deuxième phase : Résolution par équipes de deux élèves (séances 1 et 2) ou individuellement (séance 3) ;
  - Troisième phase : Mise en commun et reprise éventuelle de l'activité avec d'autres ziglotrons.

  Des exercices d'entraînement oraux et écrits, non fournis ici, sont proposés à l'issue de la séance 3.

  Questions

  1. Décrire deux stratégies que les élèves acheteurs peuvent utiliser pour réussir leur commande dans la séance 1. Préciser les connaissances mises en œuvre pour chacune de ces stratégies. On rappelle que, dans *la séance 1*, les bons de commande ne sont pas utilisés.

2. Dans *la séance 2*, préciser l'intérêt :

a. de chacune des trois premières contraintes par rapport à l'apprentissage visé ;

b. de la quatrième contrainte.

3. Dans la *séance 3* :

a. Pourquoi les auteurs proposent-ils que seul l'enseignant soit en possession du ziglotron ?

b. Donner trois procédures que les élèves peuvent utiliser pour répondre à la question posée.

c. La réussite d'un élève garantit-elle que l'apprentissage visé est effectif pour cet élève ?

Annexe 1

Réparer le grand ziglotron L'activité est organisée sur 3 séances. Elle a pour but de commencer à mettre en évidence la signification de chaque chiffre dans l'écriture chiffrée d'un nombre.	
<u>Séance 1</u> **Présentation de la situation** Gribouille a joué avec les nouveaux ziglotrons, plus grands que les premiers (ces derniers ont beaucoup plus de boutons). – « Le marchand de boutons s'est organisé : il a des boutons seuls et des paquets tout prêts qui contiennent dix boutons (les deux catégories de « produit » sont montrées aux élèves). Il suffit de lui demander ce que l'on veut. Mais attention, il donne exactement ce qu'on lui demande. Il faut donc bien préciser si on veut des paquets ou des boutons seuls. » On insiste sur deux choses : – le fait qu'il y a dix boutons dans chaque paquet ; – le fait que les marchands doivent donner exactement ce qu'on leur demande : on peut leur demander, par exemple, « douze boutons » ou « quinze paquets » ou encore « huit paquets et onze boutons ». Les boutons vendus en paquets devront être découpés avant d'être placés sur le ziglotron. – « Dans chaque groupe, un seul élève ira vers le marchand et il ne pourra y aller qu'une seule fois. Il faut ramener juste ce qu'il faut de boutons, ni plus, ni moins. »	• Travail par équipes de deux élèves • Matériel par équipe d'élèves « acheteurs » : – un ziglotron comportant soit 23, soit 30, soit 37 boutons ; – une feuille blanche ; – des ciseaux. • Matériel pour les « vendeurs » : – une boîte contenant 150 boutons isolés ; – une boîte contenant 50 paquets de dix boutons.

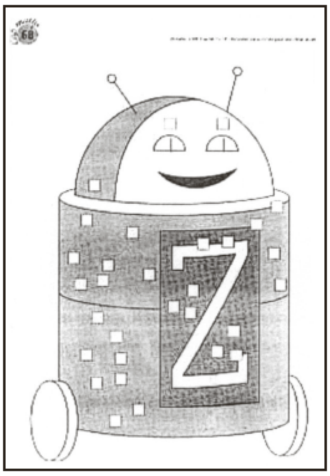
<u>Séance 2</u> Présentation de la situation La même situation est reprise, mais avec quatre contraintes supplémentaires : – Il faut écrire sur la feuille du ziglotron le nombre de boutons nécessaires et, en dessous, le nombre de paquets et le nombre de boutons isolés que l'on souhaite. – Les marchands ayant été dévalisés, ils ne peuvent pas donner plus de neuf boutons isolés. – Les marchands doivent lire la commande écrite pour servir les acheteurs. – Il n'y a pas de validation immédiate (les acheteurs devront garder ce qui leur a été donné).	• Travail par équipes de deux élèves Matériel par équipe d'élèves « acheteurs » : – un ziglotron comportant soit 28, soit 34, soit 45 boutons ; une feuille blanche ; un bon de commande. Matériel pour les « vendeurs » : – une boîte contenant 40 boutons isolés ; une boîte contenant 50 paquets de dix boutons.
<u>Séance 3</u> Présentation du problème La même situation est évoquée, mais cette fois-ci seul l'enseignant possède le ziglotron (il le montre). Il a déjà compté le nombre de boutons manquants. Ce nombre est indiqué sur le bon de commande qui figure sur la fiche remise aux élèves. Chaque élève doit maintenant compléter la commande pour qu'on puisse réparer le ziglotron.	Travail individuel Matériel collectif : – un ziglotron comportant 42 boutons ; une feuille blanche ; un bon de commande. Matériel par élève : un bon de commande ; une feuille blanche.

Cap maths CP, guide de l'enseignant, ©Hatier, Paris

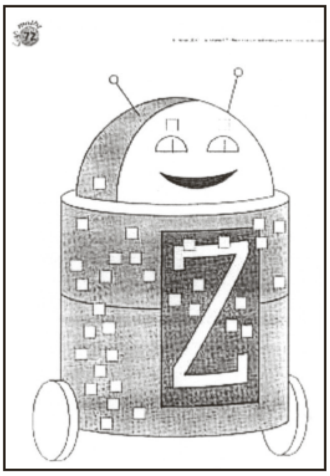
Annexe 2

Exemple de matériel utilisé dans la séquence extraite de l'ouvrage *Cap maths CP*.

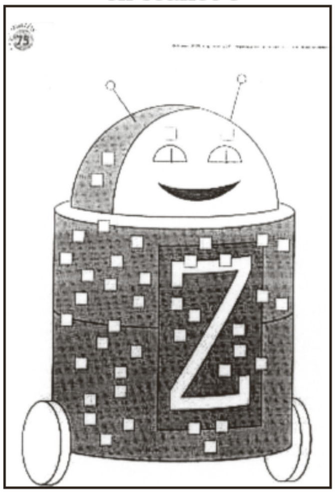
Exemple de ziglotron utilisé en séance 1



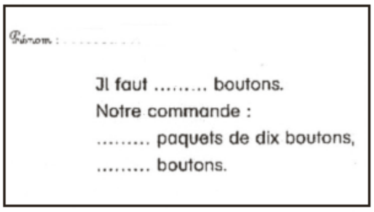
Exemple de ziglotron utilisé en séance 2



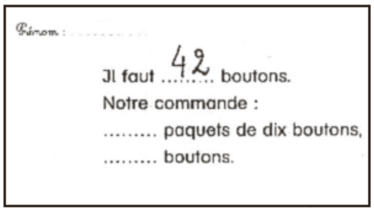
Ziglotron utilisé
en séance 3



Bon de commande utilisé
en séance 3



Bon de commande utilisé
en séance 3



Cap maths CP,©Hatier,Paris.

- Corrigé de l'exercice 2
  Le descriptif de l'activité montre que la compétence visée est de rendre l'élève capable de « voir » que le premier chiffre d'un entier à deux chiffres représente le nombre de « paquets de 10 » (les dizaines) qu'il « contient » et que le deuxième indique le nombre d'unités « isolées ».

1. Séance 1

Stratégies	Connaissances mises en œuvre
Compter les boutons manquants 1 à 1	-Savoir dénombrer. - Savoir énumérer les nombres inférieurs à 40. - Réaliser une collection ayant le même nombre d'objets qu'une autre.
Faire des groupements par 10	- Partager des collections. - Maîtriser la suite orale et écrite de 10 en 10. -Réaliser une collection ayant le même nombre d'objets qu'une autre.

2. Séance 2
   a. Intérêt de chacune des contraintes
   - Première contrainte : elle oblige les enfants qui commandent à utiliser les écritures chiffrées et vise à les amener à faire le lien entre ces

écritures et le nombre de paquets (correspondant au chiffre des dizaines) et de boutons isolés (correspondant au chiffre des unités) à commander.
- Deuxième contrainte : elle impose les groupements par 10 ; une commande du type 12 + 11 devient impossible. Cela contribue à renforcer le sens des chiffres dans le nombre.
- Troisième contrainte : elle impose aux marchands de lire le bon de commande ; elle permet aux acheteurs de vérifier la conformité entre le nombre lu et ce qu'ils ont écrit. Elle peut amener les enfants à débattre entre eux.
b. Cette contrainte retarde la phase de validation (placement des boutons sur le ziglotron). Elle amène les enfants à comparer la commande reçue (paquets et boutons) et le nombre de boutons commandés et à visualiser la « valeur » des chiffres dans le nombre.

3. Séance 3
a. Les enfants de disposant plus du ziglotron, ils ne peuvent donc plus dénombrer les boutons manquants ; ils doivent utiliser des procédures s'appuyant sur les seules écritures chiffrées.
b. Procédure 1 : dessiner 42 boutons, entourer les paquets de 10 puis compléter le bon de commande (4 paquets de 10 et 2 boutons isolés).
Procédure 2 : décomposer 42 en une somme contenant le maximum de 10.
(42 = 10 + 10 + 10 + 10 + 2) puis exploiter cette écriture pour remplir le bon.
Procédure 3 : lire directement sur le nombre : « dans 42, le 4 c'est 4 paquets de 10 et le 2 c'est les boutons seuls » (implicitement 42 = 4 dizaines + 2 unités).
c. La réussite d'un élève ne garantit pas que l'apprentissage est effectif car l'enseignant ne connaît pas la procédure réellement utilisée par l'élève. La séance 3 doit être suivie d'une phase d'institutionnalisation (collective) des connaissances où les procédures découvertes seront explicitées. Celles-ci seront ensuite utilisées dans d'autres situations.

- **Exercice 3 – Grands nombres au début du cycle 3 - Distinguer « chiffre des… » et « nombre de… » - (analyse de supports d'enseignement)**
En **annexe 1**, figurent quatre exercices donnés à des élèves de cours moyen (CM).

1. Ces exercices font appel à une même connaissance mathématique. Laquelle ?
2. Ranger ces exercices par ordre de difficulté croissante. Justifier ce choix.
3. Indiquer trois caractéristiques de l'exercice 4 qui justifient l'intérêt de le proposer à des élèves de CM.

Annexe 1

Exercice 1 : • **Observe l'exemple et complète de même.**

8 621	: *2*	*est le chiffre des dizaines,*
	862	*est le nombre de dizaines.*
7 214	: ……	est le chiffre des centaines,
	……	est le nombre de centaines.
5 068	: ……	est le chiffre des unités,
	……	est le nombre d'unités.
8 621	: ……	est le chiffre des dizaines,
	……	est le nombre de dizaines.

Exercice 2 : • **Retrouve les chiffres masqués.**

3 ■ 8 : le chiffre des dizaines est plus grand que celui des unités.

■ 2 5 : il y a 32 dizaines dans ce nombre.

■ 3 ■ : le chiffre des unités est double de celui des dizaines ;
le chiffre des centaines est égal à la somme des deux autres chiffres.

■ ■ ■ : il y a 23 dizaines dans ce nombre ;
le chiffre des unités est égal à la somme des deux autres chiffres.

Exercice 3 : • Mon nombre de milliers est 572. Mon chiffre des centaines est le même que celui des dizaines de mille et mon chiffre des dizaines est le même que celui des milliers. Mon chiffre des unités est égal au chiffre des centaines de mille plus 1.

Je suis

• Mon nombre de milliers est 86. Si on m'ajoute 1, mon chiffre des milliers augmente de 1.

Je suis

• Je suis un nombre compris entre un millier et un million.
Mon nombre de chiffres est impair et je suis écrit avec les chiffres 4 et 9.
Si l'on m'ajoute 1, tous mes chiffres changent.

Je suis

Exercice 4 : Voici des nombres :

50 267 · 6 074 · 20 681 · 48 607

40 596 · 1 740 325 · 740 634

40 000 · 320 978 · 206 000 · 740 000

520 630 · 7 206 158 · 697 · 20600

Recopie les nombres qui ont :

- 6 pour chiffre des centaines : ____________
- 206 pour nombre de centaines : ____________
- 0 pour chiffre des milliers : ____________
- 40 pour nombre de milliers : ____________
- 740 pour nombre de milliers : ____________

- Corrigé de l'exercice 3

1. Connaissance mathématique en jeu
   Tous les exercices font appel à la signification et la valeur des chiffres dans un nombre écrit en numération décimale ; il s'agit notamment de distinguer le sens des expressions « chiffre des… » et « nombre de … » (unités, dizaines, centaines, milliers…).
2. Rangement des exercices par ordre de difficulté croissante
   Pour ranger les exercices, il faut distinguer les compétences à mettre en œuvre pour les résoudre. Certains sont des applications « immédiates » de connaissances (savoir repérer un chiffre de rang donné, savoir indiquer le nombre de dizaines dans un nombre, etc.), d'autres sont plus complexes : soit du fait qu'ils font intervenir plusieurs connaissances simultanément, soit du fait qu'il suppose des raisonnements complexes pour un élève de cycle 3. Par ailleurs, certains exercices comportent des exemples, ce qui facilite l'appropriation de la consigne par l'élève.

   On peut proposer l'ordre suivant : exercice 1, exercice 4, exercice 2 et exercice 3.
   Justification de ce choix :
   <u>L'exercice 1</u> est un exercice d'application :
   - les définitions de « chiffre des … » et « de nombre de … » sont appliquées à des nombres de quatre chiffres ;
   - un exemple permet à l'élève de s'approprier la consigne et de compléter une phrase pour qu'elle soit vraie ;
   - il n'y a qu'une réponse possible.

   <u>L'exercice 4</u> est un exercice d'application plus difficile :
   - l'élève doit explorer une collection importante de nombres pour en extraire plusieurs qui satisfont à une condition portant sur « le chiffres des … » ou sur « le nombre de … » ;
   - il n'y a pas d'exemple pour aider l'élève ;
   - chaque réponse comporte plusieurs nombres (et non plus un seul comme dans l'exercice 1).

   <u>L'exercice 2</u> est un exercice plus complexe car plusieurs notions mathématiques sont sollicitées :
   - savoir distinguer « chiffre des … » et « de nombre de … »
   - savoir comparer des nombres entiers inférieurs à 10
   - savoir calculer la somme de deux nombres entiers inférieurs à 10
   - savoir calculer le double d'un nombre entier inférieur à 10 ;

- l'élève doit prendre en compte deux types d'informations :
- celles données par l'écriture chiffrée incomplète (nombre de chiffres, valeur de certains chiffres)
- celles données par la (les) condition(s) que doit vérifier le nombre cherché (valeur du « nombre de … », relations entre un chiffre cherché et un (des) chiffre(s) déjà présent(s) dans l'écriture chiffrée) ;
- il n'y a qu'une seule solution à l'énigme posée.

L'exercice 3 est un problème de recherche.

Il faut exploiter les informations données sous forme littérale pour en déduire :
- le nombre total de chiffres d'un nombre ;
- la valeur de chacun des chiffres.

Certaines informations sont fournies sous forme conditionnelle et obligent donc à poser des hypothèses (puis à les vérifier) :

« Si on m'ajoute 1, mon chiffre des milliers augmente de 1 » conduit à envisager les écritures du type (n + 1) où une retenue se « propage » jusqu'à modifier le chiffre des milliers ;

« *Si on m'ajoute 1, tous mes chiffres changent* » conduit à envisager les écritures du type (n + 1) où une retenue se « propage » pour modifier tous les chiffres.

Les connaissances mobilisées relèvent de plusieurs notions mathématiques :
- encadrement d'un nombre entier entre deux puissances de dix (millier et million) ;
- détermination du successeur d'un nombre.

3. Intérêt de l'exercice 4

Trois éléments peuvent être retenus parmi les suivants :
- Importance de la collection de nombres fournis (15 entiers).
- Pour certains items, plusieurs nombres sont attendus.
- Pertinence des nombres de la collection choisis qui peuvent poser de vraies difficultés de numération aux élèves (exemple : 1 740 325 et 740 000 par rapport à l'item « *740 pour nombre de milliers* »).
- Variété de la taille des nombres proposés (de 697 à 7 206 158).

2. Thème 2. Arithmétique

- Exercice 2 – Recherche de 3 entiers consécutifs de somme donnée au cours moyen (analyse de productions d'élèves)

Pour répondre aux questions, on se référera à l'annexe 1.

1. Un enseignant a demandé à ses élèves de cours moyen d'écrire trois nombres entiers qui se suivent. Tous les élèves ont répondu correctement à cette question. Il leur a ensuite proposé l'exercice suivant :

> *Je pense à trois nombres qui se suivent.*
> *Lorsque je les additionne, cela fait 42. Quels sont ces nombres ?*

En annexe 1, on a reproduit six productions d'élèves.

a. Décrire les procédures utilisées par ces élèves.

b. Repérer et analyser les erreurs en faisant des hypothèses sur leur origine.

2. Parmi les procédures utilisées par les élèves, quelle(s) est (sont) celle(s) que l'enseignant va valoriser ? Justifiez.

3. Après avoir repris l'exercice avec les nombres 45, 78, puis 90, l'enseignant propose la même consigne avec le nombre 68. Quel est alors son objectif ?

4. L'enseignant souhaite poursuivre l'activité en autorisant à ses élèves l'usage d'une calculatrice. Quels peuvent être ses objectifs ?

Annexe 1

Élève A

ici c'est le brouillon	ici c'est propre
42 | 3 12 | 14 0 42 − 14 28 13 14 15 42	~~14 + 14 + 14 = 42~~ 13 + 14 + 15 = 42

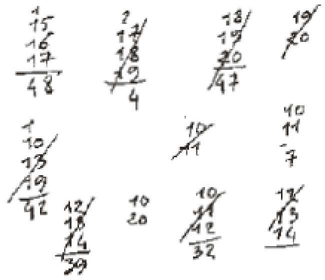
Élève B

ici c'est le brouillon	ici c'est propre
18 + 19 + 20 = 57 56 + 19 + 20 + 21 = 60 9 + 10 + 11 = 30 (suite) 10 + 11 + 12 = 33 14 + 15 + 16 = 45 12 + 13 + 14 = 39 13 + 14 + 15 = 42	13 + 14 + 15 = 42

Élève C

ici c'est le brouillon	ici c'est propre
j'ai fait 42 ÷ 3 = 14 et j'ai enlevé 2 a 14 et je l'ai ajouter a un autre 14	16 + 14 + 12 = 42

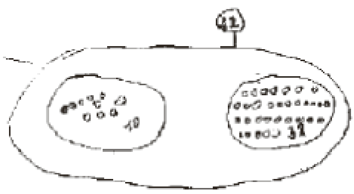
Élève D

ici c'est le brouillon	ici c'est propre
	10 + 13 + 19 = 42

Élève E

ici c'est le brouillon	ici c'est propre
20 + 11 + 11 42	20 + 11 + 11 = 42

Élève F

ici c'est le brouillon	ici c'est propre
	10 + 32 42

- Corrigé de l'exercice 2

1. Procédures des élèves et analyse des erreurs
   On peut ici rassembler les points a) et b) de la question et présenter les réponses sous forme de tableau. On gagne ainsi en lisibilité. Il s'agit ici d'un problème pour chercher, à 2 contraintes (somme 42 et 3 termes sui se suivent). On peut observer que ce les élèves écrivent dans la case « brouillon » correspond à leur recherche ; ils écrivent leur solution dans la colonne de droite (« au propre »).

	Question a : procédures	Question b : analyse des erreurs
Élève A	Il effectue la division euclidienne de 42 par 3 pour en déduire que 42 = 14 + 14 + 14, puis il ajuste cette décomposition pour répondre à la consigne en retranchant 1 au premier terme et ajoutant 1 au dernier. On ne sait pas en quoi la soustraction 42 – 14 = 28 a étayé la réflexion…	Pas d'erreur.
Élève B	Il procède par essais en utilisant des groupes de trois nombres consécutifs. À partir du deuxième essai, il oriente correctement sa recherche en tenant compte du résultat obtenu précédemment : choix de nombres plus grands (plus petits) si la somme est inférieure (supérieure) à 42, et vice versa.	Pas d'erreur.
Élève C	Il effectue, en ligne, la division de 42 par 3 ; il conçoit que 42 correspond à « 3 fois 14 » (correct). Comme les nombres ne se « suivraient pas », il compense en ajoutant 2 à un « 14 » et soustrayant 2 « à un autre 14 ». Il obtient trois nombres pairs consécutifs dont la somme est 42.	Les trois entiers dont la somme est 42 ne sont pas consécutifs, mais « consécutifs dans la liste des nombres pairs ». L'élève a peut-être confondu les deux concepts…Ou a mal traduit le fait qu'il fallait modifier 2 nombres.
Élève D	Il procède par essais avec des nombres consécutifs dans un premier temps. ..mais il se perd dans ses recherches. Finalement, il opte pour la décomposition additive où il a obtenu 42 (10 + 13 + 19).	- Il pose en colonne les additions, en omettant le signe « + ». Un calcul est faux (18+19+20=57 et non 47). - Il n'a pris en compte la contrainte « entiers consécutifs » qu'au début. - Il n'utilise pas efficacement ses résultats : la recherche n'est pas ordonnée…Ce qui l'amène à de nombreux essais infructueux. Il se perd. Finalement il donne pour réponse l'addition qui « donne » 42 (il préfère fournir une réponse imparfaite plutôt que de ne pas répondre). Le temps lui a manqué.
Élève E	Il fournit une seule décomposition de 42 comme somme de trois entiers naturels. La disposition en colonne est peut-être le signe d'une recherche sous la forme d'addition à trou (ajuste le 3e terme).	Il n'a pas pris en compte la contrainte « entiers consécutifs » de la consigne. Il ne semble pas capable de prendre en compte 2

	Question a : procédures	Question b : analyse des erreurs
		contraintes. Il s'arrête au 1ier essai.
Élève F	Il a utilisé une représentation schématique du nombre 42, en disposant 42 « ronds » en deux groupes, puis l'a traduite par une décomposition additive de 42 comme somme de deux entiers naturels (cardinaux des ensembles).	Il n'a tenu compte ni de la contrainte « trois nombres », ni de celle « nombres consécutifs ». La procédure est étonnamment peu évoluée pour un élève de CM. Il peut s'agir d'un élève ne maîtrisant pas la langue.

2. Choix de l'enseignant

Il va probablement valoriser la procédure de l'élève A, qui est rapide et efficace, pour peu que l'apprentissage de la technique de la division posée ait été entrepris (au programme en CM1). Ici cette division est simple (nombre à 2 chiffres, diviseur à 1 chiffre, quotient exact) ; l'élève C l'a même posée en ligne.

Il peut faire remarquer que la procédure de l'élève B est juste, ne repose que sur l'addition (largement maîtrisée à ce niveau) mais qu'elle est très longue à mettre en œuvre.

3. Justification du choix du nombre 68

Lorsqu'il propose le nombre 68, l'enseignant souhaite rendre ses élèves attentifs au fait que certains nombres ne peuvent pas s'écrire comme somme de trois entiers consécutifs. Cela lui permettra ensuite d'engager la réflexion sur les nombres « décomposables » et ceux qui ne le sont pas.

4. Usage de la calculatrice

Un premier objectif est de systématiser le recours à la procédure de l'élève A, en « déchargeant » les élèves de l'aspect opératoire : on centre la réflexion sur la procédure ; l'utilisation de la calculatrice permet de contourner les difficultés à poser la division euclidienne.

De façon transitoire, les élèves souhaitant utiliser la procédure de l'élève B peuvent le faire, sans l'inconvénient de la difficulté et de la longueur des calculs à effectuer.

3. Thème 3. Les fractions et les décimaux

- Exercice 2 – Ranger des décimaux en CM1 (analyse de productions d'élèves)

Un professeur des écoles propose l'exercice suivant à sa classe en fin de CM1 :

Range les six nombres du plus petit au plus grand
(utilise la ligne en pointillés)

2 ; 2,02 ; 22,2 ; 22,02 ; 20,02 ; 0,22

.... < .... < .... < .... < .... < ....

Vous trouverez, ci-après, les réponses de cinq enfants.
Pour ceux ayant commis des erreurs, repérer et expliquer d'une phrase précise et simple d'où vous semblent provenir ces erreurs.
Réponses des élèves :

Arnaud :	22,20	<	22,02	<	20,02	<	2,02	<	2	<	0,22
Karine :	0,22	<	2,02	<	20,02	<	22,02	<	22,2	<	2
Chedlia :	0,22	<	2	<	2,02	<	20,02	<	22,02	<	22,2
Sandrine :	0,22	<	2	<	2,02	<	20,02	<	22,2	<	22,02
Mehdi :	2	<	0,22	<	2,02	<	22,2	<	20,02	<	22,02

- **Corrigé de l'exercice 2**

Effectuez vous-même le rangement demandé :
0,22 < 2 < 2,02 < 20,02 < 22,02 < 22,2.

Arnaud
Il range correctement les nombres mais dans l'ordre décroissant au lieu de l'ordre croissant. Son erreur peut provenir d'une confusion entre les signes « < » et « > ».

Karine
Seul le nombre 2 est mal placé. Elle semble considérer « les nombres à virgule » comme plus petits que les entiers (conception liée au fractionnement de l'unité ?), à moins qu'elle ait commencé le rangement par « les nombres à virgule » et ait écrit le 2 à la seule place restant libre.

Chedlia
Son rangement est correct.

Sandrine

Seuls les deux derniers nombres sont mal placés (inversion). Elle semble considérer qu'à partie entière égale, le nombre le plus petit est celui qui comporte le moins de chiffres après la virgule.

<u>Mehdi</u>

Le rangement est incorrect : il ne tient pas compte de la virgule et a rangé les nombres comme s'il s'agissait d'entiers. La virgule ne semble pas avoir de signification pour lui.

- Exercice 3 – Test sur les décimaux en CM : rang des chiffres, calculs en ligne, diverses écritures (analyse de productions d'élèves)

On trouvera, ci-après, les réponses de trois élèves à une évaluation en CM2. Pour chacun des élèves, repérer les erreurs commises et émettre des hypothèses sur leur origine.

Exercices	Élève A	Élève B	Élève C
1. Complète les phrases : a) Dans le nombre 124,753 le chiffre des centaines est… b) Dans le nombre 124,753 le chiffre 4 est celui des… c) Dans le nombre 124,753 le chiffre des dixièmes est…	a) 1. b) unités c) 7	a) 7 b) milliers b)	a) 1 et 7 b) unités avant la virgule c) 5
2. Effectue les opérations : a) 75,4 + 25,87 = … b)15,2 × 10 = … c) 42,6 × 2 = …	a) 101,27 b) 152 c) 85,2	a) 33,41 b) 15,20 c) 852	b) 100,127 b) 150,20 c) 84,12
3. Entoure les nombres décimaux : 2 ; 1,7 ; $\frac{5}{4}$; 1,222…	$\boxed{2}$ $\boxed{1{,}7}$ $\frac{5}{4}$ 1,222…	$\boxed{2}$ $\boxed{1{,}7}$ $\frac{5}{4}$ 1,222…	2 $\boxed{1{,}7}$ $\frac{5}{4}$ $\boxed{1{,}222}$…

	Élève A	Élève B	Élève C
Exercice 1	Réponses toutes justes.	a) 7 au lieu de 1. Pour lui, le chiffre des centaines est le 3e chiffre à partir de la droite du nombre. b) Milliers au	a) 1 et 7 ; il donne le chiffre des centaines de 2 entiers juxtaposés, celui de 124 et celui de 753. b) Il semble confondre unités et chiffres (« avant la virgule »). c) 5 au lieu 7. Il semble associer « dixièmes » à

		lieu d'unités. c) Pas de réponse (ne sait pas ?). Il désigne les chiffres comme s'il s'agissait d'entiers.	« dizaines » et « 2e rang » : 5 est le chiffre des dizaines de 124 753 et le 2e chiffre après la virgule.
Exercice 2	Réponses toutes justes.	a) Faux. Il a additionné 754 + 2 587 = 3 341 puis il a placé une virgule. b) Il ajoute un 0 : il applique une règle valable pour les entiers. c) Il n'a pas tenu compte de la virgule : il a effectué 426 × 2.	a) Il a posé l'opération et traite séparément la partie entière et la partie décimale (75 + 25 et 40 + 87). b) L'ordre de grandeur est respecté mais il a multiplié par 10 chacune des parties du nombre. c) Même procédure erronée. Il considère un décimal comme deux entiers accolés.
Exercice 3	Il a omis d'entourer << F20_eqn001.eps>> et n'a pas su transformer cette fraction en « 4 quarts et 1 quart », d'où l'écriture 1,25.	Même oubli. Même hypothèse que pour l'élève A. Il semble avoir acquis qu'un entier est un décimal.	Trois erreurs : n'a pas entouré 2 et <<F20_eqn002.eps>> et a entouré 1,222… Il semble associer « nombre décimal » et « écriture à virgule ».

- Corrigé de l'exercice 3
  Essayez de percevoir la « cohérence » dans les erreurs commises par les élèves au fil des exercices.

- Exercice 4 Valeur des chiffres d'un décimal : utilisation de la calculatrice en CM1 –

Activité extraite du manuel *Math en flèche*, CM1, éd. Nathan, collection « Diagonale »

À l'aide de ta calculette, tu vas :
• écrire à l'écran le nombre 125,243 — le $\boxed{.}$ remplace la virgule
• transformer ce nombre pour obtenir 125,043.

Pour cela tu as le droit d'utiliser la touche $\boxed{=}$, les touches des chiffres, la touche $\boxed{.}$ (virgule) et la touche $\boxed{-}$.

Écris le nom des touches utilisées :

125.243 → $\boxed{-}\ \square\ \square\ \square\ \square$ … → 125.043

Recommence avec :

125.243 → $\square\ \square\ \square\ \square\ \square$ … → 105.243

Puis pour 125,243 → 120,043 125,243 → 0
125,243 → 125 125,243 → 0,243

Math en flèche CM1, ©Nathan

1. Quel est l'objectif poursuivi par cette activité ?
2. Quelles erreurs des élèves sont prévisibles ?
3. Proposez, pour les élèves en difficultés, des exercices préalables.
4. Quel(s) avantage(s) (ou inconvénient (s)) voyez-vous à l'utilisation de la calculatrice relativement à l'objectif
visé par cette activité ?

- Corrigé de l'exercice 4

1. Objectif poursuivi

Cette activité vise à faire identifier la valeur positionnelle des chiffres dans l'écriture à virgule d'un nombre décimal (la valeur du « 2 » juste après la virgule est « 2 dixièmes » qui s'écrit 0,2) .

2. Erreurs prévisibles

Les difficultés des élèves peuvent provenir :
- de la maladresse à utiliser la calculatrice, par exemple l'utilisation de la touche « . » pour la virgule, d'une frappe erronée du nombre initial ou du signe opératoire adéquat ;
- du fait qu'ils ne tiennent pas compte de la valeur des chiffres mais seulement du « graphisme » (cf.question1).

Exemple

Dans le premier calcul, si l'élève tape « – 2 », il n'obtiendra pas 125,043 mais 123,243.

3. Aide aux élèves en difficultés

- s'il s'agit de difficultés à utiliser correctement les touches, on pourra donner, à titre d'entraînement, des calculs rapides et variés (que les élèves maîtrisent mentalement) entre entiers ;
- s'il s'agit d'erreurs liées à la valeur positionnelle des chiffres dans un nombre, on pourra proposer des exercices semblables mais entre entiers, en prenant soin de faire verbaliser.

Exemple

Pour passer de 8 765 à 8 065, il faut enlever « 7 centaines », qu'on écrit « 700 » donc frapper sur les touches « – », « 7 », « 0 », « 0 ».

On abordera ensuite les décimaux progressivement, en commençant par des nombres comportant un seul chiffre après la virgule, toujours en faisant le lien entre les désignations orales et les écritures chiffrées : 1 dixième s'écrit 0,1 ; 3 dixièmes 0,3…

4. Avantages de l'utilisation de la calculatrice

On rappelle que l'utilisation de la calculatrice figure dans les programmes de l'école primaire dès le cycle 2.

Dans l'activité proposée, la calculatrice permet à l'élève :

- de prendre en charge, lui-même, son travail : si le « bon » nombre s'affiche, il peut valider sa procédure ; s'il obtient un autre nombre, il doit la remettre en cause puis recommencer ;
- de disposer d'une évaluation immédiate, ce qui n'est pas le cas d'une activité papier/crayon. De fait, il peut se corriger plus rapidement et éviter de répéter (avec le risque de fixer) ses erreurs.

Relativement à la notion en jeu, la calculatrice permet à l'élève « d'explorer » davantage de cas qu'avec un support papier et, ainsi, de mieux la maîtriser. .

4. Thème 4. Les problèmes pour apprendre à chercher

- **Exercice 2 - Problème de monnaie au CM (analyse de supports d'enseignement)**

Un enseignant propose l'énoncé suivant à ses élèves :

« Dans son porte-monnaie, Nathan a moins de 10 pièces, toutes de 50 cents ou 2 €. Je sais qu'il a au moins 12 euros. Combien de pièces de chaque sorte peut-il avoir ? »

1. Dans quel cycle et à quel niveau un professeur des écoles peut-il proposer cet énoncé à ses élèves ?
2. Quels sont alors les objectifs de l'enseignant ?
3. Comment peut-il organiser la séance ?
4. Quelles difficultés cet énoncé présente-t-il pour les élèves ?
5. Quelles procédures de résolution un élève peut-il mettre en œuvre ?
6. Y a-t-il des arguments en faveur de la mise à disposition de la calculatrice pour résoudre le problème ? Dans quel(s) cas ? Avec quel(s) objectif(s) ?

- Corrigé de l'exercice 2

Amorcez la recherche du problème ; vous en mesurerez la difficulté pour un élève de primaire et anticiperez les procédures possibles de résolution.

1. Cycle et niveau

Cet exercice peut être proposé au cycle 3, en fin de CM1 ou CM2 (et en 6^{e}).

2. Objectifs de l'enseignant

Les objectifs de l'enseignant sont principalement d'ordre méthodologique, il souhaite développer chez les élèves les capacités à trouver une solution personnelle à un problème pour lequel on ne dispose pas de procédure connue de résolution, organiser sa recherche (par exemple : essais et ajustements) et en présenter le résultat, s'exprimer devant un groupe et écouter autrui, argumenter.

3. Organiser de la séance

Les étapes possibles du déroulement de la séance sont les suivantes :

- familiarisation : les élèves prennent connaissance de l'énoncé et l'enseignant s'assure de la bonne compréhension de la situation, en levant les obstacles linguistiques et en questionnant les élèves à partir d'exemples numériques (« Nathan peut-il avoir 5 pièces de 50 cents et 6 pièces de 2 € ? 3 pièces de 50 cents et 4 pièces de 2 € ? Pourquoi ? ») ;
- recherche individuelle : il est important que chaque élève, individuellement, entame une réflexion sur le problème posé ;
- travail en groupe : c'est le moment de la confrontation des procédures. Pour que ce moment soit le plus fructueux possible, l'enseignant doit optimiser le temps de réflexion individuel (pas trop court : il faut que

tous les élèves aient le temps de s'engager dans la résolution ; pas trop long : si un élève rapide a résolu seul le problème, il ne perçoit pas l'intérêt d'en discuter ou alors cherche à imposer sa procédure de résolution aux autres) et la composition des groupes. Ce travail doit déboucher sur une production écrite ;
- échanges et débats : chaque groupe présente sa procédure de résolution. Le débat peut porter sur la validité des procédures, les difficultés rencontrées ;
- synthèse avec le groupe classe sur des aspects méthodologiques ou notionnels.

4. Difficultés de l'énoncé

Les expressions « moins de... » et « au moins » peuvent poser des difficultés à certains élèves, d'où l'intérêt du questionnement illustré par des exemples en phase de familiarisation (voir question précédente).
Par ailleurs, le fait qu'il y ait plus d'une solution est souvent un obstacle pour les élèves, habitués à ce que tout problème ait une solution unique. L'enseignant devra préciser la consigne : s'agit-il de trouver une solution ? Le maximum de solutions ? Toutes les solutions ?

5. Procédures de résolution

Considérons qu'il s'agisse de trouver toutes les solutions (situation la plus riche). Une résolution algébrique est possible, mais elle n'est pas à la portée d'élèves de l'école élémentaire.

Au cycle 3, un élève peut envisager successivement les deux contraintes, c'est-à-dire : lister toutes les façons possibles d'avoir moins de 10 pièces, en ayant uniquement des pièces de 50 cents et de 2 € (55 possibilités), puis calculer la somme totale possédée dans chaque cas afin de ne garder que les répartitions correspondant à la contrainte « avoir au moins 12 € ».

Une autre procédure possible consiste à fixer une des deux inconnues, puis à faire varier l'autre. Par exemple, si je suppose que Nathan a 2 pièces de 50 cents, combien peut-il avoir de pièces de 2 € ? Réponse : au maximum 7, car il ne peut avoir plus de 9 pièces en tout, et au minimum 6, car $5 \times 2 + 2 \times 0{,}5 = 11$(euros) et
$6 \times 2 + 2 \times 0{,}5 = 13$ (euros). Nathan peut donc avoir 2 pièces de 50 cents et 6 pièces de 2 €, ou encore 2 pièces de 50 cents et 7 pièces de de 2€.

Une variante systématisée de cette procédure consiste à :
- soit fixer le nombre de pièces de 50 cents, en commençant par 0, puis 1, puis 2... pour se rendre compte que Nathan ne peut avoir plus de 4 pièces de 50 cents ;

- soit fixer le nombre de pièces de 2 €, en commençant par 9, puis 8, puis 7… pour se rendre compte que Nathan ne peut avoir moins de 5 pièces de 2 €.

6. Mise à disposition de la calculatrice

Pour ce type de problèmes, l'utilisation de la calculatrice permet de décharger les élèves de l'aspect calculatoire de la résolution, dans le but de se centrer sur le raisonnement et la procédure à l'œuvre. Dans le problème qui est proposé ici, l'aspect calculatoire ne requiert pas de grande virtuosité et le nombre d'essais n'est pas trop important, sauf à utiliser la première procédure évoquée à la question 5. L'usage de la calculatrice semble donc peu pertinent ici, sauf pour venir en aide à des élèves en difficultés en calcul (différenciation pédagogique).

5. Thème 5. Le calcul, les 4 opérations

- Exercice 2 - Séance de calcul mental en début de cycle 3

En CM1 lors d'une séance de calcul mental l'enseignant écrit au tableau le calcul à faire. Après un moment de recherche, au signal, les enfants écrivent leur résultat sur l'ardoise et lèvent leur ardoise. L'enseignant demande à certains enfants d'expliquer comment ils ont obtenu leur résultat. Vous trouverez les réponses et les explications orales fournies par 10 enfants ci-après.

1) Repérer les élèves ayant commis des erreurs puis analyser leurs erreurs et les procédures qu'ils ont utilisées.

2) Relever trois procédures qui ont permis d'obtenir le résultat escompté. Par quelles propriétés ou règles de la multiplication chacune d'elles se justifie-t-elle ?

Calcul à faire : 18 x 5

Albert	sur l'ardoise: 90: explications : 18 c'est presque 20, je calcule 20 x 5, c'est 100. Il faut enlever 5 et encore 5.
Bérénice	sur l'ardoise : 90 explications : 18 plus 18 ça fait 36 et encore 36, 72, et encore 18, 90.
Cindy	sur l'ardoise : 45 explications : je compte 5 fois 8 quarante et 5 fois 1 cinq. Ça fait 45.

Djamel	sur l'ardoise: 90 explications : 5 c'est la moitié de 10, je fais 18 multiplié par 10 ça fait 180 puis je prends la moitié 50 et 40.
Elvis	sur l'ardoise : 94 explications : j'ai posé l'opération dans ma tête: 5 fois 8 quarante, 0 et je retiens 4, 5 fois 1 cinq et 4 neuf.
Fatouma	sur l'ardoise : 90 explications : j'ai fait 20 moins 2 égal 18, 20 fois 5, 2 fois 5 dix et cent moins 10 ça fait 90.
Gaëlle	sur l'ardoise : 90 explications : 18 fois 5 c'est comme 9 fois 2 fois 5.
Hugo	sur l'ardoise : 540 pas d'explications.
Iris	sur l'ardoise : 72 explications : 18 plus 18, 36 plus 18 c'est comme 20 moins 2 ça fait 54, plus 18, 72 plus 18; 90. J'avais faux.
Jules	sur l'ardoise : 90 explications : 10 multiplié par 5 cinquante, 8 multiplié par 5 quarante, 40 plus 50, 90.

- Corrigé de l'exercice 2

Ce sujet vise à vérifier que vous savez ce qu'on entend par « calcul mental » (mémorisation de résultats et/ou mise en œuvre de (plusieurs) procédures « habiles » pour obtenir un résultat) et que vous connaissez les propriétés de la multiplication.

1. Relevé et analyse des erreurs

Quatre élèves : Cindy, Elvis, Hugo et Iris ont commis des erreurs.

- Cindy pose mentalement la multiplication : elle multiplie 5 par 8 puis 5 par 1 et elle additionne les deux résultats (40 + 5 = 45). Elle a assimilé une dizaine à une unité simple : elle a effectué 5 × (8 + 1) au lieu de 5 × (8 + 10).
- Elvis pose aussi mentalement la multiplication (il l'indique). Il effectue les produits partiels (5× 8 et 5× 1) sans erreur mais « écrit » comme chiffre des unités la retenue 4 (au lieu de 0).
- Hugo n'explique pas sa réponse. Le résultat semble être la juxtaposition des deux produits partiels qu'il a effectués : il pense

probablement : « cinq fois un cinq» et « cinq fois huit quarante » ; puis, transcrit, dans l'ordre, ces résultats (540).
- Iris utilise l'addition itérée (18× 5 = 18 + 18 + 18 + 18 + 18) mais elle contrôle mal le nombre de termes et en oublie un : elle obtient par conséquent 72. Elle corrige son erreur quand elle explique oralement son calcul. On peut relever qu'elle transforme le calcul « +18 » par « 20 – 2 » (calcul mental réfléchi).

2. Trois procédures ayant permis d'obtenir le résultat. Propriétés ou règles mises en œuvre

Voici cinq procédures (se limiter aux trois demandées le jour du concours).

- Albert et Fatouma décomposent soustractivement 18 puis utilisent la propriété de distributivité de la multiplication par rapport à la soustraction : 18×5 = (20 - 2) ×5 = (20×5) - (2× 5).

Albert effectue (20× 5) -5-5 = 100-5-5. Fatouma calcule 20 ×5 en effectuant 2× 5 = 10 et en « écrivant » un zéro à droite (« cent ») ; elle utilise la règle de la multiplication d'un entier par 10, 100, 1000…qui consiste à écrire des zéros à droite du nombre puis elle retranche directement 10 (résultat de 2× 5) à 100.

- Gaëlle décompose multiplicativement 18 puis utilise la propriété d'associativité de la multiplication. Elle effectue : 18×5 = (9× 2) × 5 = 9× (2×5) = 9×10 = 90.
- Jules décompose additivement 18 puis utilise la propriété de distributivité de la multiplication par rapport à l'addition : 18× 5 = (10 + 8) ×5 = (10×5) + (8×5) = 50+40 = 90.
- Djamel utilise deux règles de calcul qui seront formalisées au collège : « multiplier par cinq revient à multiplier par dix puis à diviser le résultat obtenu par deux » et « diviser une somme par un nombre revient à diviser chaque terme de la somme par ce nombre puis à additionner les quotients obtenus ». Son calcul se traduit par : 18 ×5 = 18× (10:2) = (18×10):2 = 180:2 = (100+80):2 = (100:2) + (80:2) = 50+40 = 90.
- Bérénice utilise l'addition itérée (comme Iris), mais sa procédure de calcul utilise la propriété d'associativité de l'addition. Elle traduit 18× 5 par 18 + 18 + 18 + 18 + 18 puis effectue : (18 + 18) + (18 + 18) + 18 = 36 + 36 +18 = (36 + 36) + 18 = 72 + 18 = 90.

- ## Exercice 3 – Jeu de cible en CP pour calculer des sommes

La situation décrite en annexe ci-après est proposée à 24 élèves de CP. Elle consiste en une suite de jeux de cible répondant à des règles différentes. Pour chaque règle, les élèves peuvent effectuer plusieurs parties. Les éléments matériels du jeu sont constitués d'une cible dessinée au sol ou sur un mur et de balles en caoutchouc. Les joueurs sont les élèves de la classe.

Dans cette classe de CP, les élèves savent pour la plupart :

- énumérer les nombres entiers jusqu'à 50 environ ;
- additionner des petits nombres ;
- comparer deux nombres et justifier leur résultat en calculant l'écart.

1. Citer trois variables didactiques susceptibles d'entraîner un changement de procédure des élèves dans ce jeu. Justifier.

2. On s'intéresse dans cette question à la situation relative à la 1re règle du jeu. En quoi consiste le travail des élèves ? S'agit-il d'un contrôle d'acquis ou d'un apprentissage ?

3. On s'intéresse dans cette question à la situation relative à la 2^{e} règle du jeu.

a. Quel est le but de cette séance ?

b. Comment procéderait un élève de CE1 pour résoudre ce problème ?

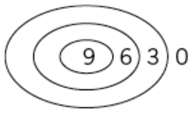
4. On s'intéresse dans cette question à la situation relative à la 3^{e} règle du jeu.

a. Quelle est l'opération mise en jeu dans cette situation-problème ?

b. Quelle nouvelle règle du jeu peut-on introduire pour que les élèves travaillent sur un autre registre de nombres ?

Annexe

JEU DE CIBLE



1re règle du jeu : le jeu est individuel. Chaque joueur lance la balle 3 fois. Il marque à chaque lancer le nombre de points indiqué par la zone de la cible que la balle a touchée. Le gain d'un joueur est le total des points marqués aux trois lancers.
Le gagnant est celui qui a gagné le plus de points.
Consigne : 1. Jouer.
2. Ordonner les 24 joueurs du gagnant au perdant.

2e règle du jeu : les joueurs sont groupés par équipes de 4. Chaque joueur lance la balle trois fois. Le score d'une équipe est constitué de 12 nombres : les 3 scores de chacun des 4 joueurs.
L'équipe gagnante est celle qui totalise le plus de points.
Consigne : 1. Jouer.
2. Ordonner les équipes, de la gagnante à la perdante.
Scores réalisés par 3 équipes sur les 6 :

Adrien	6	6	6
Pierre	9	3	6
Solène	6	0	9
Nicolas	9	3	0

Laura	6	9	0
Fanny	3	6	9
Marine	3	0	3
Hélène	9	9	3

Claire	9	9	6
Anthony	6	6	9
Alexandre	0	0	0
Julien	3	3	6

3e règle du jeu : Il s'agit de marquer 18 points ou de s'en rapprocher le mieux possible. Les joueurs sont en équipes de 4. Chaque joueur lance la balle une fois.

- Corrigé de l'exercice 3

1. Trois variables didactiques

Le jeu de la cible est un support classique et riche. Il peut se pratiquer (réellement puis fictivement) à différents niveaux (d'où l'intérêt de poser la question des variables) : par exemple, en fin de cycle 2, en début de cycle 3, en proposant des zones qui soient des puissances de 10 (1, 10, ….10 000, …) on peut travailler la décomposition canonique des grands nombres.

On peut citer :

- la taille des nombres : si les nombres sont très petits, on favorise l'utilisation de résultats mémorisés (compléments à 10, somme de doubles) ; si au moins l'un des nombres à ajouter est petit, le surcomptage est privilégié. En CP, si les nombres sont grands, les

procédures par comptage sont favorisées, soit en représentant les collections (les points obtenus), soit en utilisant une file numérique ;
- le nombre de données numériques à traiter : nombre de lancers, nombres de gains à ordonner. S'il est important, les procédures de comptage, longues et fastidieuses, devraient être délaissées au profit de procédures par calcul ;
- la désignation des nombres : si on peut représenter matériellement les gains (jetons), on favorise les procédures par comptage et les comparaisons des scores par correspondance terme à terme. Si le matériel n'est pas disponible, on favorise les procédures numériques.

2. Situation relative à la règle 1

- Le travail des élèves se déroule en deux temps :
  -Tâche individuelle : lancer trois fois la balle ; marquer (écrire) les trois nombres « touchés » et calculer leur somme pour déterminer le gain de la partie ;
  - Tâche collective : regrouper tous les résultats individuels (au tableau, par exemple) et ranger les nombres dans l'ordre décroissant.

- Les compétences en jeu dans l'activité ayant déjà été travaillées dans cette classe, l'activité ne vise donc pas un apprentissage notionnel nouveau. Cette activité permet d'appliquer et de consolider les apprentissages en calculs additifs. Cependant, la 2e consigne va faire apparaître la nécessité de s'organiser (apprentissage d'ordre méthodologique) pour déterminer le classement des joueurs : nécessité de disposer visuellement de tous les résultats, de les barrer au fur et à mesure (ou de les pointer), de prendre en compte le cas des « *ex-æquo* ».

Ce n'est pas une situation d'évaluation : un contrôle des acquis se ferait plutôt à l'écrit à partir de parties simulées (après que les élèves aient effectivement joué).

3. Situation relative à la règle 2

a. But de la séance : cette séance en groupe a pour but essentiel de faire calculer des sommes ayant un grand nombre de termes (12).
b. Procédure d'un élève de CE1 : il peut calculer mentalement son gain (somme de 3 nombres inférieurs à 10) puis poser une addition en colonnes pour déterminer le score de son équipe. En fin de CE1, dans le cas d'égalité de score au sein d'une équipe, l'élève peut utiliser le signe multiplicatif.
Exemple des 12 gains des joueurs du 1er groupe :
(6, 6, 6, 9, 3, 6, 6, 0, 9, 9, 3, 0) ; le score de l'équipe peut être calculé :

$3 \times 9 + 5 \times 6 + 2 \times 3 = 27 + 30 + 6 = 63$.

4. Situation relative à la règle 3

a. Ici, il faut évaluer après chaque lancer l'écart entre le total obtenu et le nombre cible (18), de façon à déterminer les zones de la cible que l'on doit essayer d'atteindre au prochain lancer. L'opération mise en jeu est donc la soustraction (retrancher le score déjà obtenu à 18) ou l'addition à trous (recherche du complément du total déjà obtenu à 18).

b. On peut modifier le nombre cible à atteindre et les nombres des zones de tir. Les enfants sachant énumérer les nombres jusqu'à 50 (énoncé), on pourrait proposer une cible contenant des entiers à 2 chiffres (20 – 15 – 10 – 5) et demander aux élèves d'atteindre 50 ou 40 ou 30 par addition ou soustraction des nombres atteints aux lancers. À chaque étape, ils devront essayer d'exprimer le nombre cible comme somme ou comme différence du total partiel et d'un nombre de la cible.

- Exercice 4 - Problème de partage équitable

  Voici un problème qui a été donné à des élèves et les solutions les plus rencontrées :

Martine a 218 crayons. Elle les distribue aux 17 élèves de la classe de façon équitable. Combien chaque élève en recevra-t-il ?

Solution d'Alain

$$\begin{array}{rrl} & 218 & \\ - & 170 & \leftarrow \text{10 crayons} \\ \hline & 048 & \\ - & 34 & \leftarrow \text{2 crayons} \\ \hline & 14 & \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & 17 \\ \times & 12 \\ \hline & 34 \\ & 170 \\ \hline & 204 \end{array}$$

Ils auront 12 crayons chacun et il reste 14 crayons dans un coin.

Solution de Bernadette

$$\begin{array}{rr} & 218 \\ - & 17 \\ \hline & 201 \end{array}$$

On donne un crayon par élève et il lui en reste 201.

Solution de Claire

$$\begin{array}{rr} & 17 \\ \times & 50 \\ \hline & 850 \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & 17 \\ \times & 30 \\ \hline & 510 \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & 17 \\ \times & 20 \\ \hline & 340 \end{array}$$

$$\begin{array}{rr} & 17 \\ \times & 10 \\ \hline & 170 \end{array}$$

$$\begin{array}{rr} & 17 \\ \times & 15 \\ \hline & 85 \\ + & 170 \\ \hline & 255 \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & 17 \\ \times & 13 \\ \hline & 51 \\ + & 170 \\ \hline & 221 \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & 17 \\ \times & 12 \\ \hline & 34 \\ + & 170 \\ \hline & 204 \end{array}$$

Chacun des enfants aura 12 crayons.
Il reste 14 crayons

Solution de Daniel

$$\begin{array}{rr} & 17 \\ \times & 19 \\ \hline & 153 \\ + & 170 \\ \hline & 323 \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & 18 \\ \times & 17 \\ \hline & 126 \\ + & 180 \\ \hline & 306 \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & 14 \\ \times & 17 \\ \hline & 98 \\ & 140 \\ \hline & 238 \\ - & 17 \\ \hline & 221 \\ - & 17 \\ \hline & 204 \end{array}$$

Martine donne 12 crayons à chaque élève.

1. Quels sont les deux objectifs spécifiques du professeur d'école qui a proposé cette situation ?
2. Quelles sont les connaissances devant être acquises par les élèves avant ce travail ?
3. a. Analysez la procédure utilisée par chacun des élèves : démarche de l'élève et détection des erreurs éventuelles.
b. Au vu des procédures des élèves, à quel cycle et à quel niveau de ce cycle ce problème peut-il avoir été donné ?
4. Imaginez, à ce stade d'apprentissage, deux autres « procédures élève » classiques que peuvent proposer des élèves du niveau repéré à la question 3b.
5. Lors de la mise en commun, parmi les quatre productions des élèves, quelle procédure peut-on privilégier ? Justifiez votre réponse.

- Corrigé de l'exercice 4

Le problème est une situation de partage équitable, donc de division. Il s'agit d'une situation de division-partition car la valeur d'une part (le nombre de crayons par élève) est inconnue. La solution s'obtient en calculant le quotient euclidien de 218 par 17 (12).

1. Deux objectifs spécifiques du professeur

Il s'agit d'une situation de division. On observe qu'aucun des élèves n'utilise la technique posée « en potence » ; on peut en déduire qu'ils ne la connaissent probablement pas encore. Aussi, on peut penser que les deux principaux objectifs visés sont :

- être capable de reconnaître une situation de division (partage équitable) ;
- être capable de calculer un quotient euclidien par une procédure personnelle, en utilisant les opérations connues.

2. Connaissances devant être préalablement acquises

Avant d'aborder la division posée, les élèves doivent connaître :

- les techniques opératoires de l'addition, la soustraction et la multiplication ;
- la « règle des zéros » pour la multiplication (multiplier mentalement un entier par 10, 100) ;
- les tables de multiplication (pour les résultats non mémorisés : savoir utiliser la table de Pythagore ou savoir retrouver les produits par calcul réfléchi) ;
- la notion de multiple d'un nombre (savoir encadrer un nombre entre deux multiples consécutifs d'un entier donné).

Il est, de plus, nécessaire que les élèves maîtrisent le principe de la numération décimale (valeur des chiffres selon leur position)).

3. a. Analyse de la procédure de chacun

Alain retranche à 218 des multiples de 17 jusqu'à obtenir un reste inférieur à 17. Il retranche d'abord un multiple de 17 facile à calculer ($17 \times 10 = 170$), puis un multiple de 17 qu'il peut aussi calculer mentalement ($17 \times 2 = 34$). Il en déduit qu'on peut donner 12 crayons (10 + 2) à chaque élève et qu'il reste 14 crayons.

Cette démarche est valide, elle correspond à la solution pratique suivante : on donne d'abord 10 crayons à chaque élève (il reste 48 crayons), puis 2 crayons à chaque élève, il reste 14 crayons. Alain vérifie ensuite son résultat en posant la multiplication : 17×12 (= 204).

Bernadette pose une soustraction qu'elle interprète correctement (on donne 1 crayon à chaque élève, il reste 201 crayons). Elle considère vraisemblablement que résoudre un problème c'est faire une opération ; elle ne conçoit pas la résolution d'un problème comme la construction d'une suite d'actions conduisant au résultat.

Claire encadre progressivement 218 par deux multiples successifs de 17. Elle procède par essais et ajustements, sans erreur de calcul. Sa recherche est organisée et s'appuie sur des produits faciles à calculer (règle des zéros) :

17 × 50 (= 850) est trop grand ;
17 × 30 (= 510) est trop grand ;
17 × 20 (= 340) est trop grand ;
17×10 (=170) est trop petit.

Elle utilise alors le nombre 15 situé « à égale distance » de 10 et de 20 :
17 × 15 (= 255) trop grand ; 17 × 13 (= 221) trop grand ; 17 × 12 = (204) trop petit.

Ayant encadré 218 par deux multiples successifs de 17 (17 × 12 < 218 < 17 × 13), elle s'arrête et conclut correctement en calculant mentalement le reste (14).

Daniel recherche un multiple de 17 proche de 218 de façon empirique : il pose successivement 17 × 19, 18 × 17 puis 14 × 17 = 238. À partir de ce résultat, il procède à des ajustements en retranchant 17 :
238 – 17 = 221 (221 = 17 × 13, une fois de moins) ;
221 – 17 = 204 (204 = 17 × 12, une fois de moins).

Il a implicitement encadré 218 par deux multiples successifs de 17, comme Claire. Sa réponse est juste ; il n'indique pas le reste (qui n'était pas demandé).

b. Cycle et niveau

Les élèves maîtrisent la technique opératoire de la multiplication à deux chiffres qui relève du CE2. En revanche, ils ne connaissent pas encore la technique de la division par un nombre à deux chiffres, qui s'apprend généralement au CM1 ; aussi, on peut penser que ce problème a été posé au début du cycle 3.

4. Deux autres « procédures élève » envisageables

La question vise à vérifier votre propre connaissance de la résolution de problèmes de division (détermination d'un quotient et d'un reste) par des procédures non expertes, classiquement utilisées avant l'apprentissage de la division posée en colonnes (et la maîtrise de la multiplication). Ces procédures par additions et soustractions successives du diviseur sont longues…d'où l'intérêt de les faire évoluer !

Les élèves peuvent proposer deux procédures qui traduisent en termes mathématiques la distribution des crayons un par un.

- *Les soustractions successives* : on part du nombre total de crayons (218) et on retranche répétitivement 17 autant de fois que possible (jusqu'à un résultat inférieur à 17), puis on compte le nombre de soustractions effectuées :

218 – 17 = 201	150 – 17 = 133	82 – 17 = 65
201 – 17 = 184	133 – 17 = 116	65 – 17 = 48
184 – 17 = 167	116 – 17 = 99	48 – 17 = 31
167 – 17 = 150	99 – 17 = 82	31 – 17 = 14

On a retranché 12 fois 17.
Chaque enfant recevra 12 crayons et il en reste 14.
- *Les additions successives* : même principe, mais on part de 0. On ajoute successivement 17, sans dépasser 218, puis on compte combien de fois on a pu ajouter 17 :

0 + 17 = 17	68 + 17 = 85	136 + 17 = 153
17 + 17 = 34	85 + 17 = 102	153 + 17 = 170
34 + 17 = 51	102 + 17 = 119	170 + 17 = 187
51 + 17 = 68	119 + 17 = 136	187 + 17 = 204

On a ajouté 12 fois 17 (204+17 excède 218).
Dans cette procédure le total partiel représente le nombre de crayons déjà distribués, alors que dans la procédure des soustractions successives le total partiel représente le nombre de crayons qui n'ont pas encore été distribués.

5. Procédure à privilégier

Les mises en commun permettent aux élèves de présenter leurs stratégies et de les confronter.

Parmi les quatre productions, la solution de Bernadette étant fausse et celle de Daniel trop empirique, on privilégiera celles d'Alain et Claire.
- La solution d'Alain est la traduction exacte des étapes de la technique de la division qui consiste à retrancher des multiples du diviseur : ici d'abord des « dizaines de fois » le diviseur (10 fois), puis un certain nombre de fois le diviseur (2 fois). À chaque étape on détermine un des chiffres du quotient : ici d'abord le chiffre des dizaines (1) puis le chiffre des unités (2).
- Dans la solution de Claire, l'encadrement du dividende par deux multiples successifs du diviseur permet de bien comprendre le lien entre la division et la multiplication : diviser 218 par 17 c'est chercher le

nombre qui, multiplié par 17, donne 218, c'est-à-dire résoudre le problème : $17 \times ? = 218$
L'encadrement « $17 \times 12 < 218 < 17 \times 13$ » permet de comprendre que ce problème n'admet pas de solution entière. La procédure de Claire est peut être privilégiée en calcul mental (avec un diviseur à un chiffre) : elle permet d'évaluer l'ordre de grandeur du quotient sans le calculer.

6. Thème 6. Proportionnalité

- Exercice 2 - Construire des bandes colorées « équivalentes »
  Cet exercice s'appuie sur les annexes 1 et 2 ci-après :
  - une situation inspirée d'une activité – Les bandes colorées – proposée dans l'ouvrage ERMEL, Apprentissages numériques et résolution de problèmes – CM1, Éditions Hatier (annexe 1) ;
  - les travaux d'un élève, Erwan (annexe 2).
  1. En vous référant aux programmes de l'école primaire, quelle(s) principale(s) compétence(s) est (sont) abordée(s) dans cette activité ?
  2. Citer deux éléments de cette situation qui peuvent avoir une influence sur les procédures mises en œuvre par les élèves.
  3. Décrire les procédures d'Erwan dans ses recherches pour répondre aux consignes des étapes 2 et 3. Préciser les propriétés mathématiques sous-jacentes.
  4. Lors de l'étape 2, l'enseignant a relevé une réponse erronée : 19 R. Pour cette réponse, émettre une hypothèse sur la procédure qui a pu être utilisée par l'élève

Annexe 1

BANDES COLORÉES (période 2) **Fiche de préparation**

• Description rapide

On veut réaliser des bandes en juxtaposant soit des petites bandes bleues d'un certaine longueur, soit des petites bandes rouges d'une longueur différente. La longueur des petites bandes n'est pas donnée, mais les élèves savent qu'en mettant bout à bout 10 bandes bleues, on fabrique une bande de même longueur qu'avec 4 bandes rouges.

Connaissant le nombre de bandes bleues utilisées pour réaliser la même longueur, on cherche combien de bandes rouges sont nécessaires pour réaliser la même longueur.

Remarque : dès le départ, la référence à des longueurs en cm doit être écartée. […]

• Matériel collectif

– Pas d'instruments de mesure.

– Deux bandes blanches de longueur 60 cm.

– Une vingtaine de petites bandes rouges de 7,5 cm et 5 bandes blanches de 30 cm recouvertes, chacune, par 4 bandes rouges de 7,5 cm.

– Une quarantaine de petites bandes bleues de 9 cm et 5 bandes blanches (de 60 cm recouvertes), chacune, par 10 bandes bleues de 3 cm.

Les bandes blanches de 60 cm recouvertes de bandes de couleur sont prévues dans le seul but d'alléger le dispositif expérimental : lorsqu'on veut réaliser au tableau la juxtaposition de 40 bandes bleues, il est plus rapide d'utiliser les assemblages de 10 bandes déjà prévus. Notons aussi que l'assemblage de 10 bandes correspond aux données de la situation (« 10 bandes bleues, c'est la même longueur que 4 rouges »).

• DÉROULEMENT

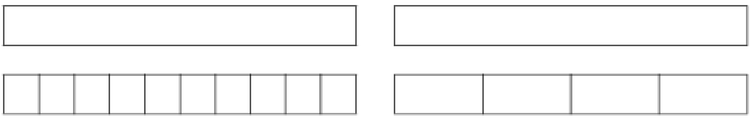
<u>Étape 1 : Présentation collective</u>

Le maître affiche une bande blanche au tableau et demande à un élève de réaliser une même longueur avec des bandes bleues. En plaçant des bandes bleues sous la bande blanche, on constate qu'il faut 10 bleues.

Une deuxième bande blanche est affichée au tableau, à côté de la précédente (voir schéma ci-dessous), après avoir constaté qu'elle a même longueur que la première.

Le maître demande à un élève de réaliser une même longueur avec des bandes rouges. En plaçant les bandes rouges sous la bande blanche, on constate qu'il faut 4 rouges.

Bandes blanches



Bandes bleues 10 B — Bandes rouges 4 R

L'enseignant écrit 10 B et 4 R sous les bandes correspondantes et fait verbaliser : « 10 bleues c'est la même longueur que 4 rouge. » Cette phrase est écrite sur un poster, pour mémoire.

<u>Étape 2 : recherche individuelle</u>

Le maître annonce : « J'ai réalisé une grande bande avec 25 bleues ». Il la montre, puis la cache et écrit au tableau : 25 bleues.

Consigne : *À vous de trouver combien je dois prendre de bandes rouges pour faire une bande de même longueur.*

L'élève dispose d'une feuille individuelle pour effectuer ses recherches. Cette phase de recherche est suivie d'une mise en commun. Les résultats 5 B ➔ 2 R et 25 B ➔ 10 R sont écrits au tableau.

<u>Étape 3 : reprise du problème</u>

Le maître pose la même question que dans l'étape 2, mais avec 15 bleues [puis avec 40 bleues]. L'élève dispose d'une feuille de recherche. La phase de recherche est suivie d'une mise en commun. Les résultats sont écrits.

Ermel, *Apprentissages numériques et résolution de problèmes*, CM1, © Éditions Hatier

Annexe 2

Prénom : ERWAN

Mes recherches :

4 R = 10 B : et j'ai repris 4R = 10B et comme
4R = 10B   8R = 20B et comme 4R = 10B
on'a pris 2 rouge ça faisait la moitié de
10B
10B + 10B + 5B = 25 ça veut dire que
10R = ~~25B~~ 25B

Prénom : ERWAN

Mes recherches :

question

Combien de ~~4~~ bandes rouges faut il pour
trouver 15B et 40B ?

6R = 15B

16R = 40B

6R c'est 15B parce que j'ai enlevé 4R dans 10R et j'ai obtenu 15. 40 j'ai pris 10R ça faisait 25B comme ça fait 25B j'ai ajouter 2R sa faisait 30 j'ai remis 2R ça faisait 35 et j'ai remis 2R ça faisait 40 ça veut dire que j'ai ~~4~~ mis 16R

- Corrigé de l'exercice 2

  1. **La compétence principale** est d'être capable de résoudre des problèmes de proportionnalité faisant intervenir différents objets mathématiques : nombres, mesures, règle de trois, figures géométriques, schémas.

2. Les deux variables didactiques peuvent être choisies parmi les suivantes :
- le rapport entre le nombre de bandes bleues et le nombre de bandes rouges correspondantes. Ici, les nombres 10 et 4 ont un rapport de 2,5 ; ils ne permettent guère le passage à l'unité (coefficient), sans toutefois l'éliminer ;
- les relations arithmétiques entre les nombres exprimant « les longueurs » des bandes bleues. Ici, elles favorisent l'utilisation des propriétés de linéarité (5 B c'est la moitié de 10 B, 25 B c'est le double de 10 B plus la moitié ou 5 fois 5 B...) ;
- la taille des nombres : pour des nombres tels que 25 ou 5, l'élève peut se représenter mentalement (ou par le dessin) les bandes mises bout à bout ; pour de plus grands nombres la résolution se fera essentiellement dans le cadre numérique.

3. Procédure d'Erwan

- Étape 2 : réponse « 10 R = 25 B ». On peut représenter la procédure d'Erwan par un tableau :

4 R	4 R	8 R	2 R	4 + 4 + 2
10 B	10 B	20 B	5 B	10 + 10 + 5

La procédure et la réponse d'Erwan sont correctes. Il utilise de façon implicite les propriétés additive et multiplicative de linéarité :

f(4+4+2) = f(4) + f(4) + f(2) et f (4 / 2) = f(4) / 2
Elles se formalisent par : $f(a + b) = f(a) + b)$ et $f(ka) = k\,f(a)$.

- Étape 3 : réponses « 6 R = 15 B » et « 16 R = 40 B »
On peut représenter les procédures par les tableaux suivants :

10 R	4 R	10 – 4
25 B	10 B	25 – 10

Sa réponse est correcte. Il utilise le résultat trouvé à l'étape 2 et utilise à nouveau de façon implicite la propriété additive de linéarité.

10 R	2 R	10 + 2	2 R	12 + 2	2 R	14 + 2
25 B	5 B	25 + 5	5 B	30 + 5	5 B	35 + 5

La réponse d'Erwan est correcte : pour 40 B, il trouve 16 R. Il utilise à nouveau implicitement la propriété additive de linéarité.

4. Hypothèse sur la procédure erronée

L'élève qui fournit la réponse erronée 19 R (pour 25 B) a sans doute raisonné ainsi :
« 10 B → **4** R ; pour passer de 10 B à 25 B on ajoute **15**
d'où 25 B → **4** + **15** = 19 ».
La procédure utilisée est le modèle additif erroné :
$f(10 + 15) = f(10) + 15$.

7. Thème 7. Gestion de données

- **Exercice 2 – Exploiter des graphiques variés au cours moyen**
  Les questions portent sur les deux documents en **annexe 2** et **annexe 3**.
  Annexe 2 : extrait d'*Objectif calcul CM1* Hatier (séquence 32).
  Annexe 3 : extrait correspondant du *Livre du maître*.
  1. Analyse de la séquence 32
  a. L'objectif de la séquence a été dissimulé. D'après vous, quelles sont les compétences que l'on cherche à développer chez les élèves à travers les activités proposées dans cette séquence ?
  b. Par rapport à ces compétences, quel est l'intérêt de chacun des exercices 1, 2, 3 et 4 ?
  c. Faire une analyse critique et argumentée des questions posées dans l'activité de découverte.
  2. Analyse de l'extrait du livre du maître (relatif à la séquence 32)
  a. Quel est l'intérêt pédagogique et quelle est la fonction didactique de « l'activité collective » décrite dans le livre du maître ?
  b. Dans ce document, il est prévu une « activité individuelle ou en groupes », quel est selon vous l'objectif de cette activité pour le professeur, quelles compétences cherche-t-il à développer chez les élèves ? Selon vous est-il préférable de conduire ce travail individuellement ou en groupes ? Justifier.

Annexe 2

- Découverte

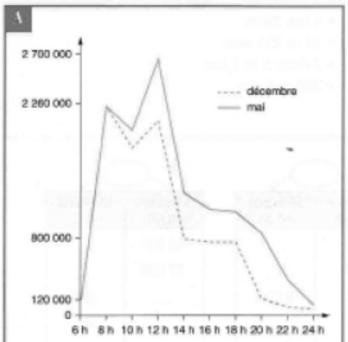
Il existe de très nombreuses façons de communiquer des informations.

1. Observe ces graphiques.

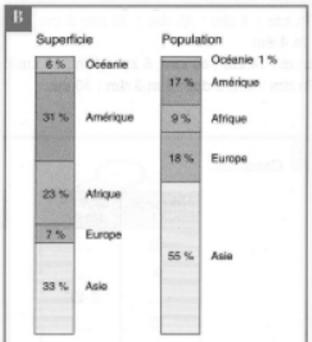
2. Essaie de les lire et de les comparer.

3. Quels renseignements donnent-ils ?

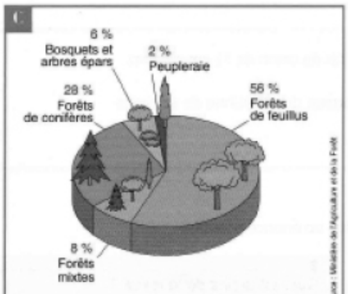
4. Essaie de traduire ces renseignements par des tableaux de nombres.



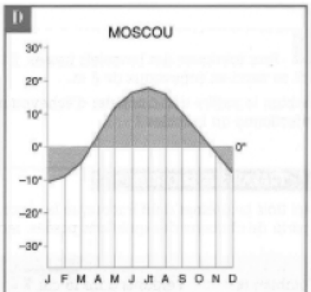
Nombre d'auditeurs d'une station de radio suivant les heures de la journée



Superficie et population des continents



La forêt française

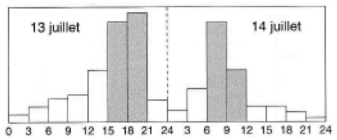


Les températures à Moscou

Objectif calcul CM1, Séquence 32, Hatier

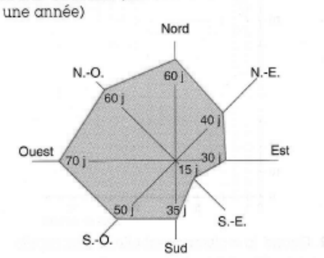
- Exercices et problèmes

1 **Graphique donnant le trafic des automobiles en fonction de l'heure**



a/ Que représentent les nombres de 0 à 24 ?
b/ Que représente la hauteur de chaque colonne ?
c/ Quelles sont les périodes où il y aura le plus de départs ?

2 **Graphique de la présence des vents selon leur direction** (dans les Yvelines et sur une année)

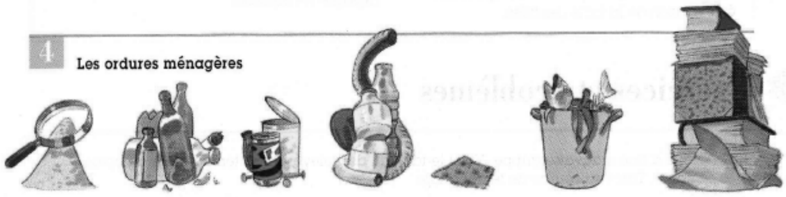


a/ Quels renseignements lis-tu sur ce graphique ?
b/ Combien y a-t-il de jours sans vent ?
c/ Représente tous ces renseignements dans un tableau.

3 **« Thermomètre » du bruit**

a/ Quels renseignements ce graphique donne-t-il ?
b/ Représente ces renseignements sous une autre forme.

4 **Les ordures ménagères**



Éléments fins et divers | *Verre 12 %* | *Métaux 6 %* | *Matières plastiques* | *Textiles 2 %* | *Matières putrescibles 25 %* | *Papiers cartons*

a/ Quels renseignements ce document donne-t-il ? **b/** Représente ces données par un graphique.

Objectif calcul CM1, Séquence 32 (suite), Hatier

Annexe 3

DÉCOUVERTE

PREMIÈRE PHASE

- Activité collective

Laisser les enfants observer la page ; solliciter leurs remarques et leurs commentaires. Demander s'ils ont déjà rencontré des graphiques, où et dans quelles circonstances.
Rappeler la signification du mot « graphique » ; c'est un mode de représentation de diverses informations.
L'expression « lire un graphique » signifie chercher des informations contenues dans le graphique afin de répondre à certaines questions.
Ce mode de représentation a d'ailleurs été vu dans la partie « Problèmes » ; c'est donc ici l'occasion d'un réinvestissement des connaissances.

- Travail individuel ou en groupe

Donner à chaque enfant ou à chaque groupe le premier graphique.
Consigne : « Observez bien le graphique mis à votre disposition. Essayez de comprendre ce qu'il représente. Puis rédigez des questions auxquelles ce graphique permet de répondre. »
Les enfants rédigent les questions, puis échangent deux par deux ou de groupe à groupe le graphique et les questions rédigées.
L'enfant ou le groupe qui reçoit les documents doit répondre aux questions posées.

- Mise en commun

Recensement des questions posées, étude de leur pertinence par rapport au graphique : le document permet-il de répondre aux questions posées ?

- Conclusion

— sur le mode de construction du graphique ;
— sur la signification des nombres placés sur les axes ;
— sur la méthode adoptée pour les lire.

Le nouvel objectif calcul CM1, extrait du livre du maître relatif à la séquence 32

- Corrigé de l'exercice 2

1.a. Compétences que l'on cherche à développer

(elles figurent dans le livre du maître)

- Lire diverses représentations graphiques, c'est-à-dire trouver les informations qu'elles contiennent ;
- Organiser les informations sous forme de tableaux de nombres ;
- Construire un graphique correspondant à un ensemble d'informations. »

b. Intérêt de chacun des exercices de 1 à 4

- Les exercices 1,2 et 3 contiennent des graphiques variés. Les questions posées consistent à prélever et exprimer les informations qu'on peut y trouver.

- L'exercice 2 demande en plus la construction d'un tableau.
- Dans l'exercice 3 il faut construire un graphique d'un autre type que celui fourni.
- L'exercice 4 donne des informations sur les ordures ménagères sous forme d'images légendées (répartition en pourcentage) et il est demandé de traduire ces données par un graphique.

Ces quatre exercices sont pertinents par rapport aux compétences visées (*cf. question 1a*).

c. Analyse des questions posées dans l'activité de découverte

Question 1 : il ne s'agit pas d'une question. La consigne « observe » n'indique pas à l'élève ce qu'on attend de lui.

Question 2 : elle lance l'activité des élèves dans deux voies qui n'ont pas de lien évident entre elles :

- lire les graphiques : c'est trouver pour chacun des 4 graphiques les informations qu'il contient (nombre d'auditeurs d'une station de radio en fonction des heures de la journée, « poids » (en pourcentage) de chacun des 5 continents en fonction de sa superficie et de sa population, etc.)....C'est en fait ce qui est demandé à la troisième question !
- comparer les graphiques, à défaut de connaître à ce niveau leurs noms (courbes, diagrammes en barres, circulaire...), risque d'amener les élèves à s'exprimer sur leur aspect : « C'est pointu », « C'est rond », « ça monte », « ça descend ».

Question 3 : il s'agit d'une lecture classique des graphiques ; mais, sans précision, il est probable que beaucoup d'élèves répondront par le titre écrit sous chaque graphique. Des questions plus fermées, comme celles posées dans les exercices suivants, correspondraient à ce qui est implicitement attendu.

Question 4 : La tâche est précise, l'élève sait qu'il doit construire des tableaux et y inscrire des informations (numériques et non numériques).

2.a. Intérêt pédagogique de l'activité collective (annexe 3)

Elle sert de « mise en route » pour la séquence. Les graphiques ne sont pas issus d'études menées par les élèves. L'enseignant vise dans cette phase à faire établir un lien entre les quatre situations présentées et des situations proches déjà rencontrées (en classe, lors de recherches documentaires ou...). Les auteurs indiquent bien : « c'est donc l'occasion d'un réinvestissement ».

L’enseignant s’assure de la compréhension de la situation (informations données par les graphiques), de l’appropriation par les élèves du contexte et du sens des questions.
Il en profite pour préciser le vocabulaire : mots ou expressions qui seront utilisés par la suite.

b. Analyse de « l’activité individuelle ou en groupe »

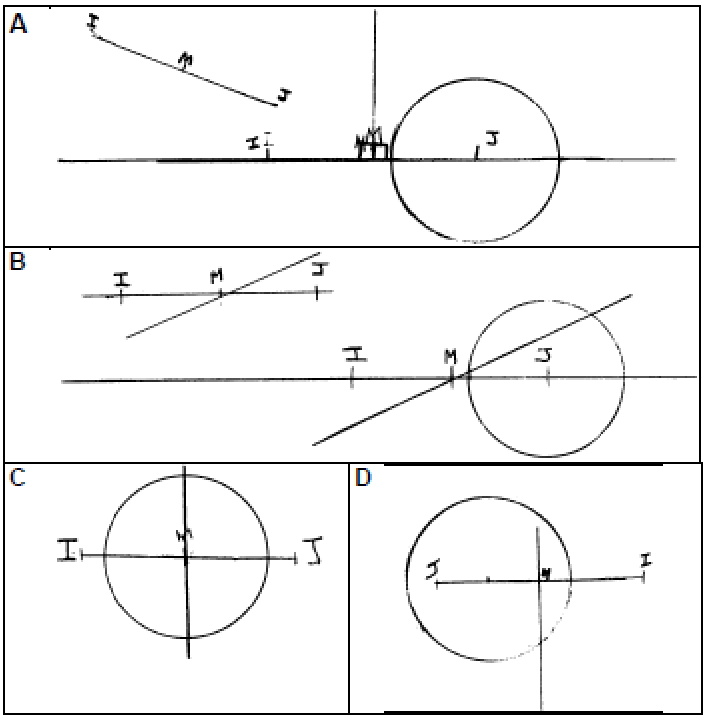
Il est indiqué que cette séquence vise un réinvestissement des connaissances concernant les graphiques c’est-à-dire les modes de présentation des informations.
L’enseignant cherche à développer chez les élèves leurs compétences à « lire le premier graphique » et à utiliser la langue française écrite pour élaborer un questionnement à partir des données qu’il fournit.
Dans le cas d’un travail de rédaction individuel, le recueil des questions posées risque d’être long et fastidieux. Le travail en groupes :
- facilite l’entrée dans la tâche (à plusieurs on a plus « d’idées » que tout seul) ;
- favorise la réussite (les élèves débattent entre eux) ;
- permet de réduire le nombre total de questions dans la classe, ce qui facilite leur exploitation lors de la phase de mise en commun ;
- permet à l’enseignant d’aider les élèves en difficulté : le nombre de groupes est moins élevé que le nombre d’élèves – la supervision s’effectue plus aisément.
Cependant, si les groupes sont trop grands, certains élèves peuvent ne pas s’impliquer suffisamment, ce qui est bien sûr préjudiciable à l’apprentissage. Des groupes de 2 à 4 enfants semblent être un choix judicieux.

8. Thème 8. Géométrie plane

- Exercice 2 – Exécuter un programme de construction
  L’annexe 1 présente des travaux géométriques réalisés par quatre élèves de CM.

1) Relever et analyser les erreurs des productions A, B, C, D.
2) Indiquer à quelles compétences mathématiques renvoie cette activité.
3) Indiquer le (s) concept (s) sous-jacents (s) lié (s) à cette activité.
4) Construire la figure demandée à la règle et au compas (les traits de construction resteront apparents)

Annexe 1
EXERCICE :
1/ Construire un segment [I J] de longueur 5 cm.
2/ Placer le point M, milieu du segment [I J].
3/ Construire la droite perpendiculaire à (I J) passant par M.
4/ Construire le cercle de centre J et de rayon 2 cm.



- **Corrigé de l'exercice 2**
  Question 1 : les erreurs
  Sur le document original les élèves A et C ont tracé un segment [IJ] respectivement de 4,8cm et 5,2cm. Les cercles ont tous un rayon de 2cm.
  - Élève A : Sa réponse comporte deux segments [IJ] et deux points M, ce qui n'est pas toléré en géométrie : deux points distincts d'une même figure ne peuvent porter le même nom. Le segment oblique n'a pas la longueur demandée (4,8 cm au lieu de 5). Par ailleurs, l'élève a tracé une

demi-droite perpendiculaire à (IJ) d'origine M et non une droite : il n'a pas prolongé sa construction à l'équerre.
Cet élève a peut-être recommencé la figure parce que sa représentation de deux droites perpendiculaires est celle d'une demi-droite verticale « posée » sur une droite horizontale, ce qui expliquerait que le premier tracé, oblique, ait été rejeté.
Il est le seul élève à coder l'angle droit.
- Élève B : cet élève fait deux essais sans barrer le premier : comme l'élève A, des points distincts portent le même nom, ce qui est incorrect. Les deux figures ont les mêmes caractéristiques, celle de droite n'est pas achevée, elle a sûrement été interrompue car l'élève a anticipé le manque de place pour tracer le cercle de centre J. L'élève ne sait pas ce que signifie le mot « perpendiculaire » ou ne sait utiliser l'équerre : les sécantes tracées passent bien par M, mais ne sont pas perpendiculaires au segment [IJ] ; elles forment un même angle avec la droite (IJ) et cet angle est égal à un des angles non droit d'une équerre.
- Élève C : toutes les mesures sont imprécises (IJ, placement de M), ainsi que le tracé de la perpendiculaire (angle non tout à fait droit). Par ailleurs, l'élève a tracé un cercle de centre M et non J. Peut-être a-t-il pris en considération le milieu de [IJ] évoqué précédemment dans la consigne, en faisant la confusion courante entre « milieu » et « centre ».
- Élève D : il a tracé un cercle de centre le milieu de [JM], en agglomérant le milieu du segment [IJ] et le centre J de l'énoncé. La surcharge cognitive due au nombre important de données à prendre en compte pour réaliser la figure peut être à l'origine de l'erreur. Cette explication peut aussi être évoquée pour l'élève C.

Question 2 : Compétences en œuvre

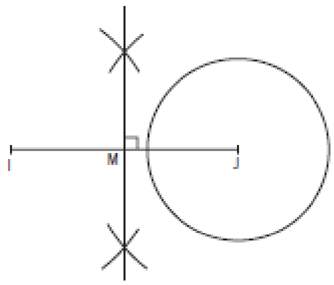
- Comprendre le vocabulaire géométrique : segment, longueur, milieu, droite perpendiculaire à…passant par…, cercle, centre, rayon ;
- Comprendre la notation (IJ), elle n'est pas précédée du mot droite ;
- Savoir utiliser une règle (tracé et mesurage), un compas et une équerre ;
- savoir calculer la moitié de 5 (placement de M).

Question 3 : Concepts mathématiques en jeu

On peut citer les concepts de point, de segment (extrémités, milieu), de droite perpendiculaire à une autre droite, cercle (centre, rayon). Un concept sous-jacent et implicite est celui de médiatrice d'un segment (se travaille en 6ième).

Question 4 :

On vérifie vos propres connaissances ; la construction au compas met en œuvre la propriété suivante : si MA = MB alors M est un point de la médiatrice du segment [AB] ; d'où, pour tracer la médiatrice d'un segment [AB], on place 2 points équidistants de A et de B et on trace la droite passant par ces 2 points).

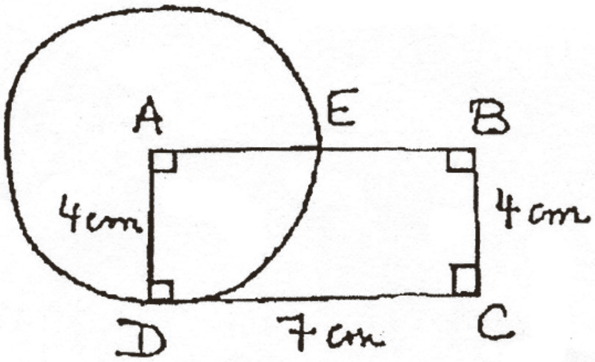


- **Exercice 3 – Déterminer une longueur à partir d'un schéma codé**
  L'exercice présenté en annexe 1a été donné lors de l'évaluation en début de 6ème. Il est suivi de la réponse de quatre élèves : Adrien, Gaëlle, Lise et Victor.
  1. Répondez à la question posée aux élèves (annexe 3).
  2. Analysez les réponses des élèves.
  3. Quelle(s) difficulté(s) ont-ils pu rencontrer ?

Annexe 1

Exercice

Sur ce dessin à main levée (les vraies grandeurs sont écrites en cm), on a représenté un rectangle ABCD et un cercle de centre A qui passe par D.
Ce cercle coupe le segment [AB] au point E.



Trouve la longueur du segment [EB]. ....

Explique ta réponse : ....

Annexe 2

Adrien

Trouve la longueur du segment [EB]. 1 cm 8

Explique ta réponse : Puisque le le cercle coupe le segment et quand D le coupe sa fait le point E

Gaëlle

Trouve la longueur du segment [EB]. 4 cm

Explique ta réponse : parce que la largeur est aussi grande que le segment [EB].

Lise

Trouve la longueur du segment [EB]. 3 cm

Explique ta réponse : si le rayons de [A] est de 4 cm et que la longuer de [A B] est 7 cm : 7cm − 4cm = 3 cm

Victor

Trouve la longueur du segment [EB] La longueur est de 3,5 cm

Explique ta réponse : Le cercle est situé au millieu du segment

- Corrigé de l’exercice 3

  Cet exercice porte sur la distinction dessin/figure. Pour répondre, il faut utiliser les informations fournies sur le schéma (longueurs indiquées, angles droits) et celles de l’énoncé. Le dessin illustre, donne une image, aucune mesure n’est à prélever sur lui.

  1. Résolution de l’exercice

  Pour répondre, on s’appuie sur des propriétés :

  - Les points A, E et B étant alignés, on a EB = AB – AE (1).

  - Comme E est sur le cercle de centre A et de rayon 4 cm, AE = AD = 4 cm (propriété : les rayons d’un cercle ont même longueur).

  - ABCD étant un rectangle, AB = DC = 7 cm (propriété : les côtés opposés d’un rectangle ont la même longueur).

  En utilisant l’égalité (1), on obtient : EB = 7 – 4 = 3 cm.

  2. Analyse des réponses des élèves

  Observer que, hormis Lise, tous les élèves prélèvent des informations sur le dessin.

- Adrien : la réponse est erronée. Il a mesuré sur le dessin la longueur du segment [EB], ce qui est une procédure erronée. En revanche, le mesurage est correct. La réponse « 1 cm 8 » correspond à une verbalisation courante, mais incorrecte du résultat ; il conviendrait de dire : « 1 centimètre et 8 millimètres » et d'écrire : 1 cm 8 mm ou 1,8 cm. Les explications reprennent une partie des données du problème, mais ne correspondent pas à la procédure de l'élève.
- Gaëlle : la réponse est erronée. L'élève a constaté que, sur le dessin, les segments [EB] et [BC] ont même longueur. Comme il est indiqué que BC = 4 cm, elle en a déduit que EB = 4 cm. Elle applique une relation de proportionnalité : deux segments de même longueur sur le dessin ont la même longueur dans la réalité. Elle utilise l'information codée : 4 cm. Ses explications explicitent sa procédure.
- Lise : la réponse est correcte. Les explications et le calcul fournis montrent qu'elle fonde sa démarche sur les propriétés énoncées question 1 (raisonnement déductif), même si l'expression est encore maladroite. Elle a des difficultés, en particulier, à désigner le cercle de centre A ; elle invente une notation : [A].
- Victor : la réponse est erronée. L'élève a considéré (perception visuelle et/ou vérification à la règle ou au compas) que le point E est le milieu du segment [AB]. Il a pris en compte l'information DC = 7 cm et en a déduit que AB = 7 cm, soit par raisonnement (ABCD est un rectangle, donc AB = CD), soit en vérifiant sur le dessin que les segments ont même longueur.

3. Difficultés rencontrées

Les difficultés principales des élèves sont les suivantes :

– difficulté à considérer que le dessin donne « à voir » (longueur donnée des segments, perpendicularité, positions relatives des points), mais qu'il n'est qu'une <u>représentation</u> de la figure considérée (elle est définie par l'énoncé). Les indications données dans le texte – « dessin à main levée », « vraies grandeurs » – n'ont pas été prises en considération ou interprétées correctement par les élèves (excepté par Lise) ;

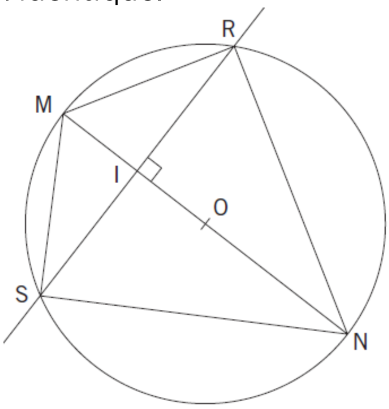
– difficultés (syntaxe, lexique) à verbaliser la procédure (les explications écrites sont parcellaires et l'expression encore maladroite).

- Exercice 4 – Rédiger un programme de construction

  Voici le début d'un programme de construction de la figure ci-après :

  1. Trace un cercle de centre O, de rayon 2,5 cm.

2. Trace un diamètre de ce cercle.
Termine ce programme de construction et reproduis la figure à l'identique.



1. À quel cycle et à quel niveau de l'école primaire cette activité peut-elle être proposée ?
2. Précisez deux domaines d'activités mathématiques dans lesquels s'inscrit cette situation et trois compétences mathématiques particulières que les élèves doivent mettre en œuvre pour réussir.
3. Citez cinq modifications que l'enseignant peut prévoir pour simplifier ou complexifier la tâche dans le cadre d'une différenciation pédagogique, tout en gardant les mêmes objectifs.
4. L'enseignant demande à ses élèves de construire la figure à l'aide du logiciel de géométrie dynamique G*eoGebra*. Comment peut-il concevoir la validation et la correction des productions de ses élèves ?

- **Corrigé de l'exercice 4**
  1. Niveau de classe
  Vous devez justifier votre réponse par votre connaissance des programmes.
  La construction d'un cercle à partir du centre et de son rayon s'apprend en CE2 (fin du cycle 2). Ici, il faut rédiger un programme de construction d'une figure complexe, cela suppose de maîtriser le vocabulaire géométrique et d'être capable de faire l'analyse de la figure. Aussi, cette activité peut être proposée au cycle 3, en CM1 ou plus sûrement en CM2.
  2. Domaines concernés et compétences

Cette activité relève des domaines suivants : géométrie et résolution de problèmes. On donne, au choix, trois compétences parmi les suivantes :
– identifier les différents éléments de la figure ;
– connaître la signification du codage de l'angle droit ;
– savoir se servir des outils de tracé (règle, équerre, compas) ;
– savoir établir la chronologie de la construction ;
– maîtriser le vocabulaire géométrique spécifique.

3. Cinq modifications que l'enseignant peut prévoir

Pour écrire un programme de construction d'une figure, il est facilitant de commencer par la reproduire.

Modifications possibles dans le but de simplifier la tâche de l'élève :
– donner une (des) étape(s) supplémentaire(s) du programme de construction amorcé ;
– modifier la figure, par exemple en considérant la médiatrice de [MN] plutôt que celle de [MO] ;
– changer de support : papier quadrillé et points M, O et N sur des nœuds du quadrillage plutôt que papier blanc ;
– modifier l'organisation du travail : travail en binômes plutôt qu'individuel.

Modifications possibles pour complexifier la tâche :
– ne pas donner le début du programme de construction ;
– donner un autre début de programme, par exemple : « trace un segment
[MN] de longueur 5 cm » ;
– supprimer le codage de l'angle droit.

4. Validation et correction des productions des élèves

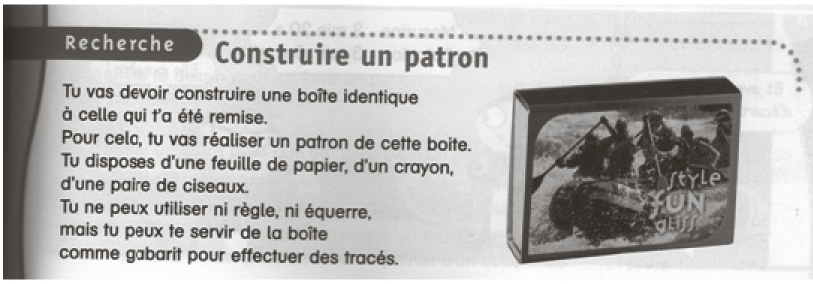
L'utilisation de logiciel de géométrie dynamique figure au programme de l'école, il est donc souhaitable que vous en ayez déjà utilisé un (GeoGebra est accessible).

- Pour la validation (correction individuelle) : l'enseignant peut tester si les figures « résistent » ou non au déplacement : on fait bouger avec la souris des points de la figure ; s'il n'y a pas de déformation, la construction est correcte. Il peut aussi utiliser la fonction « protocole de construction » du logiciel qui permet de visualiser chacune des étapes de la construction réalisée et de repérer les erreurs.
- Pour la correction collective, le vidéoprojecteur est un bon outil: tous les élèves peuvent suivre, pas à pas, la construction ; l'enseignant peut l'effectuer sur les propositions des élèves, ce qui permet de faire les mises au point géométriques nécessaires.

9. Thème 9. Géométrie dans l'espace

- Exercice 2 – Patron du pavé droit

  Dans un manuel pour les élèves de CM1 de la collection « Cap maths » (Éditions Hatier), l'activité suivante est proposée aux élèves :



Recherche **Construire un patron**

Tu vas devoir construire une boîte identique à celle qui t'a été remise.
Pour cela, tu vas réaliser un patron de cette boite.
Tu disposes d'une feuille de papier, d'un crayon, d'une paire de ciseaux.
Tu ne peux utiliser ni règle, ni équerre, mais tu peux te servir de la boîte comme gabarit pour effectuer des tracés.

Cette activité vient après un travail de description de polyèdres sans que la notion de patron n'ait été abordée.
1. Proposer une définition d'un patron de solide.
2. Pourquoi l'usage de la règle et de l'équerre n'est-il pas autorisé ?
3. Indiquer deux procédures utilisables par les élèves.
4. Citer deux erreurs que les élèves peuvent commettre.
5. Quelle trace écrite l'enseignant peut-il prévoir à l'issue de cette activité ?

- Corrigé de l'exercice 2

  1. Définition d'un patron de solide

  Un patron de solide est une surface délimitée par une figure plane, faite d'un seul morceau, telle que, uniquement par pliage, et sans chevauchement de faces, elle permette d'obtenir le solide complet.

  2. Justification de l'interdiction d'utiliser la règle et l'équerre

  - L'objectif de cette activité est de faire découvrir aux élèves les propriétés d'un patron d'un parallélépipède rectangle (nombre de faces, leur nature et leur disposition).
  - Si la règle et l'équerre étaient autorisées, l'essentiel de l'activité des élèves consisterait à construire les différents rectangles de la boîte. Cette tâche mobiliserait toute leur attention et la compréhension de la notion de patron risquerait de passer alors au second plan.
  - En interdisant aux élèves de se servir de la règle et de l'équerre, l'enseignant les incite à utiliser le solide initial (la boite) comme gabarit

pour tracer le contour de chacune de ses faces, ce qui décharge les élèves des tâches de construction et leur permet de se concentrer sur la façon dont les différents rectangles doivent être agencés pour former un patron du solide : ainsi, il focalise l'activité de l'élève sur la réalisation du patron.

3. Deux procédures utilisables par les élèves

On peut choisir deux procédures parmi les suivantes :

Procédure A :

À partir d'une position initiale de la boîte, la faire basculer trois fois en respectant la direction et le sens choisi. À la première position, et pour chacune des trois autres, dessiner le contour de la face qui est en contact avec la feuille. À partir de la dernière position, basculer la boîte dans la direction perpendiculaire à la direction initialement choisie, dans un sens, puis dans l'autre (après être revenu à la dernière position), pour dessiner le contour des deux faces non encore représentées.

Procédure B :

En choisissant de commencer par dessiner le contour de la face de la boîte se trouvant en contact avec la feuille, basculer la boîte autour de chacune des quatre arêtes de cette face, en revenant chaque fois à la position initiale, pour dessiner ainsi le contour des faces du solide qui sont adjacentes à la face initiale, autour du contour de la face initiale. Quand ces cinq faces ont été dessinées, faire subir au solide un double basculement pour amener au contact de la feuille la face opposée à la face initiale et en dessiner le contour.

Procédure C :

Dessiner les contours des faces les unes après les autres en imaginant que l'on « ouvre » le solide selon certaines de ses arêtes, sans se livrer à un déroulement effectif du solide sur la feuille.

Procédure D :

On peut envisager d'emballer le solide dans la feuille en essayant de ne pas la friper, en marquant par des plis qui seront repassés au crayon l'emplacement des différentes arêtes du solide. Mais cette procédure semble plus hasardeuse que les précédentes. Elle peut être utilisée comme une première étape qui fournit un guide pour trouver une procédure plus précise.

4. Deux erreurs « prévisibles »

On peut prévoir deux erreurs parmi les suivantes :

- l'élève a oublié une face du solide ;

- l’élève a dessiné deux fois le contour de la même face (le patron possède plus de six faces) ;
- par pliage, la disposition des faces amène une superposition de deux d’entre elles ;
- lors du pliage, deux côtés n’ayant pas la même longueur sont « en contact » et ne peuvent donc pas former une arête du solide.

5. Trace écrite à l’issue de cette activité

La phase orale de mise en commun des recherches des élèves permettra à l’enseignant de faire observer qu’il existe plusieurs patrons de la boîte et de faire expliciter les caractéristiques communes à chacun de ces patrons.
Il pourra faire noter la conclusion qui suit :
- Un patron est formé de l’assemblage de toutes les faces, comme si on « démontait » le solide pour le mettre à plat.
- Un même pavé droit possède plusieurs patrons différents.
- Chacun de ses patrons comporte six faces rectangulaires, deux à deux superposables.
- Lorsqu’on plie le patron, deux faces ne doivent pas se superposer.
- Deux côtés du patron qui se touchent lorsqu’on le plie doivent avoir la même longueur pour former une arête du solide.

Remarque
Cette trace écrite devra être accompagnée de la représentation de quelques patrons possibles. Les faces opposées du solide pourront être coloriées d’une même couleur et des flèches pourraient indiquer les côtés qui entrent en contact lors du pliage pour former une arête du solide.

- Exercice 3 – Jeu du portrait sur les solides

Un enseignant de CM2 analyse les documents pédagogiques reproduits dans les annexes 1 et 2.
1. Dans l’annexe 1, préciser en quoi la situation proposée contribue à l’élaboration du langage géométrique à connaître.
2. Dans l’annexe 2, l’activité demande à l’élève de chercher d’autres patrons du cube.
a. Indiquer les compétences visées par cette activité.
b. Pour faire cette activité, il est suggéré aux élèves de manipuler « six faces cartonnées ».

Indiquer l’intérêt pédagogique d’une construction d’un cube à partir de « tiges ».

Annexe 1

TRAVAUX GÉOMÉTRIQUES AU CYCLE 3

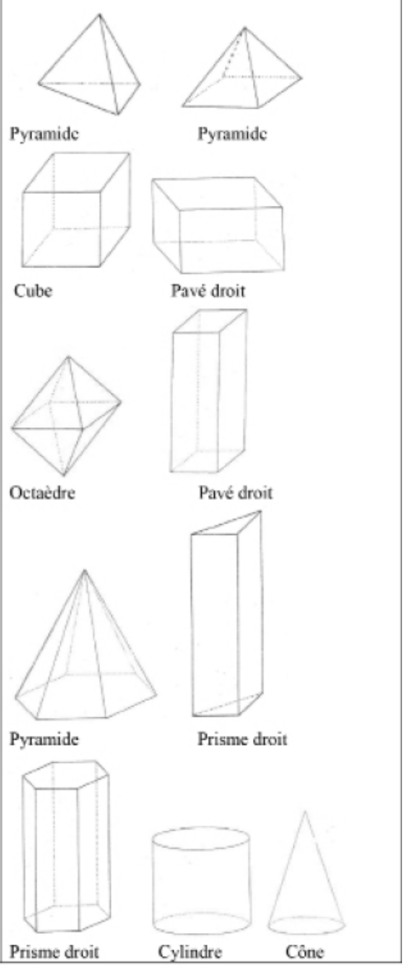
SITUATION 3 Le solide à retrouver
Présentation de la situation
C'est un jeu de portrait. Les élèves posent des questions afin d'obtenir des renseignements qui doivent leur permettre de trouver un solide choisi parmi une collection de solides réels.

Compétence visée
Décrire un polyèdre.

Objectifs
Placer les élèves dans une situation où ils doivent :
- élaborer des questions relatives aux propriétés géométriques d'objets à trois dimensions et interpréter les réponses fournies pour retrouver un polyèdre choisi à l'avance.
- élaborer un langage adapté au domaine des polyèdres.

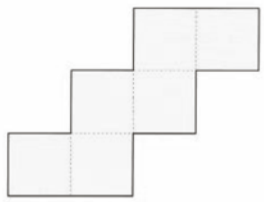
Déroulement
Matériel :
Un lot de solides.

Situation :
Les élèves sont répartis par groupes de quatre.
L'enseignant a choisi un solide.
Il communique son choix à un groupe, le groupe R. Les autres groupes vont poser des questions à tour de rôle au groupe R afin de retrouver le solide choisi. Les questions ne peuvent porter que sur les formes des objets ou sur les éléments géométriques qui constituent ceux-ci (elles ne peuvent être relatives ni à une couleur, ni à la place qu'occupe l'objet choisi dans le lot).
Les réponses du groupe R sont fermées, elles ne peuvent être que « oui », « non » ou « on ne peut pas répondre ».



D'après *Travaux Géométriques au cycle 3* (CRDP du Nord-Pas de Calais)

Annexe 2



Cherche d'autres patrons de cube.

Découpe le patron en suivant les traits pleins et plie-le selon les traits pointillés.

Pour trouver d'autres patrons du cube, tu peux manipuler 6 faces cartonnées et faire des essais ; puis les dessiner au fur et à mesure.

D'après *Math +*, éditions Sed, CM2

- Corrigé de l'exercice 3

  1. Élaboration du langage géométrique

  La situation proposée est une situation de communication. L'enseignant veillera au respect de la consigne : la formulation des questions ne doit porter que sur les formes des objets ou sur les éléments géométriques qui les caractérisent. De fait, les élèves seront amenés à modifier certaines expressions du langage courant (coin, pointe, pointu, plat, rond…) au profit du vocabulaire géométrique relatif à la description des solides. Ainsi :

  - les termes « arêtes, sommets et faces » devraient être employés, en particulier pour déterminer leur nombre dans le solide à retrouver ;
  - le vocabulaire lié à la nature des faces « carré, rectangle, triangle, disque » et aux propriétés relatives aux arêtes « perpendiculaires, parallèles » devrait être utilisé ;
  - les noms des solides à connaître pourront aussi être employés : « cube, pavé droit et pyramide» (cycle 2) et « prisme droit, cylindre, cône » (cycle 3).

  2.a. Compétences visées

  L'activité de l'annexe 2 vise à ce que l'élève soit capable de :

  - Construire un solide. Le passage du dessin (plan) à la construction du solide (espace à 3 dimensions) aide à l'appropriation de la notion de patron. La recherche de différents patrons diversifie les activités de construction.
  - Reconnaître, construire ou compléter un patron de cube. L'élève découvre les contraintes de l'exercice : il ne « suffit » pas de juxtaposer (sur le papier ou par collage) les carrés pour obtenir un patron de cube.

- De mener à son terme une recherche. Cette activité peut s'inscrire dans le cadre d'un « problème pour chercher » : l'objectif serait de trouver le plus grand nombre de patrons possibles. Ce travail nécessiterait une mise en commun permettant la comparaison, l'élimination de propositions.

b. Intérêt pédagogique de l'utilisation de « tiges »

En utilisant des tiges pour les arêtes, on obtient un « squelette » de cube. Dès lors, la visualisation des positions relatives des arêtes est améliorée et un travail sur les propriétés géométriques spécifiques des arêtes du cube (parallélisme, perpendicularité et orthogonalité) peut être entrepris.

10. Thème 10. Grandeurs et mesures

- Exercice 2 – Mesures de longueurs au début du cycle 3

En début d'année, un enseignant propose à ses élèves de CM1 de répondre aux questions ci-dessous :

1. Quelle longueur est la plus grande, celle du tableau ou celle d'une petite table ?
2. Quelle est la longueur la plus grande, celle du bureau du maître ou celle de la bibliothèque ?
3. Quelle est la longueur la plus grande, celle d'une petite table ou celle du meuble à papier ?

En même temps qu'il pose ces questions, il montre les longueurs à comparer sur les meubles de la salle de classe. Quatre productions d'élèves sont retranscrites sur l'annexe 1.

Un écrit, extrait du cahier de mathématiques de l'élève, figure sur l'annexe 2.

Il a été élaboré avec l'aide du maître, suite à la recherche.

Les dimensions exactes des meubles sont sur les croquis de l'annexe 3.

Répondre aux questions suivantes.

1. Comment justifier le fait que l'enseignant montre les longueurs à comparer dans la salle de classe ?

2. Pour chacune des productions d'élèves :

- décrire la procédure utilisée ;
- analyser sa pertinence ;
- apprécier la validité du résultat et la qualité de sa formulation.

3. Quelles interprétations peut-on donner pour la réponse « 59 cm 11 mm » formulée par Anthony et Jonathan ?

Annexe 1

Productions des élèves

CAMILLE ET VÉRONIQUE

1. Le tableau est le plus grand des deux. Ça se voit entre le tableau et la table, c'est le tableau qui est le plus grand.

2. Le bureau est plus grand que la bibliothèque. On a mesuré le bureau et la bibliothèque, c'est le bureau le plus grand.

3. On a mesuré la petite table et le meuble à papier. C'est le meuble à papier le plus grand.

ANTHONY ET JONATHAN

1. Le tableau mesure 146 cm 6 mm La table mesure 60 cm 6 mm Bureau du maître 59 cm 11 mm Longueur de la bibliothèque

AUGUSTIN ET ÉMILIE

1. La longueur du tableau est plus grande qu'une petite table, ça se voit.

2. La longueur de la bibliothèque est plus grande que le bureau. Nous avons compté combien de fois nous avons tourné la règle.

3. Le meuble à papier est plus grand que la petite table. Nous avons fait pareil

MAXIME ET THÉO

1. La plus grande est celle du tableau. Ça se voit à l'œil nu.

2. 119,3 cm pour la longueur de la bibliothèque.

123 cm pour le bureau (*souligné par les élèves*)

3. 69,5 cm pour la table

125,6 cm pour le meuble à papier

Annexe 2

Écrit extrait du cahier de mathématiques de l'élève

Mesures

Pour comparer des longueurs, je peux :

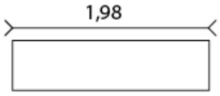
- voir à l'œil nu ;
- déplacer les objets pour les mettre l'un à côté de l'autre ;
- utiliser un étalon ;
- mesurer.

Annexe 3

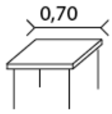
Croquis des meubles avec leurs dimensions utiles et exactes

Sur ces dessins sont indiquées les mesures de longueur que le maître a demandées aux élèves de comparer. Les mesures sont exprimées en mètres.

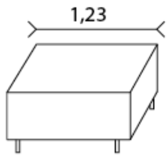
Le tableau



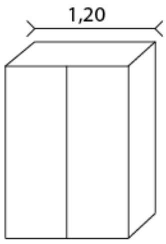
La petite table



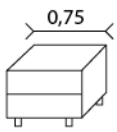
Le bureau



La bibliothèque



Le meuble à papier



- Corrigé de l’exercice 2

1. Justification du fait que l’enseignant montre les longueurs à comparer

Il désigne les longueurs à comparer pour éviter les ambiguïtés ; en effet, chacun des meubles a plusieurs dimensions (« longueurs »). Par exemple : hauteur, largeur et profondeur pour la bibliothèque ; longueur, largeur et hauteur pour le bureau, la petite table ou le meuble à papier.

2. Analyse des productions des élèves

La pertinence des procédures des élèves dépend des longueurs à comparer :

- si les longueurs sont très différentes (question 1 : tableau (1,98 m) et petite table (0,70 m)), la comparaison peut s'effectuer par la perception visuelle ;
- si les longueurs sont proches et que les objets sont distants et non déplaçables – ce qui n'est pas précisé – (question 2 : bureau (1,23 m) et la bibliothèque (1,20 m) et question 3 : petite table (0,70 m) et meuble à papier (0,75 m)), la comparaison peut s'effectuer en utilisant un objet étalon ou le mesurage.

	Questions	Procédures	Pertinence	Validité du résultat	Qualité de la formulation
Camille et Véronique	question 1	perception visuelle	oui	juste	formulation correcte (hormis le terme « grand » qui renvoie plutôt à la hauteur). Pas d'indication des mesures trouvées.
	question 2 et question 3	mesurage	oui	juste	
Anthony et Jonathan	question 1	mesurage de la hauteur du mobilier à la règle ?	non	faux	Ils donnent les mesures trouvées (en cm/mm) mais ne concluent pas.
	question 2			pas de réponse	
	question 3				
Augustin et Émilie	question 1	perception visuelle	oui	juste	
	question 2	mesurage par report d'un étalon (règle)	Non : imprécis (tourner la règle)	faux	formulation convenable (terme « grand » ambigu)
	question 3			juste	
Maxime et Théo	question 1	perception visuelle	oui	juste	correcte
	question 2	mesurage avec un instrument	oui	juste (marge d'erreur)	pas de phrase : souligne l'objet le plus long.
	question 3			une erreur	pas de conclusion

3. Réponse d'Anthony et Jonathan

Ces élèves ont peut-être mesuré la largeur du bureau mais, comme les autres mesures trouvées sont toutes erronées, on peut aussi penser que ces élèves ne savent pas utiliser correctement la règle graduée ou encore qu'ils ne savent pas additionner les mesures (ils n'appliquent pas l'équivalence 10 mm = 1 cm).

- Exercice 3 – Utilisation du calendrier pour résoudre des problèmes

  Les documents fournis sont extraits des manuels suivants :

  Place aux maths CP, Éd. Bordas (annexe, B1) ;

  Maths CE1, Nouvelle collection Thévenet, Éd. Bordas (annexe, B2, B3, B4).

  Les quatre exercices B1 à B4 font référence à la notion de semaine.

  1.a. Dans l'exercice B1, à la question « Combien y a-t-il de semaines complètes au mois de mars ? », quelles sont les deux réponses que l'enseignant peut valider ? Quelles conceptions sous-jacentes de la semaine apparaissent ?

  1.b. Comparer les exercices B1 et B2.

  2. Dans le même manuel de CE1, l'exercice 4 (B3) est proposé dans la séquence 17, l'exercice 6 (B4) dans la séquence 61. Comparer ces exercices : difficultés et progressivité.

  3. Les programmes font le lien entre mathématiques et « Questionner le monde ». Dans cet esprit, proposer une situation qui permette de mettre en place l'usage du calendrier. Préciser le niveau et les enjeux mathématiques.

Annexe

CP

B1

Je m'exerce

Mars						
L	M	M	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

- En mars, combien y a-t-il :

de lundis ? ____

de jeudis ? ____

de dimanches ? ____

- Combien y a-t-il de semaines complètes au mois de mars ? ____

CE1 – séquence 61

B2

Observe le calendrier.

mars						
L	M	M	J	V	S	D
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

- Combien ce mois possède-t-il de vendredis ? ...... de dimanches ? ......

- Écris les dates de tous les samedis :

....

....

....

CE1 – séquence 17

B3

4. Ecris les dates d'anniversaire des quatre enfants.

- Dans 2 jours, ce sera l'anniversaire de Lucien :

....

- Dans 10 jours, ce sera l'anniversaire de Pierre :

....

- Dans 2 semaines, ce sera l'anniversaire de Marie :

....

CE1 – séquence 61

B4

6.

Il y a 5 jours, Sylvain a fêté son anniversaire.

Il y a 1 semaine, c'était l'anniversaire de Barnabé.

Éric fêtera son anniversaire dans 3 semaines.

Écris les dates d'anniversaire des enfants :

Sylvain : ....

Barnabé : ....

Éric : ....

- Corrigé de l'exercice 3

  1.a. Nombre de semaines complètes en mars

  Selon le dictionnaire, le mot « semaine » désigne :

  - soit une période de sept jours qui se suivent ;
  - soit l'ensemble des sept jours : dimanche, lundi, mardi, mercredi, jeudi, vendredi, samedi (le dimanche pouvant être considéré comme le 1er ou le 7e jour de la semaine)

  Aussi, deux réponses pourront être validées : « le mois de mars comporte 3 semaines » (3 lignes complètes du calendrier) ou « le mois de mars comporte 4 semaines » (4 périodes de sept jours).

  b. Comparaison des exercices B1 et B2

  Dans l'exercice B2, les deux acceptions du sens du mot « semaine » conduisent à la même réponse : il y a 4 lignes complètes (du lundi au dimanche), et on peut compter 4 périodes de sept jours consécutifs (quel que soit le choix du premier jour). L'exercice B2 ne contient pas les difficultés de l'exercice B1. Il serait donc judicieux d'inverser l'ordre de ces exercices (B2 en CP et B1 en CE1).

  2. Comparaison des exercices

  <u>Analyse des difficultés</u>

  L'exercice B3 demande de faire le lien entre une date donnée (jeudi 5 mai) et trois autres situées dans le futur. Les trois dates à déterminer sont de difficulté croissante (2 jours puis 10 jours plus tard et 2 semaines plus tard).

  La semaine (période de sept jours consécutifs) commence un jeudi : la date contient l'information du jour de la semaine.

  L'exercice B4 demande des dates tournées vers le passé (il y a 5 jours, il y a 1 semaine) – « remonter le temps » est plus difficile – et une date à venir (dans 3 semaines).

  Il est donc cohérent de proposer le second exercice (B4) après l'autre (B3).

  Les deux exercices nécessitent de savoir qu'une semaine dure 7 jours, que deux semaines correspondent à 14 jours et trois semaines à 21 jours. Dans les deux cas, en plus du numéro du jour dans le mois, il faut aussi déterminer le nom de ce jour.

  <u>Progressivité</u>

  - dans l'exercice 4 de B3 chaque réponse attendue suit directement l'information correspondante ; dans l'exercice B4 les informations, données par un texte, sont séparées des questions (la tâche est donc plus difficile) ;

- le niveau de difficulté progresse dans le questionnement de la séquence 17 (B3). À l'inverse, la troisième question de la séquence 61 (B4) peut paraître plus facile, principalement du fait que la semaine commence un lundi.

3. Proposition de situations utilisant un calendrier

- En cycle 1 : le repérage de la date du jour (rituel), des fêtes (Toussaint, Noël, Pâques...), des saisons, des congés, des anniversaires sont des occasions de mettre en place l'usage d'un calendrier.
- En début de cycle 2 : on l'utilisera pour calculer des durées qu'on exprimera en jours, semaines et mois.
- En cycle 2 ou cycle 3 : on pourra effectuer des relevés réguliers de la « météo » (type de temps, température, direction du vent, précipitations...), les noter sur le calendrier puis les représenter graphiquement. L'utilisation des calendriers indiquant les phases de la Lune ou des marées permet de constater leur périodicité. L'emploi de calendriers spécifiques comme ceux de la SNCF permet de résoudre des problèmes ou d'en fabriquer.