

LES NOUVEAUX
CAHIERS

Maths

CORRIGÉ

**Bac
Pro** 2^{de}

29 tutoriels vidéo

Avec des exercices d'algorithmique

D. Laurent
F. Auchère
I. Baudet
L. Breitbach
L. Druel-Lefebvre

INVESTIGATIONS

ACTIVITÉS

EXERCICES
ET PROBLÈMES

ÉVALUATIONS

foucherconnect.fr

Dans ce manuel, des ressources
en accès direct pour tous



FOUCHER

LES NOUVEAUX
CAHIERS

Maths

Bac
Pro 2^{de}

CORRIGÉ

29 tutoriels vidéo

Avec des exercices d'algorithmique

Denise Laurent

Professeure de mathématiques, académie de Lyon

Fabien Auchère

PLP Maths/Sciences, académie de Versailles

Isabelle Baudet

PLP Maths/Sciences, formatrice académique, académie de Versailles

Laurent Breitbach

IEN Mathématiques - Sciences physiques et chimiques, académie de Rouen

Ludivine Druel-Lefebvre

PLP Maths/Sciences, formatrice académique, académie de Rouen



LES LIENS FOUCHERCONNECT

Le manuel papier s'enrichit de ressources numériques

foucherconnect.fr

GRATUIT !

Accessible **SANS INSCRIPTION**.

EN LIGNE sur www.foucherconnect.fr

► Des pictogrammes indiquent au fil des pages les liens vers les ressources en ligne.

Exemple : 

Soit

J'accède à la ressource via l'adresse complète www.foucherconnect.fr/18m03

Soit

J'accède à la ressource via la plateforme www.foucherconnect.fr



J'enregistre cette page dans mes favoris pour mes prochaines visites.

Je saisis le code de la ressource indiqué dans le pictogramme.



► Des flashcodes vous permettent aussi d'accéder à certaines ressources avec un smartphone ou une tablette.

CRÉDIT PHOTOGRAPHIQUE

P. 29 : © Nckname/stock.adobe.com

P. 66 : © maskalin/stock.adobe.com

P. 110 : Denise Laurent

P. 120 : Foucher

P. 139 : © papinou/stock.adobe.com

P. 142 : © plprod/stock.adobe.com

P. 145 : © Kzenon/stock.adobe.com

P. 148 : © dina777/stock.adobe.com

P. 157 : © www.meteo-shopping.fr/Pluviometre/Pluviometre-SPIEA-a-lecture-directe-SPIEA-1650-01

Autres photos : © Matton

Conception de la maquette : Katy Lhaïk

Composition : IDT

Illustrations : Laure Scellier



« Le photocopillage, c'est l'usage abusif et collectif de la photocopie sans autorisation des auteurs et des éditeurs. Largement répandu dans les établissements d'enseignement, le photocopillage menace l'avenir du livre, car il met en danger son équilibre économique. Il prive les auteurs d'une juste rémunération.

En dehors de l'usage privé du copiste, toute reproduction totale ou partielle de cet ouvrage est interdite. »

ISBN 978-2-216-13488-5

Toute reproduction ou représentation intégrale ou partielle, par quelque procédé que ce soit, des pages publiées dans le présent ouvrage, faite sans autorisation de l'éditeur ou du Centre français du Droit de copie (20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris), est illicite et constitue une contrefaçon. Seules sont autorisées, d'une part, les reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective, et, d'autre part, les analyses et courtes citations justifiées par le caractère scientifique ou d'information de l'œuvre dans laquelle elles sont incorporées (loi du 1^{er} juillet 1992 - art. 40 et 41 et Code pénal - art. 425).

© Foucher, une marque des éditions Hatier – Paris, 2018

Sommaire

CHAPITRE 1	Graphiques et indicateurs statistiques	9
Investigation 1	Production d'énergie électrique	9
Investigation 2	Payé pour jouer	10
	Graphiques statistiques	11
	Indicateurs de tendance centrale	13
	Indicateurs de dispersion	15
	Comparaison de deux séries statistiques	17
	Exercices	19
	Problèmes	21
	Je me teste	23

CHAPITRE 2	Fluctuations d'une fréquence et probabilités	25
Investigation 1	Gagnant à coup sûr	25
Investigation 2	La roue de la chance	26
	Échantillon aléatoire	27
	Fluctuation selon les échantillons	29
	Probabilité et fréquences	31
	Exercices	33
	Problèmes	35
	Je me teste	37

CHAPITRE 3	Situations de proportionnalité	39
Investigation 1	Un souci d'économie	39
Investigation 2	Vive les soldes !	40
	Propriétés de la proportionnalité	41
	Pourcentages	43
	Proportionnalité et TIC	45
	Exercices	47
	Problèmes	49
	Je me teste	51

CHAPITRE 4	Équations et inéquations	53
Investigation 1	Cœurs battants	53
Investigation 2	Un choix difficile	54
	Équations à une inconnue	55
	Inéquations à une inconnue	57
	Exercices	59
	Problèmes	61
	Je me teste	63

CHAPITRE 5	Systèmes de deux équations	65
Investigation 1	Du sport dans les arbres	65
Investigation 2	Vertige interdit	66
	Équations à deux inconnues	67
	Résolution algébrique d'un système de deux équations	69
	Différentes méthodes de résolution	71
	Exercices	73
	Problèmes	75
	Je me teste	77

CHAPITRE 6	Notion de fonction - Fonction affine	79
Investigation 1	La bonne température et la bonne pression	79
Investigation 2	La fonte des glaces	80
	Images et antécédents	81
	Tableau de valeurs et sens de variation	83
	Fonction affine	85
	Exercices	87
	Problèmes	90
	Je me teste	91

CHAPITRE 7	Utilisation de fonctions de référence	93
Investigation 1	Chute libre	93
Investigation 2	Distance de freinage	94
	Fonctions de référence	95
	Variations d'une fonction	97
	Résolution graphique d'équations	99
Exercices		101
Problèmes		103
Je me teste		105

CHAPITRE 8	Des solides aux figures planes ...	107
Investigation 1	Des perspectives pour l'avenir	107
Investigation 2	Scie en action	108
	Solides usuels	109
	Représentation en perspective cavalière	111
	Figures planes dans un solide	113
Exercices		115
Problèmes		118
Je me teste		119

CHAPITRE 9	Longueurs et angles dans un triangle	121
Investigation 1	À table	121
Investigation 2	Un peu de couture	122
	Droites particulières d'un triangle	123
	Théorème de Pythagore et sa réciproque	125
	Théorème de Thalès et sa réciproque	127
	Trigonométrie dans le triangle rectangle	129
Exercices		131
Problèmes		133
Je me teste		135

CHAPITRE 10	Aires, volumes, agrandissement et réduction ...	137
Investigation 1	Production de compost	137
Investigation 2	Électricité d'origine éolienne	138
	Aires et volumes	139
	Coefficient d'agrandissement	141
Exercices		143
Problèmes		145
Je me teste		147

ÉVALUATION 1	Une peinture de qualité	149
	(Vie sociale et loisirs / Vie économique et professionnelle)	

ÉVALUATION 2	Des groupes sanguins à la Lune	153
	(Prévention, santé, sécurité / Évolution des sciences et techniques)	

ÉVALUATION 3	Du pluviomètre au château d'eau	157
	(Développement durable / Vie sociale et loisirs)	

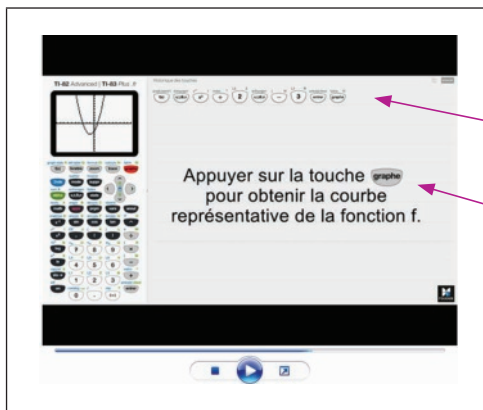
• Des tutoriels vidéo calculatrices (Texas Instrument et Casio)

pour montrer simplement, en moins de 3 minutes, les séquences de touches à utiliser pour l'étude des statistiques, des fonctions...

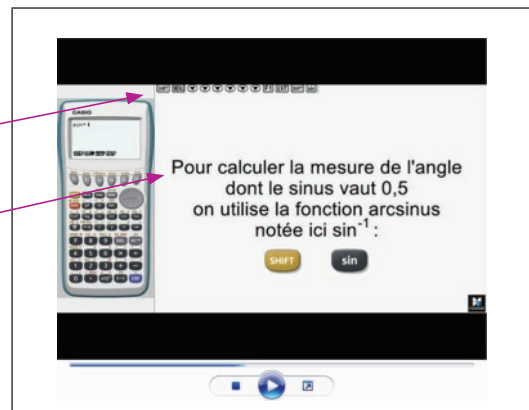
Tuto calculatrice Résoudre un système.



foucherconnect.fr/
18m19



Les touches
à utiliser
La méthode
pas à pas



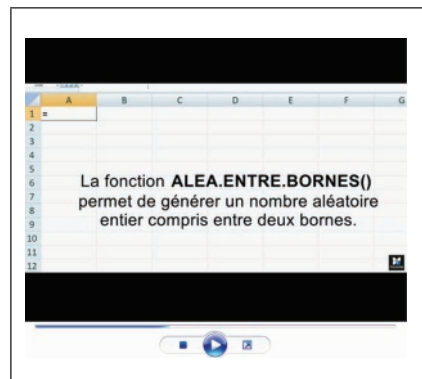
• Des tutoriels vidéo logiciels (tableur, Sine qua non, etc.)

pour visualiser l'utilisation de quelques fonctionnalités de ces logiciels permettant de représenter, simuler, expérimenter...

Tuto logiciel Simuler plusieurs lancers d'un dé à l'aide d'un tableur.



foucherconnect.fr/
18m08



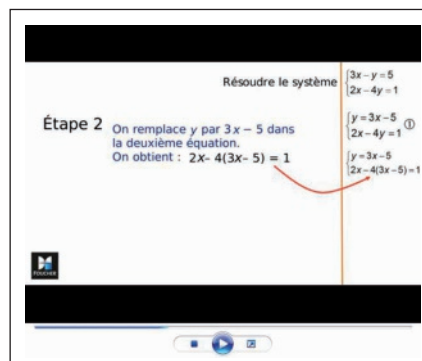
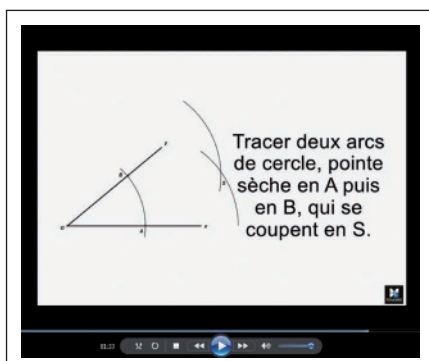
• Des tutoriels vidéo méthodes

pour expliquer étape par étape quelques constructions en géométrie et quelques méthodes de résolution en algèbre.

Tuto méthode Construire la bissectrice d'un angle.



foucherconnect.fr/
18m38



22 Tutoriels vidéo calculatrices et logiciels

Statistiques - Probabilités

– Construire un histogramme avec Sine qua non	12
– Calculer des indicateurs statistiques à la calculatrice TI	13, 16
– Calculer des indicateurs statistiques à la calculatrice Casio	13, 16
– Calculer des indicateurs statistiques à l'aide d'un tableur.....	17
– Simuler le lancer de dés à la calculatrice TI	28
– Simuler le lancer de dés à la calculatrice Casio	28
– Simuler le lancer de dés à l'aide d'un tableur	28

Algèbre - Analyse

– Résoudre un système à la calculatrice TI.....	68
– Résoudre un système à la calculatrice Casio.....	68
– Obtenir un tableau de valeurs à la calculatrice TI	83
– Obtenir un tableau de valeurs à la calculatrice Casio	83
– Construire un graphique à la calculatrice TI.....	83, 95
– Construire un graphique à la calculatrice Casio.....	83, 95
– Exploiter une représentation graphique à la calculatrice TI	83, 95
– Exploiter une représentation graphique à la calculatrice Casio	83, 95

Géométrie

– Représenter un cube à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique	114
– Représenter une pyramide à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.....	116
– Couper une pyramide par un plan parallèle à la base à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.....	116
– Calculer un angle à la calculatrice TI	129
– Calculer un angle à la calculatrice Casio	129
– Calculer le sinus, le cosinus et la tangente à la calculatrice TI	130
– Calculer le sinus, le cosinus et la tangente à la calculatrice Casio	130

7 Tutoriels vidéo méthodes

Algèbre

– Vérifier si un nombre est solution d'une équation	55
– Résoudre une équation à une inconnue.....	56
– Résoudre une inéquation à une inconnue.....	58
– Résoudre un système par la méthode de substitution.....	69
– Résoudre un système par la méthode d'addition.....	70

Géométrie

– Construire la médiatrice d'un segment.....	123
– Construire la bissectrice d'un angle	124

Tout au long de votre formation, que ce soit au travers d'activités, d'exercices ou en évaluation, vous allez travailler les **cinq compétences clés** du programme de mathématiques afin de les maîtriser au mieux. Pour faciliter l'apprentissage, l'acquisition des compétences est proposée de **façon progressive**, le niveau de complexité augmentant au fil du temps. Par exemple, en début de formation, vous devrez choisir une proposition parmi plusieurs ; vous serez par la suite amené petit à petit à élaborer vous-même des propositions. Les compétences seront travaillées de façon plus globale en classe de première et terminale.

Les cinq compétences et les capacités associées

S'approprier

- Rechercher, extraire et organiser l'information.

Analyser / Raisonner

- Émettre une conjecture.
- Proposer une méthode de résolution.

Réaliser

- Choisir une méthode de résolution.
- Exécuter une méthode de résolution, expérimenter, simuler.

Valider

- Contrôler la vraisemblance d'une conjecture.
- Critiquer un résultat, argumenter.

Communiquer

- Rendre compte d'une démarche, d'un résultat, à l'oral ou à l'écrit.

Conseils et méthodes pour chaque compétence

S'approprier

› C'est prendre connaissance de la situation et la comprendre

- Lire avec attention la situation et la problématique.
- Repérer les informations qui semblent utiles en les surlignant par exemple.
- Se questionner : quel est le problème ? que cherche-t-on ?
- Identifier sur quelle partie du cours porte la situation.

Analyser / Raisonner

› C'est proposer une méthode de résolution, émettre une hypothèse, une conjecture

- Lire avec attention la consigne car elle donne des indications sur l'hypothèse à émettre.
- Formuler une proposition qui permette de répondre à la question posée.
- Proposer une méthode de résolution en nommant les outils mathématiques à utiliser.
- Détailler les étapes de la méthode de résolution proposée.
- Écrire les formules ou les propriétés qui peuvent être utiles à la résolution.

Réaliser

› C'est effectuer des calculs, lire un graphique, utiliser une simulation

- Mettre en œuvre la démarche validée par le professeur.
- Effectuer les calculs nécessaires.
- Utiliser une simulation informatique si cela est proposé.
- Construire ou compléter un tableau, un graphique si cela est demandé.
- Utiliser l'outil informatique si besoin.
- Laisser les traits de lecture apparents lorsque l'information se trouve sur un graphique.

Valider

> C'est vérifier la vraisemblance des résultats ou d'une hypothèse

- Comparer les résultats obtenus avec les données pour en vérifier la cohérence.
- Vérifier si l'ordre de grandeur des résultats est vraisemblable.
- Récapituler les résultats trouvés aux différentes questions et réfléchir à leur utilisation pour répondre à la problématique.
- Valider (ou non) l'hypothèse de départ en argumentant.
- Justifier les conclusions en utilisant les résultats et/ou les données.

Communiquer

> C'est rendre compte d'une démarche, d'un résultat à l'écrit ou à l'oral

- Rédiger une conclusion qui répond à la problématique de départ.
- Utiliser un vocabulaire mathématique adapté.
- Organiser les réponses.
- Présenter un travail soigné.
- Réfléchir à ce que l'on va présenter oralement au professeur pendant l'appel.
- S'exprimer de manière claire au cours de l'appel oral.

Une grille pour s'auto-évaluer sur l'acquisition des compétences

Compétences	Attendus	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✓	✓	✓
S'approprier	Je lis attentivement le tableau pour trouver les temps de sommeil et je les convertis en heures.	1a			
Analyser / Raisonner	Je choisis le ou les diagrammes adaptés et explique mon choix.	1b			
	Je propose une méthode de résolution adaptée.	2a			
Réaliser	Je réalise le diagramme sur les temps de sommeil.	1c			
	J'effectue les calculs nécessaires.	2b			
Valider	Je compare les résultats des deux mois.	2c			
Communiquer	J'explique ma démarche au professeur.	1d			
	Je rédige la conclusion en employant le vocabulaire correct.	2c			

Les 5 compétences

Les attendus : ce qu'il faut faire

Le niveau d'acquisition :
le degré de maîtrise de la compétence.
Vert : acquis
Orange : en cours d'acquisition
Rouge : non acquis.

Investigation 1

Production d'énergie électrique

Chaque année, la production d'électricité en France est donnée avec la part de chaque source d'énergie électrique.

Production (en TWh*)	2014	2015	2016
Thermique nucléaire	415,9	416,8	384
Thermique fossile	25,9	34,4	45,9
Hydraulique	68,1	59,1	63,9
Éolien	17,1	21,1	20,7
Photovoltaïque	5,9	7,4	8,3
Bioénergies	7,5	8	8,5
Total	540,4	546,8	531,3

*1 TWh = 10^{12} Wh

Source : www.rte-france.com



Problématique

Comment montrer graphiquement la part relative de chaque source en 2016 et comment comparer graphiquement les productions des années 2014, 2015 et 2016 ?

a S'approprier Analyser / Raisonner Proposez une méthode permettant de répondre à la problématique. Voir fichier « **01_investigation1_C.xls** ».

Pour montrer la part relative de chaque source par rapport à la production totale, il faut construire un diagramme en secteurs, car c'est le seul diagramme qui permette de visualiser la totalité de la production. Pour suivre l'évolution sur les trois ans, il faut construire un diagramme en bâtons sur lequel on juxtapose les effectifs de production des différentes années pour chaque source.

b Réaliser Mettez en œuvre votre méthode. Si besoin les données du tableau se trouvent dans le fichier « **01_sourceselectricite.xls** ».

c Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Sur le diagramme en secteurs on peut voir la part prépondérante de l'énergie thermique nucléaire, suivie de l'énergie hydraulique ; ces deux sources sont représentées par des secteurs de plus grand angle d'ouverture que les autres. Le diagramme en bâtons permet de constater une baisse dans la production de l'énergie thermique nucléaire et une augmentation de l'énergie fossile sur les 3 ans ; c'est la hauteur des bâtons qui permet de visualiser cette évolution. Pour les autres sources la production est relativement stable ; la hauteur des bâtons varie peu.



Suite de votre parcours :

☐ Activités 1 et 2 pages 11-12

☐ Investigation 2 page 10

Investigation 2

Payé pour jouer

Un concepteur de jeux vidéo cherche à embaucher un joueur amateur pour tester la nouvelle version de son jeu « Dragon ». Ce joueur doit avoir de bons scores mais aussi être régulier, c'est-à-dire avoir peu d'écart entre son score moyen et son score médian. Le concepteur hésite entre deux joueurs : Dragonman et Jojo42.

2 803	1 578	2 153	4 899	3 438
2 203	4 968	2 952	4 110	4 250
2 153	3 779	3 661	4 510	3 769
4 883	2 500	3 472	4 471	4 995

▲ Doc. 1 Scores de Dragonman sur les 20 dernières parties



Score min : 1 584
Score max : 4 998
Score moyen : 3 606
Score médian : 3 734

▲ Doc. 2 Synthèse des scores de Jojo42 sur les 20 dernières parties

Problématique

Lequel des deux joueurs le concepteur de jeux vidéo doit-il choisir ?

a S'approprier Analyser / Raisonner **Proposez** une méthode permettant de répondre à la problématique.

Il faut commencer, à l'aide de la calculatrice, par calculer les différents indicateurs correspondant à la série des scores de Dragonman :
scores minimum et maximum, score moyen et score médian.
On calcule ensuite l'étendue des scores pour chaque joueur ; on compare les résultats.

Puis, on détermine pour chacun l'écart entre son score moyen et son score médian.
On en déduit celui des deux joueurs qui est le plus régulier.

DÉFI

Utilisez le mode statistique de la calculatrice pour étudier les performances de Dragonman.

b Réaliser **Mettez** en œuvre votre méthode.

Scores de Dragonman	min : 1 578	max : 4 995	$\bar{x} = 3 577$	Med = 3 715
	Étendue : $4 995 - 1 578 = 3 417$		Écart entre score moyen et score médian : $3 715 - 3 577 = 138$	
Scores de Jojo42	Étendue : $4 998 - 1 584 = 3 414$		Écart entre score moyen et score médian : $3 734 - 3 606 = 128$	

c Valider Communiquer **Répondez** à la problématique.

L'étendue des scores est pratiquement égale pour les deux joueurs, mais Jojo42 semble plus régulier, car l'écart entre son score moyen et son score médian est plus faible que pour Dragonman. C'est lui que le concepteur de jeux vidéo doit choisir.



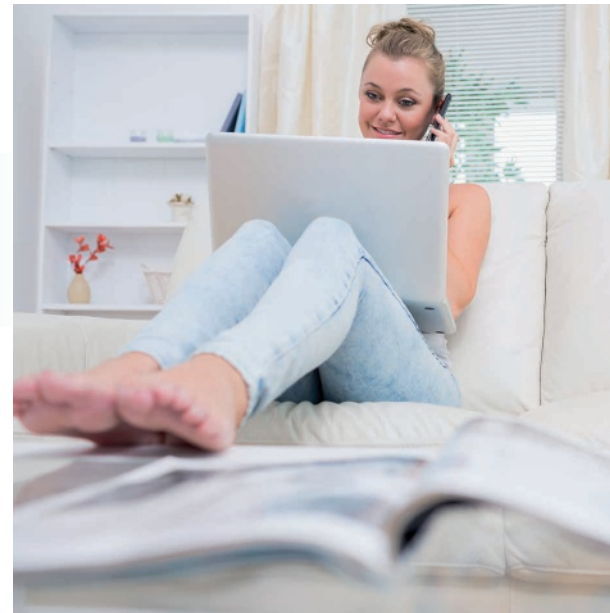
Suite de votre parcours :

- ☐ Activités 3 et 4  pages 13 - 14
- ☐ Activités 5 et 6  pages 15 - 16

Activité
1Représenter des données
qualitatives

Une étude portant sur « Les Français et Internet » a été réalisée auprès d'un échantillon représentatif de 2 040 internautes disposant d'un accès à Internet depuis leur domicile. Le tableau ci-dessous indique l'usage le plus courant pour Internet.

Usage le plus courant pour Internet	Effectif
Se former	131
Écouter ou télécharger de la musique ou des films	380
Participer à des réseaux sociaux	858
Suivre l'actualité	255
Effectuer des achats	416



Problématique

Comment vérifier, à l'aide d'un graphique, que participer à des réseaux sociaux est devenu l'usage principal d'Internet pour près de la moitié des personnes interrogées ?

a S'approprier Cochez la réponse exacte.

- La population étudiée est : ☐ l'usage d'Internet ☒ l'échantillon d'internautes
- Le caractère étudié est : ☒ l'usage d'Internet ☐ le numérique ☐ les internautes
- Le caractère est : ☒ qualitatif ☐ quantitatif

b Analyser / Raisonner Entourez le type de graphique qui permet de répondre à la problématique.

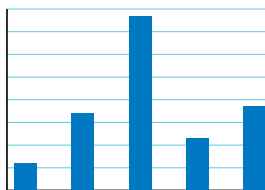


Diagramme en bâtons

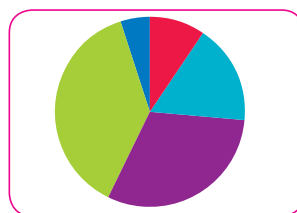
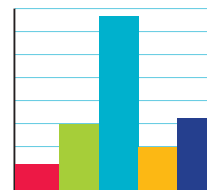


Diagramme en secteurs



Histogramme



foucherconnect.fr/
18m02

Ouvrez le fichier
« 01_statistique.pdf »
pour connaître la définition
des mots soulignés.

c Réaliser Construisez le diagramme qui permet de répondre à la problématique en utilisant l'outil de votre choix et expliquez la façon dont chaque effectif y est représenté.

Voir fichier « 01_activite1_C.xls ». Dans ce diagramme en secteurs, chaque usage d'Internet est...
représenté par un secteur dont l'angle d'ouverture est proportionnel à l'effectif de l'usage représenté...

d Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Le secteur correspondant à l'usage « participer à des réseaux sociaux » a un angle d'ouverture proche...
de 180°, ce qui confirme que c'est l'usage principal pour près de la moitié des internautes...

Activité 2

Représenter des données quantitatives



Des internautes ont été interrogés sur le temps qu'ils passent chaque jour sur Internet. Le tableau ci-contre récapitule leurs réponses ; les durées de connexion ont été regroupées selon des intervalles (nommés classes) de durée variable.

Durée (en minutes)	[0 ; 20[[20 ; 40[[40 ; 80[[80 ; 120[[120 ; 190[
Effectif	460	431	280	175	280

Problématique

Comment construit-on un histogramme à partir d'un tableau d'effectifs ?

a S'approprier Lorsque le caractère étudié est quantitatif, il peut être discret (ne prend que des valeurs isolées) ou continu (prend toutes les valeurs d'un intervalle). **Cochez** la réponse exacte. La durée d'une connexion est : ☐ un caractère discret ☒ un caractère continu

b Réaliser Dans le cas où les valeurs du caractère sont regroupées en classes, il faut réaliser un graphique nommé **histogramme**. **Construisez** l'histogramme correspondant aux résultats de l'enquête en utilisant le logiciel Sine qua non. Voir fichier « 01_activite2_C.sqn ».

c Réaliser **Complétez** les phrases suivantes.

Dans l'histogramme construit à la question **b.**, un carreau représente **10** internautes.

Dans ce diagramme, la classe [0 ; 20[est représentée par un rectangle constitué de **46** carreaux.

Dans ce diagramme, la classe [40 ; 80[est représentée par un rectangle constitué de **28**... carreaux.

d Valider **Cochez** la ou les réponses exactes.

Les classes [40 ; 80[et [120 ; 190[ont le même effectif. Les rectangles qui les représentent ont : ☐ la même largeur ☐ la même hauteur ☒ la même aire

e Communiquer **Répondez** à la problématique.

Dans un histogramme, on représente chaque classe par un rectangle dont l'aire est proportionnelle à son effectif. La largeur des rectangles correspond à la largeur de la classe, la hauteur dépend de l'échelle choisie,

Tuto logiciel

Construire un histogramme avec Sine qua non.



foucherconnect.fr/
18m03

JE FAIS LE POINT

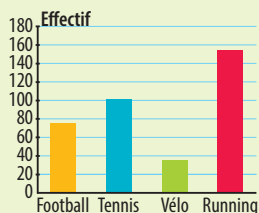
Représentation d'une série statistique en fonction de la nature du caractère

Qualitatif

diagramme en secteurs



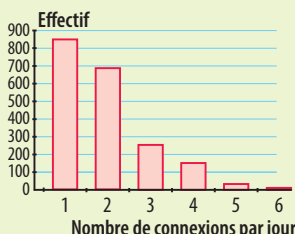
diagramme en bâtons



Quantitatif

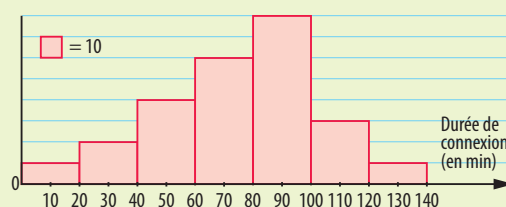
discret

diagramme en bâtons



continu

histogramme



Activité 3

Déterminer une moyenne et une médiane

Maya tient une boutique spécialisée dans les ustensiles de cuisine à prix « ronds » : 2 €, 5 €, 8 € et 10 €. L'an dernier, le 1^{er} décembre fut sa meilleure journée de vente avec un montant moyen des achats de 16,50 € et un montant médian de 18 €. Voici le montant des achats des 15 clients qu'elle a servis le 1^{er} décembre de cette année.



Montant (en €)	10	15	18	20	25	28	30
Effectif	2	1	3	5	2	1	1

Problématique

Maya peut-elle affirmer que cette année les clients du 1^{er} décembre ont été plus dépensiers que ceux du 1^{er} décembre de l'an dernier ?

a Communiquer Réaliser Expliquez comment calculer la moyenne des montants des achats des clients du 1^{er} décembre de cette année. Effectuez ce calcul.

On calcule la dépense totale, puis on divise par le nombre de clients.

$10 \times 2 + 15 \times 1 + \dots + 30 \times 1 = 297$; $297 / 15 = 19,8$; le montant moyen est 19,8 €.

b Réaliser Classez les montants dans l'ordre croissant.

Déterminez le montant médian des achats des clients du 1^{er} décembre de cette année.

10 - 10 - 15 - 18 - 18 - 18 - 20 - 20 - 20 - 20 - 25 - 25 - 28 - 30

Le montant médian est la 8^e valeur soit : 20 euros.



Au moins 50 % des valeurs de la série sont inférieures ou égales au montant médian.



c Réaliser À l'aide du mode statistique d'une calculatrice, calculez les montants moyen et médian des achats des clients du mois de décembre de cette année.

Montant moyen : $\bar{x} = 19,8$

Montant médian : Med = 20

d Valider Vérifiez que ces montants sont en accord avec ceux des réponses a. et b..

On retrouve les mêmes montants que ceux déterminés aux questions a. et b..

e Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Les montants moyen et médian du 1^{er} décembre de cette année sont supérieurs à ceux du 1^{er} décembre de l'an dernier ($16,50 < 19,8$ et $18 < 20$). Maya peut affirmer que les clients du 1^{er} décembre ont été plus dépensiers cette année.



Tuto calculatrice

Calculer des indicateurs statistiques.



foucherconnect.fr/
18m04

Activité 4

Calculer moyenne et médiane dans le cas d'une répartition en classes



Maya a relevé pendant le mois de mai le montant des achats des clients de la boutique et a regroupé les résultats par tranche (ou classe) de prix. Maya estime que son activité commerciale est rentable lorsque la moitié des clients a un montant d'achat supérieur au montant moyen des achats.

Montant des achats (en €)	[0 ; 10[[10 ; 20[[20 ; 30[[30 ; 40[[40 ; 50[
Effectif	55	134	71	23	11
Centre de classe	5	15	25	35	45

Problématique

L'activité commerciale de Maya a-t-elle été rentable au mois de mai ?

Pour obtenir une estimation de la moyenne et de la médiane, il faut affecter à chaque classe une valeur, en l'occurrence le centre de la classe (milieu des valeurs extrêmes).

a Réaliser Complétez la dernière ligne du tableau avec le centre de chaque classe.



b Réaliser Déterminez la moyenne et la médiane à l'aide de la calculatrice.

• Montant moyen : $\bar{x} = 18,23$ • Montant médian : Med = 15

c Valider Cochez la réponse correcte.

L'indicateur statistique qui permet de positionner la moitié des valeurs est :

☐ la moyenne ☒ la médiane

d Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Le montant médian est inférieur au montant moyen des achats
(15 < 18,23), l'activité de Maya n'a pas été rentable au mois de mai.

Exercice 5 page 20

JE FAIS LE POINT

- La **moyenne** d'une série statistique se note \bar{x} , elle est obtenue en divisant la somme des valeurs du caractère par l'effectif total.
 - Lorsque les valeurs du caractère sont affectées d'un effectif, la somme des valeurs est obtenue en multipliant chaque valeur par son effectif.
 - Lorsque les valeurs du caractère sont regroupées en classes, la somme des valeurs est obtenue en multipliant chaque valeur centrale par l'effectif de la classe ; on obtient alors une estimation de la moyenne.
- La **médiane** d'une série statistique est la valeur telle qu'au moins 50 % des valeurs de la série lui sont inférieures ou égales.

Exemple

Les nombres de buts marqués par une équipe de football lors des 38 matches joués sont donnés dans le tableau ci-dessous.

Nombre de buts	0	1	2	3	4
Effectif	10	8	13	5	2

Le nombre moyen de buts marqués est :
 $\bar{x} = \frac{10 \times 0 + 8 \times 1 + 13 \times 2 + 5 \times 3 + 2 \times 4}{38} = \frac{57}{38}$ d'où $\bar{x} \approx 1,5$

Le nombre médian de buts marqués est Med = 2. Cela signifie qu'au moins la moitié des matches a eu un résultat inférieur ou égal à deux buts.

Activité 5

Calculer l'étendue et les quartiles d'une série de données

Une infirmière scolaire a mesuré la taille d'un groupe d'élèves de seconde d'un lycée professionnel.

Voici les tailles obtenues en mètres.

1,75 • 1,64 • 1,87 • 1,73 • 1,69 • 1,78 • 1,83 • 1,76 • 1,91 • 1,94 • 1,78 • 1,68

Maxime est complexé par sa taille : 1,73 m. L'infirmière le rassure en lui disant que l'écart de taille entre le plus grand élève du groupe et le plus petit est de 30 cm, mais que 50 % des élèves du groupe ont une taille comprise entre 1,73 m et 1,83 m, soit seulement un écart de 10 cm.



Problématique

Les informations données par l'infirmière pour rassurer Maxime sont-elles justes ?

a Réaliser Classez les tailles dans l'ordre croissant.

1,64 - 1,68 - 1,69 - 1,73 - 1,75 - 1,76 - 1,78 - 1,78 - 1,83 - 1,87 - 1,91 - 1,94

b Réaliser Calculez l'étendue e de cette série statistique, c'est-à-dire la différence entre la plus grande valeur observée et la plus petite.

$1,94 - 1,64 = 0,3$. L'étendue est $e = 0,3$ m.

c S'approprier Le premier quartile Q_1 est la plus petite valeur d'une série qui est supérieure ou égale à au moins 25 % des données de la série rangées dans l'ordre croissant.

Comme il y a 12 valeurs, $12 \times 0,25 = 3$; la 3^e valeur correspond à Q_1 .

Relevez la valeur de Q_1 : 1,69...

d S'approprier Le troisième quartile Q_3 est la plus petite valeur d'une série qui est supérieure ou égale à au moins 75 % des données de la série rangées dans l'ordre croissant.

Comme il y a 12 valeurs, $12 \times 0,75 = 9$; la 9^e valeur correspond à Q_3 .

Relevez la valeur de Q_3 : 1,83...

e Réaliser Calculez l'écart interquartile $Q_3 - Q_1$ qui permet de positionner 50 % des valeurs.

$Q_3 - Q_1 = 1,83 - 1,69 = 0,14$; l'écart interquartile $Q_3 - Q_1$ est égal à 0,14 m.

f Valider Communiquer Répondez à la problématique.

L'écart entre le plus grand élève du groupe et le plus petit est bien de 30 cm puisque $e = 0,3$ m. L'écart interquartile est égal à 0,14 m, ce qui signifie que 50 % des élèves du groupe ont une taille comprise dans un intervalle de 14 cm, l'infirmière s'est donc trompée.

Activité 6

Interpréter les caractéristiques de dispersion



L'ozone est un gaz qui, à des concentrations trop élevées, entraîne des effets marqués sur la santé de l'homme. La concentration c en ozone, mesurée en microgrammes par mètre cube d'air ($\mu\text{g}/\text{m}^3$), a été relevée dans une grande ville entre 8 h et 21 h.

Heure	8 h	9 h	10 h	11 h	12 h	13 h	14 h	15 h	16 h	17 h	18 h	19 h	20 h	21 h
c (en $\mu\text{g}/\text{m}^3$)	42	57	71	82	87	91	92	98	107	105	89	80	77	60

La qualité de l'air peut être considérée comme acceptable si l'écart interquartile est inférieur à $20 \mu\text{g}/\text{m}^3$ et si au moins 75 % des valeurs sont inférieures ou égales à $100 \mu\text{g}/\text{m}^3$.

Problématique

La qualité de l'air peut-elle être considérée comme acceptable ce jour-là ?

a S'approprier Déterminez l'étendue de la série.

$107 - 42 = 65$. L'étendue est $e = 65 \mu\text{g}/\text{m}^3$.



b Réaliser Déterminez le premier et le troisième quartiles à l'aide de la calculatrice. $Q_1 = 71$; $Q_3 = 92$.

c Réaliser Calculez l'écart interquartile $Q_3 - Q_1$.

$92 - 71 = 21$. L'écart interquartile est de $21 \mu\text{g}/\text{m}^3$.

d Valider Cochez les réponses justes.

25 % des mesures au moins sont inférieures ou égales à $71 \mu\text{g}/\text{m}^3$. ☒ Vrai ☐ Faux

25 % des mesures au moins sont inférieures ou égales à $92 \mu\text{g}/\text{m}^3$. ☐ Vrai ☒ Faux

75 % des mesures au moins sont inférieures ou égales à $71 \mu\text{g}/\text{m}^3$. ☐ Vrai ☒ Faux

75 % des mesures au moins sont inférieures ou égales à $92 \mu\text{g}/\text{m}^3$. ☒ Vrai ☐ Faux

e Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Au moins 75 % des mesures sont inférieures ou égales à $100 \mu\text{g}/\text{m}^3$ ($92 < 100$), mais l'écart interquartile n'est pas inférieur à $20 \mu\text{g}/\text{m}^3$ ($20 < 21$); la qualité de l'air n'est pas acceptable ce jour-là.



Tuto calculatrice

Calculer des indicateurs statistiques.



foucherconnect.fr/
18m04

Exercice 8



page 21

JE FAIS LE POINT

- L'**étendue** d'une série statistique est la différence entre la plus grande valeur du caractère de la série et la plus petite. Elle se note e .
- Le **premier quartile** Q_1 est la plus petite valeur d'une série qui est supérieure ou égale à au moins 25 % des données de la série.
- Le **troisième quartile** Q_3 est la plus petite valeur d'une série qui est supérieure ou égale à au moins 75 % des données de la série.

- L'**écart interquartile** est la différence $Q_3 - Q_1$; la moitié des valeurs de la série (50 %) appartient à l'intervalle d'amplitude $Q_3 - Q_1$.

Exemple

Dans une entreprise, on a étudié les écarts de salaires : $e = 2\,525$ €, $Q_1 = 1\,850$ € et $Q_3 = 2\,220$ €. Cela signifie que l'écart entre le salaire le plus fort et le plus faible est de $2\,525$ € et que 50 % des salaires sont concentrés dans un intervalle d'amplitude 370 €.

Activité
7

Comparer des séries à partir de données brutes

Une boulangerie industrielle doit s'approvisionner en framboises pour confectionner des tartes. Le cahier des charges de la production impose des contraintes de calibrage :

- la hauteur des framboises doit être comprise entre 1,5 cm et 2 cm ;
- la hauteur moyenne doit être supérieure à 1,7 cm ;
- la dispersion de hauteur $Q_3 - Q_1$ ne doit pas dépasser 0,25 cm ;
- l'étendue des hauteurs doit être la plus petite possible pour une meilleure qualité du lot.



L'analyse d'un échantillon de 1 000 framboises de trois fournisseurs différents est donnée dans le fichier « 01_framboises.xls ».



Problématique

Quel fournisseur la boulangerie industrielle doit-elle choisir ?

a Réaliser À l'aide des fonctionnalités du tableur, **déterminez** pour chaque échantillon de framboises fourni les hauteurs, les étendues ainsi que les quartiles demandés.



Tuto logiciel

Calculer des indicateurs statistiques à l'aide d'un tableur.



foucherconnect.fr/
18m06

Échantillon A	Échantillon B	Échantillon C
Hauteur minimale : 1,51 cm ...	Hauteur minimale : 1,50 cm ...	Hauteur minimale : 1,52 cm ...
Hauteur maximale : 2 cm ...	Hauteur maximale : 2 cm ...	Hauteur maximale : 2 cm ...
Hauteur moyenne : 1,75 cm ...	Hauteur moyenne : 1,75 cm ...	Hauteur moyenne : 1,76 cm ...
Q_1 : 1,63 cm ... Q_3 : 1,87 cm ...	Q_1 : 1,62 cm ... Q_3 : 1,88 cm ...	Q_1 : 1,63 cm ... Q_3 : 1,88 cm ...
$Q_3 - Q_1$: 0,24 cm ...	$Q_3 - Q_1$: 0,26 cm ...	$Q_3 - Q_1$: 0,25 cm ...
Étendue : 0,49 cm ...	Étendue : 0,50 cm ...	Étendue : 0,48 cm ...

Voir fichier « 01_activite7_C.xls ».

b Valider **Expliquez** si les échantillons fournis répondent aux contraintes de calibrage.

Pour les 3 échantillons, on a : $1,5 \text{ cm} < h < 2 \text{ cm}$ et $\bar{h} > 1,7 \text{ cm}$. Pour les échantillons A et C, la contrainte $Q_3 - Q_1 \leq 0,25 \text{ cm}$ est respectée ; ce n'est pas le cas pour l'échantillon B.

c Valider Communiquer **Répondez** à la problématique.

La boulangerie industrielle doit choisir le fournisseur C, car son échantillon respecte toutes les contraintes et son étendue (0,48 cm) est plus faible que celle de l'échantillon A (0,49 cm).

Activité 8

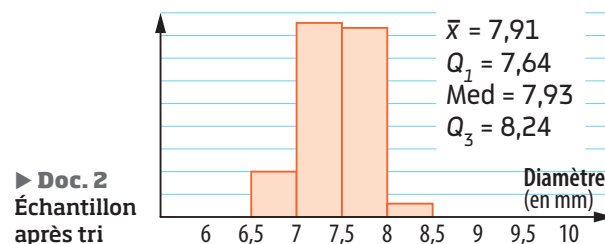
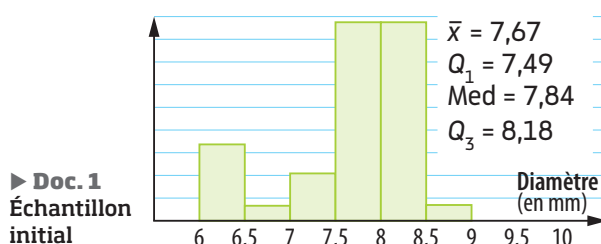
Comparer des séries à partir des indicateurs



Une enseigne de surgelés propose à la vente des sachets de petits pois. Lorsque les petits pois arrivent à l'usine, ils sont triés mécaniquement afin d'assurer la qualité du produit. Le tri doit permettre d'éliminer les pois d'un diamètre inférieur à 6,5 mm et d'obtenir au moins 50 % de pois « Très fins ».

Diamètre (en mm) définissant la catégorie des petits pois				
Extra-fins jusqu'à 7,5 inclus	Très fins]7,5 ; 8,25]	Fins]8,25 ; 8,75]	Mi-fins]8,75 ; 10,2]	Moyens plus de 10,2 mm

Des statistiques ont été réalisées sur un lot de petits pois avant et après le tri.



Problématique

Le tri a-t-il permis d'obtenir la qualité de petits pois recherchée ?

a S'approprier Réaliser Complétez le tableau à l'aide des représentations fournies.

Échantillon initial	Échantillon après tri
Moyenne : 7,67 ; médiane : 7,84	Moyenne : 7,91 ; médiane : 7,93
$Q_3 - Q_1 = 8,18 - 7,49 = 0,69$	$Q_3 - Q_1 = 8,24 - 7,64 = 0,6$

b Valider Indiquez comment le tri a modifié les indicateurs statistiques. Cochez la réponse exacte.

La médiane : ☒ augmente ☐ diminue ☐ reste identique
 La moyenne : ☒ augmente ☐ diminue ☐ reste identique
 L'écart interquartile : ☐ augmente ☒ diminue ☐ reste identique

c Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Le deuxième graphique permet de confirmer qu'il n'y a plus de petits pois dont la taille est inférieure à 6,5 mm. Les valeurs de Q_1 et Q_3 indiquent qu'après le tri, 50 % des petits pois ont une taille comprise entre 7,64 mm et 8,24 mm, valeurs appartenant à l'intervalle]7,5 ; 8,25] des pois très fins. Le tri a permis d'obtenir la qualité de pois recherchée.

Exercice 7 page 21

JE FAIS LE POINT

Pour comparer deux séries statistiques on étudie :

- les indicateurs de **position** : la **médiane** et la **moyenne**.

La moyenne est sensible aux valeurs extrêmes, ce qui n'est pas le cas de la médiane.

- les indicateurs de **dispersion** : l'**étendue** et l'**écart interquartile**.

Plus l'étendue et l'écart interquartile sont élevés, plus les valeurs de la série sont dispersées.

Exemple : Léo et Léa ont eu les mêmes notes à tous les contrôles (14 • 14 • 15 • 16) sauf le dernier pour lequel Léo a eu la note de 4 et Léa 10 sur 20.
 Léo : $e = 12$; $\bar{x} = 12,6$; Med = 14 ; $Q_3 - Q_1 = 1$.
 Léa : $e = 6$; $\bar{x} = 13,8$; Med = 14 ; $Q_3 - Q_1 = 1$.

Exercices



1 Cochez la bonne réponse parmi les trois propositions.

Voici le nombre de points marqués par une équipe de basket lors des 6 derniers matches : 79 • 65 • 78 • 65 • 86 • 71

a. L'étendue de cette série est :

☐ 65 points ☒ 21 points ☐ 86 points

b. Le nombre moyen de points marqués est égal à :

☒ 74 points ☐ 74,5 points ☐ 75 points

c. Le nombre médian de points marqués est égal à :

☐ 71 points ☒ 74,5 points ☐ 78 points

d. Au moins 75 % des matches ont un nombre de points marqués inférieur ou égal à :

☐ 71 points ☐ 78 points ☒ 79 points



2 Répondez par « vrai » ou « faux » à chacune des affirmations suivantes et justifiez votre choix.

On donne le nombre de jours de formation en entreprise effectués par quinze élèves de seconde :

0 • 0 • 10 • 15 • 15 • 20 • 25 • 28 • 28 • 29 • 30 • 30 • 30 • 30 • 30

a. Affirmation : cette série peut être représentée par un histogramme. ☐ Vrai ☒ Faux

Le caractère étudié est quantitatif discret, il ne peut être représenté par un histogramme. Cette série peut être représentée par un diagramme en bâtons.

b. Affirmation : la médiane de cette série est inférieure à sa moyenne. ☐ Vrai ☒ Faux

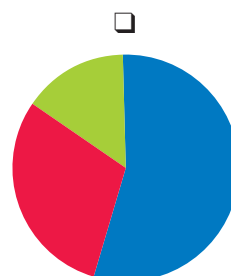
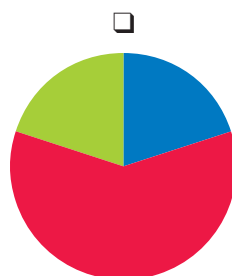
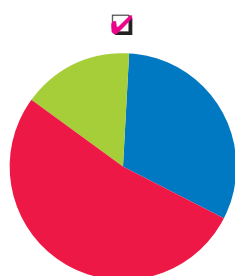
La moyenne de la série est égale à 21,3 jours ; la médiane est 28 jours. La médiane de la série est supérieure à sa moyenne.

Choix d'un graphique statistique

3 Une association sportive propose trois types de cours de gymnastique à ses adhérents : GymForm, GymTonic et GymZen. Le nombre d'inscrits pour chaque activité est :


GymForm	75	GymTonic	121	GymZen	34
---------	----	----------	-----	--------	----

Choisissez parmi les représentations proposées celle qui convient. Justifiez.



■ GymForm
■ GymTonic
■ GymZen

Par rapport au total des effectifs (231), l'effectif de GymTonic représente un peu plus de la moitié ; l'angle du secteur associé doit être un peu plus grand que 180° ; l'angle du secteur GymForm doit être environ deux fois plus grand que l'angle du secteur GymZen. Le 1^{er} graphique convient.

- 4  La responsable d'une maison de retraite a récapitulé les dépenses annuelles de la structure dans le tableau ci-contre.
- Construisez** le graphique le plus adapté pour montrer la part relative de chaque dépense par rapport à la dépense totale. **Justifiez**.

Nature de la dépense	Montant (en €)
Charge de personnel	74 000
Achats divers	2 700
Location emplacement	3 500
Services extérieurs : nettoyage, téléphone, affranchissement...	5 000
Impôts et taxes	3 200
Assurance	500

Voir fichier « 01_exercice4_C.xls ».

Le graphique en secteurs est le plus adapté à cette situation, car il permet de voir la part relative de chaque type de dépense (représentée par un secteur) par rapport à l'ensemble des dépenses (représenté par le disque entier).

Détermination des indicateurs de position d'une série statistique

- 5 Des billets ont été vendus pour une « représentation exceptionnelle » d'un opéra au théâtre Dega à différents tarifs :

Prix (en €)	30	45	62	75	90
Effectif	48	185	121	75	22



a. Dites s'il est vrai qu'au moins 50 % des billets pour l'opéra ont été vendus à un tarif inférieur ou égal à 45 €. **Nommez** l'indicateur qui permet de le vérifier.

L'indicateur qui permet de positionner 50 % des valeurs est la médiane. Au total, 451 billets ont été vendus pour cet opéra. La 226^e valeur qui correspond à la médiane vaut 45. Cela signifie qu'au moins 50 % des billets ont bien été vendus à un tarif inférieur ou égal à 45 €.

b. Indiquez si le prix moyen des billets pour l'opéra est supérieur à 20 € ou non.

Le prix moyen des billets est 55,15 €, il est donc nettement supérieur à 20 €.

c. Au théâtre Dega, pour l'ensemble des spectacles (comédies, opéras...), le prix moyen des places est de 35 € et le prix médian de 30 €. **Comparez** ces indicateurs à ceux calculés aux questions a. et b.

Les valeurs médiane et moyenne du montant des billets d'opéra dépassent de plus de 15 € le prix moyen et le prix médian de l'ensemble des billets vendus. Cet opéra est un spectacle assez cher.

Détermination des indicateurs de dispersion d'une série statistique

- 6 Malo et Claire ont noté chacun le nombre de livres qu'ils ont lus chaque mois pendant un an.
Malo : 6 • 4 • 3 • 5 • 9 • 7 • 4 • 10 • 8 • 5 • 5 • 1 Claire : 8 • 6 • 3 • 2 • 2 • 3 • 5 • 6 • 8 • 5 • 3 • 4

a. Rangez les nombres de livres lus par Malo et Claire dans l'ordre croissant.

Malo : 1 - 3 - 4 - 4 - 5 - 5 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 Claire : 2 - 2 - 3 - 3 - 3 - 4 - 5 - 5 - 6 - 6 - 8 - 8.

b. Déterminez l'étendue de chaque série.

Malo : $e_m = 10 - 1 = 9$; Claire : $e_c = 8 - 2 = 6$.

c. Déterminez les premier et troisième quartiles de chaque série ainsi que $Q_3 - Q_1$.

Q_1 correspond à la 3^e valeur ($0,25 \times 12$) et Q_3 correspond à la 9^e valeur ($0,75 \times 12$).

Malo : $Q_1 = 4$, $Q_3 = 7$, $Q_3 - Q_1 = 7 - 4 = 3$;

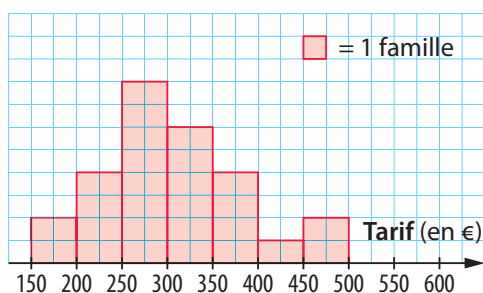
Claire : $Q_1 = 3$, $Q_3 = 6$, $Q_3 - Q_1 = 6 - 3 = 3$.

d. Comparez la dispersion des deux séries.

L'écart interquartile est le même pour la série de Malo et celle de Claire mais on peut affirmer que Claire lit plus régulièrement que Malo, puisque $e_c < e_m$.

Problèmes

- 7** Madame Lenfan, responsable d'une crèche, a relevé le montant mensuel payé par chacune des 54 familles de la crèche pour la garde de leur enfant.



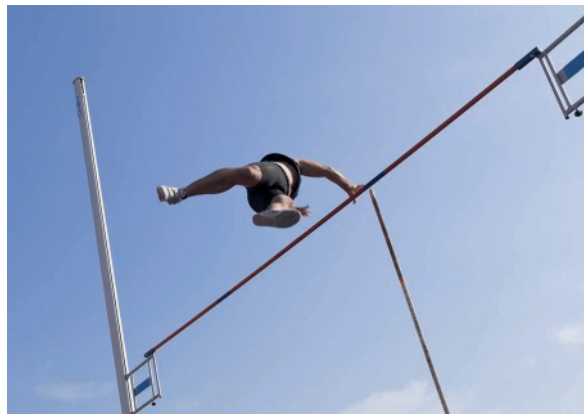
- Construisez un tableau qui regroupe les informations du graphique.
- Combien de familles dépensent entre 250 et 300 euros pour faire garder leur enfant ?
- Calculez le pourcentage des familles payant moins de 250 euros par mois pour la garde de leur enfant.
- Calculez le montant moyen mensuel payé par les familles de la crèche.
- Madame Lenfan affirme que les trois quarts des familles payent moins de 350 € par mois. Est-ce vrai ?

- 8** Louka travaille dans un magasin de bricolage, il conseille les clients qui souhaitent installer des radiateurs. S'il arrive à vendre plus de 20 radiateurs en une semaine et si le prix moyen des radiateurs vendus dépasse 200 €, il touche une prime correspondant à 2 % du montant des ventes. Voici le détail des radiateurs que Louka a vendus cette semaine.

	Prix (en €)	Effectif
Modèle 1	159	2
Modèle 2	199	8
Modèle 3	259	6
Modèle 4	309	1
Modèle 5	349	4

- Louka va-t-il obtenir une prime ? Justifiez.
- Si oui, quel sera le montant de cette prime ? Si non, dites combien de radiateurs supplémentaires du modèle 1, il aurait dû vendre pour l'obtenir.

- 9** Voici les résultats, en mètres, obtenus par les 11 finalistes de l'épreuve hommes de saut à la perche aux Jeux Olympiques de 2016 :
- 5,50 • 5,98 • 5,50 • 5,65 • 6,03 • 5,75 • 5,50 • 5,85 • 5,75 • 5,50 • 5,50.



- Les médailles d'or, d'argent et de bronze ont été obtenues respectivement par des sportifs issus du Brésil, de la France et des États-Unis. Donnez les performances de chaque médaillé.
- Calculez la hauteur moyenne de saut lors de cette finale.
- La hauteur médiane correspond à celle du saut réalisé par le Chinois Changrui Xue. Donnez la hauteur de son saut.

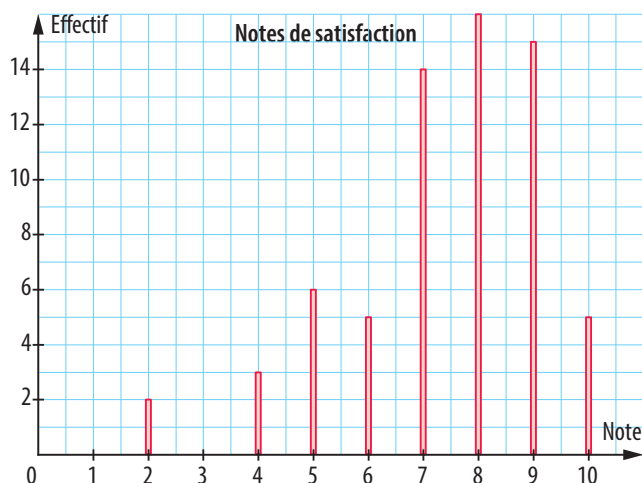
- 10** Une entreprise produit des tiges en acier en grande quantité. Le responsable qualité cherche à analyser la production. Il mesure pour cela le diamètre des tiges d'un échantillon de 50 pièces et obtient les résultats suivants.

Diamètre (en cm)	7,6	7,7	7,8	7,9	8,0	8,1	8,2	8,3
Effectif	3	5	7	9	12	9	4	1

Une tige est dite conforme si son diamètre d appartient à l'intervalle $[7,7 ; 8,2]$. Le responsable qualité considère que l'échantillon est de qualité satisfaisante si au moins 95 % des tiges sont conformes et si le diamètre moyen arrondi au dixième est égal à 8,0 cm.

- Déterminez le nombre de tiges conformes dans cet échantillon.
- Calculez le diamètre moyen des tiges, arrondi au dixième.
- L'échantillon considéré est-il de qualité satisfaisante ?

- 11** Dany qui tient une sandwicherie, élabore régulièrement de nouvelles recettes. Il propose un nouveau sandwich au poulet durant une semaine et demande aux clients de le noter. Si la note moyenne obtenue lors de la période d'essai est supérieure à 7 et si la moitié des clients a proposé une note supérieure ou égale à 8 alors le sandwich sera inscrit définitivement sur la carte de la sandwicherie.



- a. Calculez la note moyenne obtenue par le nouveau sandwich.
b. Dany va-t-il inscrire le nouveau sandwich au poulet sur la carte ?

- 12** Lors d'une séance d'athlétisme, les sportifs ont couru 20 min. Le coach a relevé les distances, en mètres, parcourues par chacun. Le tableau ci-dessous donne les résultats.

3 300	4 200	3 600	4 500	2 950	4 000
2 500	4 100	3 100	3 050	3 150	3 200
2 000	2 750	2 800	4 250	3 000	3 150
3 350	3 300	2 900	3 100	3 050	2 850

Le coach décide de proposer un entraînement supplémentaire aux 25 % des sportifs courant le moins vite.

- a. Combien de sportifs suivront cet entraînement ?
b. En dessous de quelle vitesse moyenne, les sportifs auront-ils droit à un entraînement supplémentaire ?

- 13** Depuis le début d'année, les notes obtenues par Nelly en mathématiques sont :
Devoirs écrits : 13 ; 12 ; 15 ; coefficient 2 ;
Activités TICE : 18 ; 16 ; coefficient 1.
Il manque encore la note d'un devoir écrit pour obtenir la note moyenne du trimestre.

- a. Calculer la moyenne actuelle de Nelly.
b. Quelle note Nelly doit-elle obtenir au dernier devoir si elle veut avoir au moins 15 de moyenne ce trimestre ?

Investigations

- 14** Maëlle effectue sa période de formation en entreprise dans un magasin de jouets. Elle est chargée par son tuteur d'étudier les statistiques de vente et d'attribuer le label « Jouet Plus » aux jouets qui remplissent les conditions suivantes :

- la note moyenne obtenue est supérieure ou égale à 7 ;
- plus de la moitié des notes est supérieure ou égale à 8 ;
- moins de 25 % des notes doivent être inférieures ou égales à 4.

Ce label est très important, c'est un gage de qualité et il est générateur de ventes.

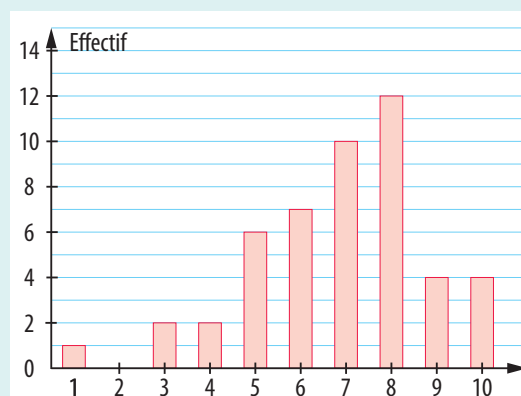


6	8	9	10
7	7	4	8
5	6	6	7
3	10	9	8

▲ Doc. 1 Notes obtenues pour le jeu « MégaCube »


Note	4	5	6	7	8	10
Effectif	2	4	10	42	55	7

▲ Doc. 2 Notes obtenues pour le jeu « MégaPôle »



▲ Doc. 3 Notes obtenues pour le jeu « MégaCar »

Problématique > Quels sont, parmi les jouets étudiés, ceux qui auront le label « Jouet Plus » ?

Compétences	Attendus	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✓	✓	✓
S'approprier	Je lis attentivement le tableau pour trouver les temps de sommeil et je les convertis en heures.	1a			
Analyser/Raisonner	Je choisis le ou les diagrammes adaptés et explique mon choix.	1b			
	Je propose une méthode de résolution adaptée.	2a			
Réaliser	Je réalise le diagramme sur les temps de sommeil.	1c			
	J'effectue les calculs nécessaires.	2b			
Valider	Je compare le temps de sieste au temps total de sommeil.	1d			
	Je compare les résultats des deux mois.	2c			
Communiquer	J'explique ma démarche au professeur.				
	Je rédige la conclusion en employant le vocabulaire correct.	1d 2c			

EXERCICE 1

Yanis est en stage dans une crèche, il doit se familiariser avec le rythme de vie des enfants de deux ans et demi dont il a la charge.

Activité	Sommeil	Repas	Jeux libres	Activités éducatives soutenues	Autres activités (habillage, soins d'hygiène...)
Durée	12 h dont 2 h 15 min de sieste	1 h 20 min	5 h	4 h 10 min	1 h 30 min

▲ **Doc. 1** Rythme de vie d'un enfant de deux ans et demi

a **S'approprier** **Réaliser** **Cochez** les réponses exactes.

Le temps de sieste d'un enfant de deux ans et demi, exprimé en heures, est d'environ :

☐ 2,15 h ☒ 2,25 h ☐ 2,5 h

Le temps de sommeil nocturne, exprimé en heures, est d'environ :

☐ 9,15 h ☒ 9,45 h ☐ 9,75 h

b **Analyser / Raisonner** **Nommez** un type de diagramme qui permette de visualiser la répartition du temps de sommeil entre le temps de sieste et le sommeil nocturne. **Justifiez.**

Le caractère étudié est qualitatif : un diagramme en secteurs ou un diagramme en bâtons sont possibles, mais seul le diagramme en secteurs permet de visualiser la totalité du temps de sommeil.

c **Réaliser** **Réalisez** le diagramme montrant la répartition du temps de sommeil, à l'aide de l'outil de votre choix. Voir fichier « 01_jemeteste_ex01_C.xls ».

d **Valider** **Communiquer** Yanis pense que le temps de sieste d'un enfant de deux ans et demi représente moins d'un quart de son temps de sommeil. A-t-il raison ? **Justifiez.**

Sur le graphique, on constate que le secteur représentant le temps de sieste est inférieur à un quart du disque, ce qui signifie que le temps de sieste représente moins d'un quart du temps de sommeil. Yanis a raison.

Je me teste

EXERCICE 2

Yanis doit être vigilant au sommeil de la petite Lina ; sa mère lui a signalé des troubles du sommeil et l'a chargé de noter chaque jour la durée de la sieste de sa fille. Tous les mois, Yanis analyse les résultats obtenus pour le mois en cours et les compare à ceux du mois précédent, puis il propose une synthèse des résultats à la maman.

	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi
Semaine 1	50	45	72	42	61
Semaine 2	120	55	65	20	103
Semaine 3	45	56	70	82	63
Semaine 4	99	87	56	78	95

▲ Doc. 1 Temps de sieste, en minutes, de Lina au mois d'octobre

Temps min : 23 min
Temps max : 125 min
Temps moyen : 67,5 min
Temps médian : 62 min
 Q_1 : 42 min ; Q_3 : 79 min

▲ Doc. 2 Temps de sieste de Lina au mois de septembre

Problématique

Yanis peut-il affirmer à la mère de Lina que la durée des siestes s'est allongée au mois d'octobre par rapport au mois de septembre et que les trois quarts des siestes de Lina dépassent 50 min ?

a S'approprier Analyser / Raisonner **Proposez** une méthode permettant de répondre à la problématique.

Il faut commencer par calculer les différents indicateurs

correspondant à la série du mois d'octobre :

temps minimum et maximum, temps moyen, temps médian

et écart interquartile. On calcule ensuite l'étendue et l'écart interquartile pour chaque mois.

Puis on compare chaque indicateur du mois d'octobre à celui du mois de septembre.



Appalez le professeur pour lui expliquer votre méthode.

b Réaliser **Mettez** en œuvre votre méthode.

Pour le mois d'octobre : temps minimum de sieste : 20 min ; temps maximum : 120 min.

Temps moyen : 68,2 min ($> 67,5$) ; temps médian : 64 min (> 62) ; $Q_1 = 50$ min ; $Q_3 = 82$ min.

Étendue : $e = 120 - 20 = 100$ min ; $Q_3 - Q_1 : 82 - 50 = 32$ min.

Pour le mois de septembre : étendue : $125 - 23 = 102$ min ; $Q_3 - Q_1 = 79 - 42 = 37$ min.

L'étendue et l'écart interquartile ont diminué au mois d'octobre par rapport au mois de septembre.

c Valider Communiquer **Répondez** à la problématique.

Les indicateurs de dispersion ont diminué, les temps moyen et médian de sieste sont plus élevés au mois d'octobre qu'au mois de septembre. La durée des siestes de Lina s'est donc allongée.

Q_1 , valant 50 min, les trois quarts des siestes ont une durée supérieure ou égale à 50 min.

Les deux affirmations de Yanis sur le temps de sieste de Lina sont justes.

CHAPITRE 2 Fluctuations d'une fréquence et probabilités

Investigation 1

Gagnant à coup sûr

Lors d'une kermesse un stand propose le jeu suivant : lancer un dé géant à 6 faces et si le numéro 6 sort, alors le joueur gagne un lot. Il est écrit en gros sur le stand : « 1 chance sur 6 de gagner ». Clément est sûr que s'il joue 6 parties, il gagnera forcément un lot.

Problématique

Est-ce que Clément a raison de penser qu'il gagnera forcément un lot ?

a S'approprier Analyser / Raisonner **Proposez** une méthode permettant de répondre à la problématique.

On peut essayer de vérifier expérimentalement, avec un dé à 6 faces ou à l'aide d'une simulation à la calculatrice, si l'on obtient un numéro 6 chaque fois que l'on effectue 6 lancers.

On peut ensuite comparer notre résultat avec celui d'un autre groupe.

b Réaliser **Mettez** en œuvre votre méthode.

Exemples de résultats obtenus pour différents groupes après 6 lancers :

6-2-5-4-5-4 1-4-1-1-6-6

3-4-6-5-4-5 4-5-1-5-3-2

1-2-2-5-1-1 4-1-4-3-3-5

c Valider Communiquer **Répondez** à la problématique.

On constate que tout le monde n'obtient pas les mêmes résultats. Le numéro 6 n'apparaît pas systématiquement. On peut conclure que cette expérience est aléatoire. On peut aboutir à plusieurs résultats sans que l'on puisse prévoir lequel se produira. Clément n'est donc pas sûr de gagner un lot s'il joue 6 parties.



Suite de votre parcours :

☐ Activités 1 et 2  pages 27 - 28

☐ Investigation 2  page 26

Investigation 2

La roue de la chance

Un centre commercial organise des animations pour ses clients. À un stand, l'animateur propose de faire tourner la roue de loterie ci-contre. Si la roue s'arrête sur le numéro « 1 », alors le client gagne un chèque cadeau. Sur une semaine de jeu, on a obtenu les résultats ci-dessous.

Jour	Lun.	Mar.	Mer.	Jeu.	Ven.	Sam.
Nombre de joueurs	142	118	197	123	175	345
Nombre de gagnants	30	21	62	25	16	61

▲ Doc. 1 Résultats d'une semaine de jeu

Un des clients pense que le jeu est truqué, car il trouve le nombre de gagnants trop faible par rapport au nombre de joueurs.



▲ Doc. 2 La roue de loterie

Problématique

L'avis de ce client est-il justifié ?

a S'approprier Analyser / Raisonner Proposez une méthode permettant de répondre à la problématique.

On peut calculer la probabilité théorique de gagner, puis les fréquences du nombre de gagnants pour chaque jour de la semaine et pour la semaine entière. On vérifie ensuite si les fréquences obtenues sont proches de la probabilité théorique.

DÉFI

Calculez la probabilité de gagner et la fréquence du nombre de gagnants.

b Réaliser Mettez en œuvre votre méthode.

La probabilité théorique p de gagner est $p = \frac{1}{5} = 0,20$ soit 20 %.

Jour	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi
Fréquence du nombre de gagnants arrondie au centième	0,21	0,18	0,31	0,20	0,09	0,18
	21 %	18 %	31 %	20 %	9 %	18 %

Pour la semaine :

fréquence du nombre de gagnants = nombre total de gagnants / nombre total de joueurs
 $= 215 / 1\,100 \approx 0,20$ soit 20 %.

c Valider Communiquer Répondez à la problématique.

On constate que les fréquences du nombre de gagnants varient et sont comprises entre 9 % et 31 %. Cependant, la fréquence du nombre de gagnants sur toute la semaine est conforme à la probabilité théorique. On peut penser que le jeu n'est pas truqué.



Suite de votre parcours :

- ☐ Activités 3 et 4 pages 29 - 30
- ☐ Activités 5 et 6 pages 31 - 32

Activité 1

Expérimenter la prise d'échantillons aléatoires à l'aide d'une pièce

Un groupe de scientifiques étudie la répartition mâle/femelle d'une population de silures peuplant la Seine. Les silures sont des poissons d'eau douce qui présentent la même proportion de mâles et de femelles dans la nature. Comme il est impossible de recenser tous les silures du fleuve, ils décident de travailler sur un échantillon en prélevant 20 silures. Ils observent alors qu'il y a 14 mâles et 6 femelles.



Problématique

Les scientifiques doivent-ils s'inquiéter de trouver plus de mâles que de femelles ?



Une partie de la population est appelée échantillon ; la taille de l'échantillon est son effectif.

a S'approprier Expliquez pourquoi prélever au hasard un silure mâle ou femelle peut être simulé à l'aide d'une pièce de monnaie.

Il y a une chance sur deux de prélever au hasard un silure mâle ou femelle et la même probabilité d'obtenir pile ou face à l'aide d'une pièce de monnaie. Prélever un mâle pourra donc être simulé, par exemple, par le résultat « pile » et prélever une femelle par le résultat « face ».

b Réaliser Réalisez une première expérience en lançant vingt fois une pièce de monnaie. Notez dans la colonne « Échantillon n° 1 » du tableau ci-dessous les résultats que vous avez obtenus avec cet échantillon de taille 20 lancers.

Échantillon n°	1	2	3	4	5
Nombre de « pile »	9	14	11	12	7
Nombre de « face »	11	6	9	8	13

Les résultats sont variables selon les simulations.

c Analyser / Raisonner Dites s'il était possible de prévoir ce résultat.

Les résultats sont imprévisibles, car ils sont dus au hasard. L'expérience est aléatoire.

d Réaliser Recommencez cette expérience quatre autres fois et reportez dans les autres colonnes du tableau les résultats que vous avez obtenus.

e Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Les cinq échantillons ont donné des résultats différents avec parfois une majorité de « pile » ou de « face ». On peut conclure que la taille de l'échantillon n'est pas assez grande pour que l'on s'inquiète de trouver plus de mâles que de femelles.

Activité 2

Expérimenter la prise d'échantillons aléatoires à l'aide des TIC

On propose de simuler la course entre le lièvre et la tortue de la fable de Jean de La Fontaine. À chaque tour on lance un dé. Si le 6 sort, alors le lièvre gagne la partie ; sinon, la tortue avance d'une case. La tortue gagne lorsqu'elle a avancé de 6 cases.



Problématique

Vaut-il mieux être le lièvre ou la tortue pour avoir le maximum de chances de gagner ?

a Valider Dites pourquoi on peut dire que le lancer d'un dé est une expérience aléatoire.

Lancer un dé est une expérience aléatoire, car le résultat est imprévisible. Il est dû au hasard.

b S'approprier On réalise un échantillon de taille 6 de lancers d'un dé. On obtient : 1 ; 5 ; 2 ; 6 ; 1 ; 4.

Dites qui du lièvre ou de la tortue a gagné cette partie.

Le lièvre gagne la partie.

Il est possible de simuler le lancer d'un dé à l'aide de la calculatrice ou d'un tableur.

c Réaliser Réalisez à l'aide de la calculatrice ou d'un tableur un échantillon de taille 6 de lancers d'un dé et notez dans le tableau ci-dessous le vainqueur (L pour lièvre et T pour tortue).

Tuto calculatrice

Simuler plusieurs lancers d'un dé à l'aide de la calculatrice.



foucherconnect.fr/
18m07

Tuto logiciel

Simuler plusieurs lancers d'un dé à l'aide d'un tableur.



foucherconnect.fr/
18m08

Échantillon n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Vainqueur (L ou T)	L	L	L	L	L	T	L	L	T	T	L	L	L	L	L

Les résultats sont variables selon les simulations.

d Réaliser Réalisez 14 autres échantillons et complétez le tableau.

e Analyser / Raisonner Répondez à la problématique.

Sur 15 échantillons, le lièvre a gagné 12 fois. A priori, même si le nombre d'échantillons n'est pas élevé, il vaut mieux être le lièvre plutôt que la tortue pour avoir le maximum de chances de gagner.

Exercice 5 page 34

JE FAIS LE POINT

- Dans une expérience **aléatoire**, les résultats sont imprévisibles. Ils sont liés au **hasard**.
- Un **échantillon** de taille n est obtenu lorsqu'on prend au hasard n éléments de la population.

Exemple

Lors d'un sondage téléphonique, 1 024 personnes sont interrogées au hasard. C'est un échantillon aléatoire de taille 1 024.

- Il est possible de reproduire expérimentalement des échantillons aléatoires par des **simulations**.

Exemples

Lancer une pièce de monnaie, lancer un dé, tirer une boule dans une urne, utiliser la calculatrice pour générer des nombres aléatoires... peut permettre la simulation d'expériences aléatoires.

Activité 3

Mesurer la fluctuation à l'aide de l'étendue des fréquences

Théo et ses amis jouent au jeu du Monopoly®. Lorsque l'un d'entre eux est en prison, une des possibilités pour en sortir est de réaliser un double avec deux dés : par exemple obtenir deux « 5 ». Sur toute une partie, ils ont réalisé 20 tentatives pour sortir de prison et un seul double est sorti. Théo pense que ce n'est pas normal.



Problématique

Théo a-t-il raison ?

On étudie dans un premier temps 10 échantillons de 20 lancers de deux dés. On obtient les résultats suivants.

Échantillon n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de doubles	4	5	2	3	4	3	4	3	0	2
Fréquence	0,20	0,25	0,10	0,15	0,20	0,15	0,20	0,15	0	0,10

a Réaliser Pour chacun des 10 échantillons, **calculez** la fréquence de doubles et **complétez** le tableau ci-dessus.



- Fréquence = $\frac{\text{nombre d'apparitions de l'issue}}{\text{taille de l'échantillon}}$
- Étendue : $e = f_{\max} - f_{\min}$

b Réaliser **Calculez** l'étendue des fréquences observées.

$$e = f_{\max} - f_{\min} = 0,25 - 0 = 0,25$$

On décide d'augmenter la taille des échantillons pour étudier son influence sur la fluctuation des fréquences. Pour cela on simule les lancers de deux dés à l'aide d'un tableur.



foucherconnect.fr/
18m09

Ouvrez le fichier « 02_activite3.xls ».

c Réaliser À l'aide de la touche F9 du clavier, **complétez** le tableau dans le fichier du tableur.

d Réaliser **Calculez** l'étendue des fréquences observées pour 200 lancers et 2 000 lancers.

Pour 200 lancers, $e = 0,21 - 0,14 = 0,07$.

Pour 2 000 lancers, $e = 0,1785 - 0,1565 = 0,022$ (voir fichier « 02_activite3_C.xls »).

e Analyser / Raisonner **Dites** comment évolue l'étendue des fréquences lorsque le nombre de tirages augmente.

Lorsque le nombre de tirages augmente, l'étendue des fréquences diminue.

f Valider Communiquer **Répondez** à la problématique.

L'étendue des fréquences pour 10 échantillons de 20 lancers montre que la fluctuation des fréquences est élevée. Obtenir un seul double en 20 lancers est donc tout à fait possible.

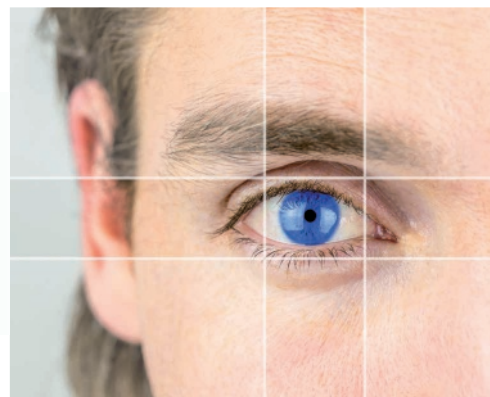
Théo n'a pas raison.



Activité 4

Tenir compte de la fluctuation pour faire preuve d'esprit critique

Un mentaliste prétend posséder un don surnaturel. Il serait capable de prédire, bien mieux qu'une personne quelconque, la couleur d'une carte (pique, cœur, carreau ou trèfle) prise au hasard dans un jeu de 32 cartes. Afin de vérifier s'il possède réellement un don, nous demandons au mentaliste de réaliser 40 fois l'expérience. Le mentaliste, sur les 40 tentatives, a obtenu 14 bonnes réponses.



Problématique

Pouvez-vous prouver que le mentaliste ne possède pas de don ?

a Réaliser Si le mentaliste répond « au hasard », **calculez** la probabilité qu'il réponde juste.

$p = 1 / 4 = 0,25$ soit 25 %.

On effectue, à l'aide d'un simulateur, plusieurs séries de 40 tirages au sort d'une carte.

b S'approprier **Dites** combien de séries de 40 tirages ont été simulées.

Il a été simulé 100 séries de 40 tirages.

c Analyser / Raisonner Au cours de ces simulations, **dites** combien de fois on obtient au moins 35 % de bonnes réponses. **Commentez** ce résultat.

Sur 100 séries, il est arrivé 14 fois d'obtenir au moins 35 % de bonnes réponses. Il n'est donc pas rare en répondant au hasard d'obtenir au moins 35 % de bonnes réponses.

d Réaliser **Calculez** l'étendue des fréquences.

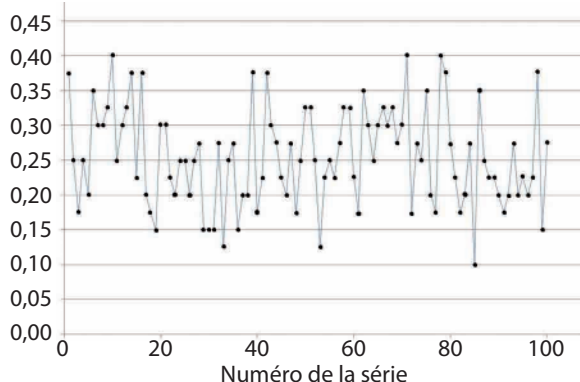
$e = 0,40 - 0,10 = 0,30$.

e Valider Communiquer **Répondez** à la problématique.

Le pourcentage de bonnes réponses du mentaliste est de $14 / 40 \times 100 = 35 \%$. Il est supérieur à la probabilité théorique, mais on a vu qu'il n'était pas rare d'obtenir de façon aléatoire ce pourcentage de bonnes réponses.

On peut donc penser que le mentaliste ne possède pas un don particulier.

Fréquence de bonnes réponses



Exercice 2 page 33

Exercice 6 page 34

JE FAIS LE POINT

- Si l'on effectue plusieurs échantillonnages de même taille sur une même population, on obtiendra en général des fréquences légèrement différentes pour un caractère donné. Ce phénomène s'appelle **fluctuation d'échantillonnage**.

- Pour mesurer cette fluctuation, il est possible de calculer l'**étendue des fréquences** en effectuant la différence entre la plus grande fréquence et la plus petite.

Exemple

Si $f_{\max} = 0,65$ et $f_{\min} = 0,23$ alors l'étendue des fréquences est $e = 0,65 - 0,23 = 0,42$.

Activité
5

Évaluer une probabilité dans le cas d'une situation aléatoire simple

Dans un jeu de 32 cartes, on tire une carte au hasard, puis on la remet dans le paquet. On procède ainsi à plusieurs tirages avec remise.

On peut simuler cette situation aléatoire à l'aide d'un tableur afin de réaliser un très grand nombre de tirages et étudier les fréquences de réalisation des événements suivants :

A : « obtenir un pique » ; B : « obtenir un carreau » ;
C : « obtenir une dame » ; D : « obtenir un 10 » ;
E : « obtenir l'as de cœur ».

Problématique

Comment évaluer la probabilité de chacun de ces événements ?



foucherconnect.fr/
18m10

Ouvrez le fichier « 02_activite5.xls ».

a Réaliser À l'aide de la simulation de 10 000 tirages, complétez le tableau ci-dessous.

	Un pique	Un carreau	Une dame	Un 10	L'as de cœur
Nombre d'apparitions	2 515	2 446	1 255	1 241	308
Fréquence (en %)	25,15 %	24,46 %	12,55 %	12,41 %	3,08 %

Les résultats sont variables selon les simulations.

b Analyser / Raisonner Certaines des fréquences ont des valeurs proches. Expliquez pourquoi.

Dans un jeu de 32 cartes, il y a autant de piques que de carreaux et autant de dames que de 10.

Leurs fréquences d'apparition sont donc très proches.

c Valider Classez les fréquences d'apparition de ces événements dans l'ordre croissant.

Expliquez pourquoi il est logique d'obtenir ce classement.

$f_{\text{(As de cœur)}} < f_{\text{(Un 10)}} \approx f_{\text{(Une dame)}} < f_{\text{(Un carreau)}} \approx f_{\text{(Un pique)}}$. Ce classement est logique, car il est le même que le classement du nombre de cartes favorables à la réalisation de chaque événement.

d Valider Communiquer Répondez à la problématique.

On a simulé 10 000 tirages, ce qui est un très grand nombre de tirages.

On peut donc se servir des fréquences calculées dans le tableau

pour évaluer la probabilité de chaque événement.

$p(A) = p(B) = 25 \% ; ; p(C) = p(D) = 12,5 \% ; ; p(E) = 3,1 \%$.



Si on renouvelle un très grand nombre de fois une expérience, la fréquence se stabilise autour d'une valeur qui est la probabilité de l'événement.

Exercice 1 page 33

Exercice 7 page 34

Activité 6

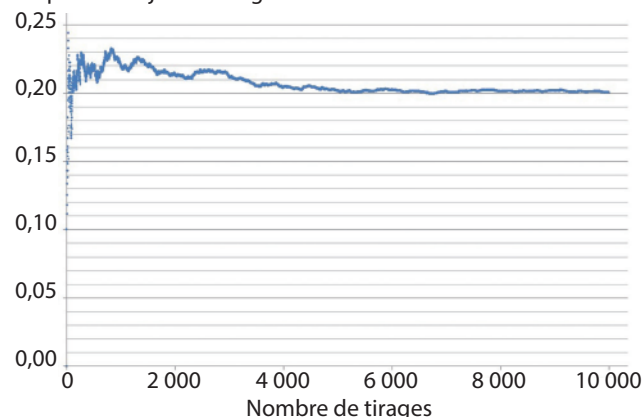
Évaluer la probabilité à partir des fréquences

Un sac noir contient des jetons indiscernables au toucher de couleur rouge, vert ou bleu. Lisa tire un jeton au hasard, note sa couleur, puis remet le jeton dans le sac. Cette expérience est simulée un très grand nombre de fois et les deux graphiques ci-dessous sont obtenus.

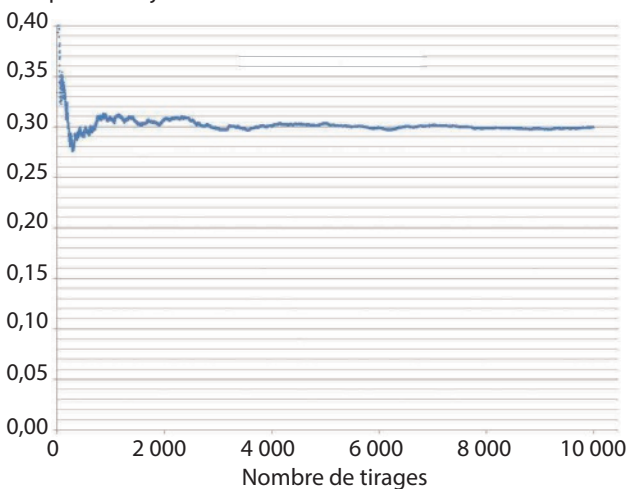
Problématique

Quelle est la probabilité pour Lisa de tirer un jeton bleu ?

Fréquence de jetons rouges



Fréquence de jetons verts



a S'approprier **Estimez** les probabilités de tirer un jeton rouge et un jeton vert.

On a simulé un très grand nombre de tirages. Donc $p_{(\text{obtenir un jeton rouge})} = 0,2$...
et $p_{(\text{obtenir un jeton vert})} = 0,3$...



La somme des probabilités d'obtenir un jeton rouge, un jeton vert et un jeton bleu vaut 1.

b Valider Communiquer **Répondez** à la problématique.

$p_{(\text{obtenir un jeton rouge})} + p_{(\text{obtenir un jeton vert})} + p_{(\text{obtenir un jeton bleu})} = 1$...
Donc $p_{(\text{obtenir un jeton bleu})} = 1 - p_{(\text{obtenir un jeton rouge})} - p_{(\text{obtenir un jeton vert})} = 0,5$...

Exercice 8



page 34

JE FAIS LE POINT

- Une **probabilité** est un nombre compris entre 0 et 1, où 1 correspond à la certitude.
- Dans une expérience aléatoire, la **somme des probabilités** de chacun des résultats possibles vaut 1.
- La probabilité d'un événement A se note $p(A)$.
- La probabilité p se calcule, dans les cas simples, à l'aide de la formule $p = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$.

Exemple

Un jeu de 32 cartes contient 4 valets. La probabilité p d'obtenir un valet est $p = \frac{4}{32}$, soit $p = \frac{1}{8}$.

- Lorsqu'une expérience aléatoire est répétée un très grand nombre de fois, la fréquence d'un résultat a tendance à se **stabiliser** vers une valeur p . Cette valeur p est considérée comme la probabilité du résultat étudié.

Exemple

On lance un très grand nombre de fois une pièce truquée. La fréquence de sortie du côté « pile » se stabilise autour de 0,10. On prend $\frac{1}{10}$ comme probabilité d'obtenir « pile ».

Exercices



1 Cochez la bonne réponse parmi les trois propositions.

a. Une urne contient 6 boules rouges, 4 boules vertes et 3 boules jaunes. On tire une boule au hasard et on observe sa couleur. Cette expérience aléatoire donne :

- ☐ 1 issue possible ☐ 13 issues possibles ☒ 3 issues possibles

b. Sur 100 lancers d'un dé à 6 faces non truqué, on a obtenu 20 fois un « 3 ». La probabilité d'obtenir un « 3 » est :

- ☐ 20 % ☒ $\frac{1}{6}$ ☐ $\frac{1}{3}$

c. On lance 10 fois une pièce de monnaie. On a obtenu 8 fois le côté « face ».

- ☐ La pièce est truquée ☐ La pièce est équilibrée ☒ On ne peut pas savoir



2 Répondez par « vrai » ou « faux » à chacune des affirmations suivantes et expliquez votre choix.

a. Affirmation : deux sondages de même taille effectués par deux instituts différents devraient donner les mêmes résultats.

- ☐ Vrai ☒ Faux

C'est le phénomène de fluctuation d'échantillonnage.

b. Affirmation : on lance 4 fois une pièce équilibrée. On obtient 4 fois le côté « pile ». Il y a plus de chances d'obtenir « face » que « pile » au prochain lancer.

- ☐ Vrai ☒ Faux

Le résultat du prochain lancer est indépendant des résultats précédents.

c. Affirmation : un sac contient 20 jetons numérotés de 1 à 20. Il y a 30 % de chances de tirer au hasard un jeton dont le numéro est un multiple de 3.

- ☒ Vrai ☐ Faux

6 jetons ont un numéro multiple de 3 ; d'où la probabilité $p = 6 / 20 = 0,3$ soit 30 %.

Taille et prise d'échantillons

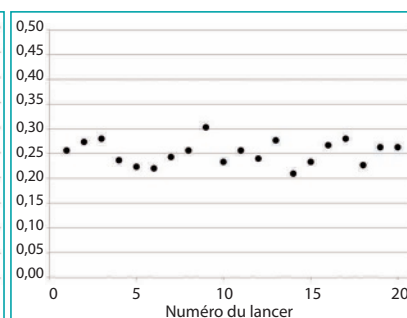
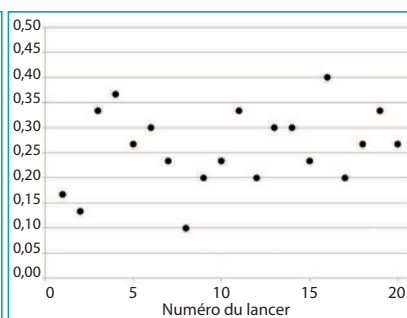
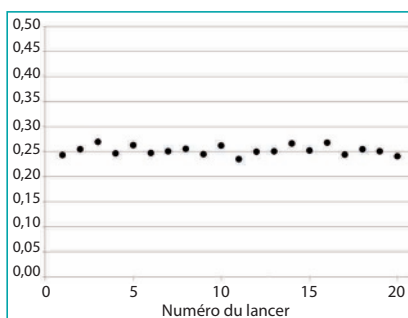
3 On lance 20 fois un dé à 4 faces et on note le nombre obtenu. Pour des échantillons de tailles différentes, on réalise à chaque fois un nuage de points des fréquences d'apparition de la face « 1 ».

Associez chaque graphique à la taille de l'échantillon.

Échantillon de taille 30

Échantillon de taille 300

Échantillon de taille 3 000



- 4 On veut vérifier si une pièce de monnaie n'est pas truquée. On lance 10 fois la pièce et on note les résultats dans un tableau.

a. Effectuez l'expérience et complétez le tableau en calculant les fréquences.

	Pile	Face
Effectif	4	6
Fréquence	$4 / 10 = 0,4$	$6 / 10 = 0,6$

b. Peut-on conclure si la pièce est truquée ou non ? Pourquoi ?

On ne peut pas conclure, car le nombre de lancers est insuffisant.

- 5 On veut simuler le lancer d'un dé à 12 faces. Écrivez la ligne d'instruction qui permet de simuler ce lancer si on utilise :

a. une calculatrice : Texas Instruments : entAléat(1,12) Casio : RanInt#(1,12)

b. un tableur : =ALEA.ENTRE.BORNES(1;12)

Étendue des fréquences d'une série d'échantillons

- 6 Une entreprise fabrique des ampoules LED en grande quantité. Pour vérifier leur qualité, on prélève des échantillons aléatoires de 50 ou 500 ampoules dans la production d'une journée.

50 ampoules			
Échantillon	A	B	C
Nombre d'ampoules défectueuses	1	3	0
Fréquence	0,02	0,06	0

500 ampoules			
Échantillon	D	E	F
Nombre d'ampoules défectueuses	3	9	5
Fréquence	0,006	0,018	0,01

- a. Calculez pour chaque échantillon la fréquence d'ampoules défectueuses et complétez les deux tableaux.
- b. Pour 50 ampoules prélevées, calculez l'étendue des fréquences : $e = 0,06 - 0 = 0,06$.
- c. Pour 500 ampoules prélevées, calculez l'étendue des fréquences : $e = 0,018 - 0,006 = 0,012$.
- d. Que constatez-vous ? L'étendue des fréquences diminue avec l'augmentation de la taille des échantillons.

Calcul d'une probabilité dans une situation aléatoire simple

- 7 Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher. Ces boules sont de couleur et numérotées ainsi : 2 blanches B1 et B2 ; 3 rouges R1, R2 et R3 et 5 vertes V1, V2, V3, V4 et V5.

a. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule rouge ? $p = 3 / 10 = 0,3$ soit 30 %

b. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule portant le numéro 3 ? $p = 2 / 10 = 0,2$ soit 20 %

c. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule portant un numéro multiple de 2 ?

$p = 4 / 10 = 0,4$ soit 40 %

Évaluation d'une probabilité à partir des fréquences

- 8 On a effectué 500 lancers au hasard d'un dé à 8 faces. Le graphique ci-contre montre l'évolution de la fréquence d'apparition de la face « 1 ».

a. Vers quelle valeur se stabilise la fréquence f observée ?

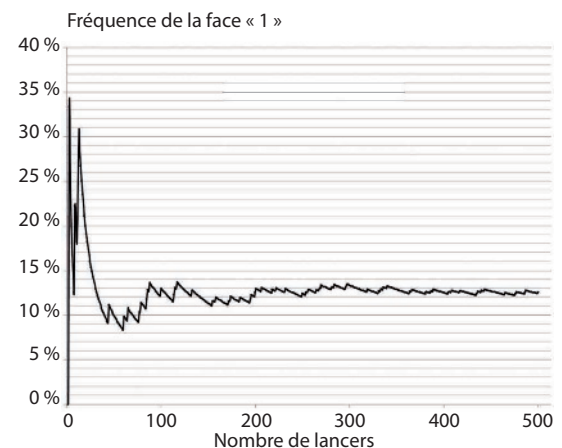
f se stabilise vers 12,5 %.

b. Est-ce que le dé est équilibré ? Justifiez.

$p(\text{face } 1) = \frac{1}{8} = 0,125$ soit 12,5 %. La fréquence f se

stabilise vers la probabilité théorique, donc on peut

penser que le dé est équilibré.



Problèmes

- 9** Une urne contient 12 boules bleues et 4 boules jaunes. Une autre urne contient 5 boules bleues et 2 boules jaunes.

• Dans quelle urne a-t-on le plus de chances de tirer une boule bleue ?

- 10** La bataille navale, appelée aussi touché-coulé, est un jeu de société dans lequel deux joueurs doivent placer des « navires » sur une grille tenue secrète et tenter de « toucher » les navires adverses.

Une grille de bataille navale est formée de 100 cases. On place dessus un navire de 4 cases, deux navires de 3 cases, trois navires de 2 cases et quatre navires de 1 case.

Au début de la partie, l'adversaire choisit une case au hasard sur la grille.

Calculez la probabilité que :

- l'adversaire touche un de vos bateaux.
- l'adversaire coule un bateau en 1 tir.
- l'adversaire ne touche aucun bateau.

- 11** Une règle simplifiée du jeu de Craps est la suivante : le joueur lance deux dés, il gagne si la somme des deux dés est 7 ou 11 ; il perd dans les autres cas.

a. Dans le tableau ci-dessous, cochez tous les cas favorables à l'événement « gagner au Craps » lors d'un lancer de deux dés.



		Faces du dé n° 1						
		+	1	2	3	4	5	6
Faces du dé n° 2	1							
	2							
	3							
	4							
	5							
	6							

- b. Combien y a-t-il de combinaisons gagnantes ?

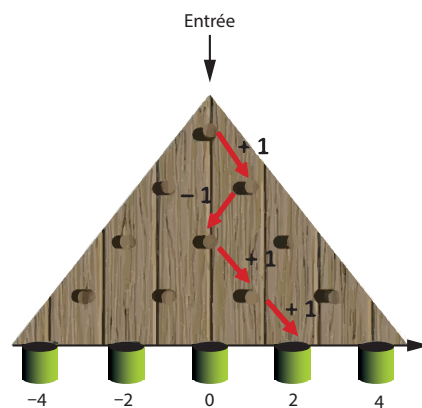
- c. Combien y a-t-il de combinaisons possibles ?

- d. Quelle est la probabilité de gagner à cette variante du jeu de Craps ?

- 12** La planche de Galton est un jeu d'obstacles formée d'une planche verticale et de petits cylindres répartis géométriquement sur la planche. On lâche une bille en haut de la planche : à chaque obstacle rencontré, elle peut passer indifféremment et avec autant de chance, à gauche ou à droite de l'obstacle. Dans la suite, on suppose que la planche comporte 4 lignes d'obstacles.

On se demande dans quelle case la bille a le plus de chance de tomber.

On peut simuler la situation de cette façon : la bille part de l'abscisse 0 et à chaque obstacle l'abscisse augmente ou diminue de 1 (la bille va à droite ou à gauche).



- a. Simulez 10 expériences de 4 lancers d'une pièce de monnaie (on donnera la valeur -1 pour le côté pile et +1 pour le côté face).

- b. Quel est le résultat le plus fréquent ?

- c. Ouvrez le fichier «02_exercice12.xls» et appuyez sur la touche F9 pour réaliser une autre simulation.

- d. Notez dans le tableau ci-dessous le nombre de -4, -2, 0, 2, 4 qui apparaissent pour 200 essais.

Abscisse	-4	-2	0	2	4
Nombre d'apparitions
Fréquence

- e. Calculez les fréquences d'apparition des nombres -4, -2, 0, 2 et 4.

- f. Dans quelle case la bille a-t-elle le plus de chance de tomber ?

- 13** **SCRATCH** Leïla a écrit le script suivant afin de simuler un grand nombre de lancers de deux dés équilibrés à six faces. Elle s'intéresse à la somme des nombres indiqués par les deux dés.



- Expliquez le rôle joué par chacune des six variables de ce script.
- Dans quel but Leïla a-t-elle écrit ce script ?
- SCRATCH** Ouvrez le fichier « 02_exercice13.sb2 ». Exécutez ce script afin d'avoir une estimation de la probabilité d'obtenir une somme égale à 7.
- Modifiez le script afin d'avoir une estimation de la probabilité d'obtenir une somme égale à 12.
- Comment pouvez-vous expliquer la différence de ces deux résultats ?

Investigations

- 14** Lola participe au cross de son lycée. Dans sa catégorie, il y a 100 participantes.

Problématique > Lola a-t-elle 1 % de chance d'arriver première au cross ? Justifiez votre raisonnement.

15



Le jeu de la boule est un jeu de hasard dans lequel chaque joueur mise sur des chiffres de 1 à 9. Le ti-

rage s'effectue à l'aide d'une bille jetée dans un récipient circulaire tournant et muni d'encoches. Une étude menée dans un casino sur le jeu de la boule a conduit aux résultats suivants.

Numéro sorti	Fréquence
1	0,10
2	0,08
3	0,11
4	0,10
5	0,20
6	0,08
7	0,10
8	0,11
9	0,12

Problématique > Que peut-on en déduire ? Expliquez votre raisonnement.

- 16** Le Yahtzee est

un jeu dans lequel il faut faire des combinaisons diverses avec 5 dés. Il est possible de relancer deux fois tout ou une partie des dés. Inès a obtenu au premier lancer trois 4, un 2 et un 5. Elle voudrait faire un full (3 dés d'une valeur et 2 dés d'une autre).



Elle hésite entre garder les trois 4 et le 5 et relancer le dé indiquant 2 ou garder les trois 4 et relancer les deux autres dés.

Problématique > Quel est le meilleur choix à faire ? Expliquez la démarche suivie.

- 17** Le Black Jack est un jeu de cartes particulièrement populaire dans les casinos.


Il existe une variante qui se joue avec 3 dés. Il faut lancer les dés et additionner le résultat des trois dés. On peut alors décider de s'arrêter ou de rejouer un, deux ou les trois dés.

Le but du jeu est de faire un total de 21 points sans les dépasser.

Après 2 lancers, Quentin réalise un total de 16 points.

Problématique > Combien de dés Quentin doit-il choisir de rejouer pour avoir le plus de chances de réaliser un total de 21 points ?

Expliquez la démarche suivie.

Compétences	Attendus	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✓	✓	✓
S'approprier	Je comprends l'énoncé du problème pour choisir l'affirmation correcte. Je recherche les informations utiles à la résolution du problème.	1a 2a			
Analyser/Raisonner	Je propose une méthode adaptée à la résolution du problème et je justifie le choix de la méthode.	1b 2a			
Réaliser	Je fais les calculs correspondant à la méthode choisie.	2b			
Valider	J'exploite les résultats d'une simulation.	1c			
Communiquer	J'explique ma démarche au professeur. Je rédige la conclusion en employant le vocabulaire correct.	 1d 2c			

EXERCICE 1

Lorsque des parents ont pour enfants un garçon puis une fille, il est courant d'utiliser l'expression « le choix du roi ». On souhaite connaître la probabilité d'un tel événement.

a S'approprier Entourez, parmi les deux affirmations suivantes, celle qui est la plus proche de la vérité.

Affirmation A = on a une chance sur 2 qu'un tel événement se produise.

Affirmation B = on a une chance sur 4 qu'un tel événement se produise.

b Analyser / Raisonner Expliquez ce choix.

Il y a une 1 chance sur 2 d'avoir un garçon, puis 1 chance sur 2 d'avoir une fille. Cela revient donc à avoir...
1 chance sur 4.

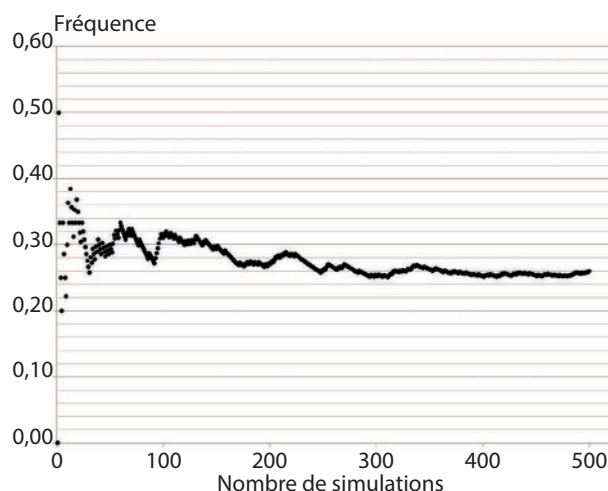
c Valider Cette situation a été simulée sur un tableur. Le graphique montre l'évolution sur 500 simulations de la fréquence d'une telle situation. Dites vers quelle valeur tend à se stabiliser la fréquence.

La fréquence se stabilise vers 0,25.

d Communiquer Estimez la valeur de la probabilité que cet événement se produise.

Si on renouvelle un très grand nombre de fois une expérience, la fréquence se stabilise autour d'une valeur qui est la probabilité de l'événement.

On peut donc estimer que la probabilité d'un tel événement est de 0,25 (soit 1 chance sur 4).



Je me teste

EXERCICE 2

Lors du conseil de classe d'une classe de seconde, les élèves délégués se plaignent que le professeur de mathématiques interroge plus souvent les garçons que les filles. Dans cette classe de 24 élèves, il y a 18 filles et 6 garçons.

Les délégués ont comptabilisé sur un trimestre (8 semaines) les interrogations du professeur. Voici les résultats de leur enquête.



Semaine	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de garçons interrogés	20	8	10	17	5	9	11	10
Nombre total d'élèves interrogés	48	42	25	43	52	39	58	45

Problématique

La remarque des délégués est-elle justifiée, les garçons sont-ils plus interrogés que les filles ?

a S'approprier Analyser / Raisonner **Proposez** une méthode permettant de répondre à la problématique.

On peut calculer la fréquence de garçons interrogés pour chaque semaine et sur la totalité d'un trimestre. On compare ensuite les résultats obtenus avec la proportion de garçons dans la classe.



Appalez le professeur pour lui expliquer votre méthode.

b Réaliser **Mettez** en œuvre votre méthode.

Semaine	1	2	3	4	5	6	7	8
Fréquence de garçons interrogés (en %)	42 %	19 %	40 %	40 %	10 %	23 %	19 %	22 %

Nombre de garçons interrogés = $20 + 8 + 10 + 17 + 5 + 9 + 11 + 10 = 90$.

Nombre total d'élèves interrogés = $48 + 42 + 25 + 43 + 52 + 39 + 58 + 45 = 352$.

Fréquence de garçons interrogés sur 1 trimestre = $90 / 352 \approx 0,256$ soit 25,6 %.

c Communiquer **Répondez** à la problématique.

Il y a 6 garçons pour une classe de 24 élèves soit une proportion de $6 / 24 = 0,25$, c'est-à-dire 25 %.

La fréquence de garçons interrogés sur un trimestre est d'environ 25,6 %.

C'est une valeur proche de la proportion de garçons dans la classe. Donc la remarque des délégués n'est pas justifiée. Les garçons ne sont pas plus interrogés que les filles.

Investigation 1

Un souci d'économie

Pour faire des crêpes, Louise a besoin de 3 litres de lait et elle souhaite acheter uniquement ce qui lui est nécessaire.

Au supermarché, elle a le choix entre deux conditionnements.



6 bouteilles de 1,5 L
à 6,30 € le pack

▲ Doc. 1 Pack 1

6 bouteilles de 1 L
à 4,74 € le pack

▲ Doc. 2 Pack 2

Problématique

Quel pack Louise doit-elle choisir pour prendre le lait le plus économique ?
Dans ce pack, combien de bouteilles doit-elle prendre ?

a S'approprier Analyser / Raisonner **Proposez** une méthode permettant de répondre à la problématique.

- Déterminer le nombre de bouteilles nécessaires dans chaque pack pour obtenir 3 L de lait.
- Calculer le prix des 3 L de lait pour chacun des deux packs.
- Choisir le pack pour lequel le prix du litre de lait est le plus bas.

b Réaliser **Mettez** en œuvre votre méthode.

- Dans le pack 1, le volume des bouteilles étant de 1,5 L, il faudra prendre 2 bouteilles pour obtenir 3 L. Dans le pack 2, le volume des bouteilles étant de 1 L, il faudra prendre 3 bouteilles pour obtenir 3 L.
- $6,30 / 3 = 2,10$ € ; les 3 L de lait du pack 1 coûtent 2,10 €.
- $4,74 / 2 = 2,37$ € ; les 3 L de lait du pack 2 coûtent 2,37 €.

c Valider Communiquer **Répondez** à la problématique.

Louise doit donc prendre 2 bouteilles dans le pack 1 pour obtenir les 3 L de lait dont elle a besoin... au prix le plus économique.



Suite de votre parcours :

❑ Activités 1 et 2 pages 41 - 42

❑ Investigation 2 page 40

Investigation 2

Vive les soldes !

Pauline a mis de côté les 100 € qu'elle a reçus à son anniversaire pour faire les soldes dans son magasin de vêtements préféré. Elle a préparé une liste des vêtements qui lui plaisent avec les prix initiaux et les réductions appliquées. Pauline souhaite acheter des articles tous différents.



Robe	44,90 €	★	Pull	34,90 €	★
T-shirt	15 €	★	Pantalon	39,90 €	★
Gilet	24,90 €	★	Chaussures	54,90 €	★

▲ Doc. 1 La liste de Pauline

★	-20 %	★	-30 %
★	-50 %	★	-40 %

▲ Doc. 2 Les différentes réductions

Problématique

Combien d'articles différents Pauline pourra-t-elle prendre au maximum ?

a S'approprier Analyser / Raisonner **Proposez** une méthode permettant de répondre à la problématique.

- Déterminer les prix réduits de chacun des articles de la liste de Pauline.
- Déterminer le nombre maximum d'articles différents qu'elle pourra acheter avec 100 €.

DÉFI

Utilisez les taux de réduction !

b Réaliser **Mettez** en œuvre votre méthode.

	Prix initial (en €)	Remise	Prix réduit (en €)
Robe	44,90	-20 %	$44,90 \times 0,8 = 35,92$
T-shirt	15	-30 %	$15 \times 0,7 = 10,50$
Gilet	24,90	-40 %	$24,90 \times 0,6 = 14,94$
Pull	34,90	-50 %	$34,90 \times 0,5 = 17,45$
Pantalon	39,90	-50 %	$39,90 \times 0,5 = 19,95$
Chaussures	54,90	-40 %	$54,90 \times 0,6 = 32,94$

La totalité des articles de la liste représente une somme de :

$35,92 + 10,50 + 14,94 + 17,45$

$+ 19,95 + 32,94 = 131,70$.

Cette somme dépasse les 100 €

que possède Pauline. Pour

conserver un maximum d'articles,

elle doit en retirer un : soit la robe

$(131,70 - 35,92 = 95,78)$, soit les

chaussures $(131,70 - 32,94 = 98,76)$.

c Valider Communiquer **Répondez** à la problématique.

Au maximum, Pauline pourra prendre 5 articles différents.



Suite de votre parcours :

☐ Activités 3 et 4 pages 43 - 44

☐ Activités 5 et 6 pages 45 - 46

Activité 1

Calculer un coefficient de proportionnalité

L'ANSES (Agence nationale de sécurité sanitaire de l'alimentation, de l'environnement et du travail) conseille de ne pas trop boire de soda. En effet, ces boissons contiennent beaucoup de sucre.

Le tableau suivant donne la masse de sucre en fonction du volume de soda.

Volume de soda (en mL)	100	150	250	450
Masse de sucre (en g)	10,8	16,2	27	48,6

▲ Doc. 1 Masse de sucre contenue dans du soda



Type de sucre	Poids (en g)
Petit sucre	4
Dosette	5
Carré roux	5
Classique	6
Calibre 3	8

▲ Doc. 2 Différents types de sucre

Problématique

Quelle masse de sucre contient une canette de 33 cL ?

À combien de morceaux de sucre classiques cela correspond-il ?

a Réaliser Calculez les rapports suivants.

$$\frac{10,8}{100} = 0,108 \quad \frac{16,2}{150} = 0,108 \quad \frac{27}{250} = 0,108 \quad \frac{48,6}{450} = 0,108$$

b Valider Cochez la bonne réponse en la justifiant.

Le tableau du Doc. 1 est un tableau de proportionnalité : ☒ Vrai ☐ Faux

Les rapports des nombres de la 2^e ligne du tableau par les nombres correspondants de la 1^{re} ligne sont tous égaux. Le coefficient de proportionnalité de ce tableau est égal à 0,108.

c Réaliser Valider Montrez que la masse de sucre contenue dans un volume de 33 cL est de 35,64 g.

$$33 \text{ cL} = 330 \text{ mL} ; 330 \times 0,108 = 35,64$$

La masse de sucre contenue dans un volume de 33 cL est bien de 35,64 g.

d Réaliser Communiquer Répondez à la problématique. Arrondissez les résultats à l'unité.

Sucre classique : 6 g

$$35,64 / 6 = 5,94 \approx 6 \text{ morceaux de sucre classiques}$$

Dans une canette de 33 cL, il y a 35,64 g de sucre, ce qui représente environ 6 morceaux de sucre classiques.



Pour vous aider, allez voir la partie « Je fais le point » page 42.

Exercice 3 page 47

Exercice 4 page 48

Activité 2

Utiliser l'égalité des produits en croix



Ninon doit colorer 480 g de pâte d'amande en rouge pour décorer des cupcakes. Le volume de colorant est proportionnel à la masse de pâte d'amande : il faut 0,75 mL de colorant pour 120 g de pâte d'amande ou 1,25 mL pour 200 g de pâte. Ninon dispose d'une cuillère mesure professionnelle de 0,5 mL.

Problématique

Combien de cuillères mesure de colorant Ninon doit-elle préparer ?

a S'approprier À partir des informations données, **complétez** les deux premières colonnes du tableau ci-contre.

Volume de colorant (en mL)	0,75	1,25	m
Masse de pâte d'amande (en g)	120	200	480

b Valider Ce tableau est un tableau de proportionnalité. **Justifiez.**

$120 / 0,75 = 160$; $200 / 1,25 = 160$. C'est un tableau de proportionnalité, car les rapports des nombres ... de la 2^e ligne par les nombres correspondants de la 1^{re} ligne sont égaux.

c Réaliser **Calculez** ci-dessous les produits indiqués par les flèches bleues dans le tableau.

$$120 \times 1,25 = 150 \quad \text{et} \quad 200 \times 0,75 = 150$$

d Valider Que constatez-vous ? **Les produits sont égaux.**

e Réaliser En procédant de même avec les flèches vertes, **complétez** l'égalité et **calculez** m .

$$200 \times m = 480 \times 1,25 \quad \text{soit} \quad m = \frac{480 \times 1,25}{200} = 3 \text{ mL}$$

f Réaliser Communiquer **Répondez** à la problématique.

$$3 / 0,5 = 6$$

Ninon devra préparer 6 cuillères mesure de 0,5 mL de colorant.

Exercice 10 page 49

JE FAIS LE POINT

- Un tableau est un **tableau de proportionnalité** si le rapport k des nombres de la 2^e ligne par les nombres correspondants de la 1^{re} ligne est le même pour toutes les colonnes du tableau. Le nombre k est appelé **coefficient de proportionnalité**.

- Étant donné l'égalité $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, b et d étant non nuls, on a : $a \times d = b \times c$.

On dit que les **produits en croix sont égaux**.

Exemple

Vitesse (en m/s)	14	25	36
Vitesse (en km/h)	50,4	90	x

Le tableau est un tableau de proportionnalité

$$\text{car } \frac{50,4}{14} = \frac{90}{25} = 3,6$$

3,6 est le coefficient de proportionnalité.

L'égalité des produits en croix s'écrit :

$$25 \times x = 36 \times 90$$

$$\text{D'où } x = \frac{36 \times 90}{25} = 129,6 \text{ km/h.}$$

Activité
3

Calculer et appliquer un pourcentage



Timéo a besoin de lunettes et a choisi une monture chez un opticien. Le coût total de la monture et des verres s'élève à 320 €. La Sécurité sociale lui rembourse 5 % du coût total et sa mutuelle lui verse 220 €.

Problématique

Quel est le taux de remboursement global de la monture et des verres par rapport au montant total ?
Quelle somme reste à la charge de Timéo ?

a S'approprier **Donnez** l'écriture décimale de 5 %.

$$\frac{5}{100} = 0,05 \dots$$

b Réaliser **Calculez** le montant remboursé par la Sécurité sociale.

$$320 \times 0,05 = 16 \dots \text{ La Sécurité sociale rembourse } 16 \text{ €} \dots$$

c S'approprier Réaliser **Déterminez** l'écriture décimale du taux de remboursement de la mutuelle de la monture et des verres par rapport au montant total en calculant le rapport suivant. **Arrondissez** au centième.

$$\frac{\text{montant versé par la mutuelle}}{\text{montant total payé}} = \frac{220}{320} \approx 0,69$$

d Analyser / Raisonner **Écrivez** la fraction correspondant à ce décimal avec un dénominateur égal à 100.

$$0,69 = \frac{69}{100}$$

e Valider **Complétez** la phrase suivante.

Le taux de remboursement de la mutuelle de la monture et des verres est de : 69 %

f S'approprier Réaliser **Déterminez** l'écriture décimale du taux de remboursement global de la monture et des verres par rapport au montant total en calculant le rapport suivant. **Arrondissez** au centième.

$$\frac{\text{montant total versé par la mutuelle et la Sécurité sociale}}{\text{montant total payé}} = \frac{220 + 16}{320} = \frac{236}{320} \approx 0,74$$

g Valider **Complétez** la phrase suivante.

Le taux de remboursement global de la monture et des verres est de : 74 %

h Réaliser Communiquer **Répondez** à la problématique.

Le taux de remboursement global de la monture et des verres par rapport au montant total (320 €) est de 74 %

$$320 - 236 = 84 \text{. Timéo devra déboursier } 84 \text{ €} \dots$$

Activité 4

Calculer et appliquer un taux d'évolution

D'après l'ONIR (Observatoire national interministériel de la sécurité routière), il y a eu 329 morts sur la route en France durant le mois de juin 2017. Le taux d'augmentation du nombre de morts entre juin 2017 et juillet 2017 est de 5 % et le taux de diminution entre juillet 2017 et août 2017 est de 15 %.

D'après ses calculs, Léna a comptabilisé 286 morts en août 2017.



Problématique

Léna a-t-elle raison ?

a S'approprier Réaliser **Calculez** le nombre de morts sur la route en France en juillet 2017.

Arrondissez à l'unité. $329 \times 5 / 100 = 16,45 \dots ; 329 + 16,45 = 345,45 \approx 345$

b Réaliser Il est possible d'obtenir le même résultat qu'à la question **a.** en calculant $329 + 329 \times 0,05$. **Transformez** cette expression en mettant 329 en facteur commun, puis **terminez** le calcul en arrondissant le résultat à l'unité. $329 \times (1 + 0,05) = 329 \times 1,05 \approx 345$

c Analyser / Raisonner En vous aidant de votre réponse à la question **b.**, **complétez** la phrase suivante. Augmenter un nombre de 5 % revient à le multiplier par : $1 + 0,05$, c'est-à-dire par : $1,05$

d S'approprier Réaliser **Calculez** le nombre de morts sur la route en France en août 2017.

Arrondissez à l'unité. $345 \times 15 / 100 = 51,75 \dots ; 345 - 51,75 = 293,25 \approx 293$

e Réaliser Il est possible d'obtenir le même résultat qu'à la question **d.** en calculant $345 - 345 \times 0,15$. **Transformez** cette expression en mettant 345 en facteur commun, puis **terminez** le calcul en arrondissant le résultat à l'unité. $345 \times (1 - 0,15) = 345 \times 0,85 \approx 293$

f Analyser / Raisonner En vous aidant de votre réponse à la question **e.**, **complétez** la phrase suivante. Diminuer un nombre de 15 % revient à le multiplier par : $1 - 0,15$, c'est-à-dire par : $0,85$

g Valider Communiquer **Répondez** à la problématique.

Léna a tort puisqu'en août 2017 il y a eu 293 morts et non 286.

Exercices 1 et 2 page 47

JE FAIS LE POINT

- Le **taux de pourcentage** $p\%$ peut s'écrire sous la forme de la fraction $\frac{p}{100}$ ou sous la forme du nombre décimal obtenu en divisant p par 100.

- Pour **calculer** $p\%$ d'une valeur, on multiplie cette valeur par le taux $\frac{p}{100}$.

Exemple Le camembert contient 45 % de matière grasse : $45\% = \frac{45}{100} = 0,45$.

Dans une portion de 30 g, il y a : $30 \times 0,45 = 13,5$ g de matière grasse.

- Augmenter une quantité de $p\%$** revient à multiplier cette quantité par $1 + \frac{p}{100}$.

- Diminuer une quantité de $p\%$** revient à multiplier cette quantité par $1 - \frac{p}{100}$.

Activité 5

Reconnaître graphiquement une situation de proportionnalité

Hippolyte est un fan du laser game et s'y rend très régulièrement. Les tarifs proposés sont ceux de la plaquette ci-contre.

Problématique

À partir de combien de parties par mois le tarif Super Gamer est-il plus intéressant que le tarif normal ?



Ouvrez le fichier « 03_lasergame.xls ».

- a Analyser / Raisonner** Cochez la formule qu'il faut entrer dans la cellule B2 pour obtenir le prix à payer au tarif normal : ☒ $=8*B1$ ☐ $=8+B1$ ☐ $=8/B1$
- b Réaliser** Entrez en B2 la formule choisie et complétez le tableau en recopiant vers la droite cette formule jusqu'en K2.
- c S'approprier** Notez la formule déjà entrée en B3 : $=B2/B1$...
- d Réaliser** Complétez le tableau en recopiant vers la droite cette formule jusqu'en K3.
- e Analyser / Raisonner** D'après les résultats obtenus, expliquez si l'on peut dire qu'il y a proportionnalité entre le nombre de parties et le prix payé au tarif normal.
Oui, car les rapports des nombres de la 2^e ligne par les nombres correspondants de la 1^{re} ligne sont égaux..
- f S'approprier Réaliser** Sélectionnez les cellules B1 à K2, puis cliquez sur Insertion et choisissez Nuage de points. Dites si les points obtenus sont alignés avec l'origine du repère. Oui.....
- g Analyser / Raisonner** Cochez la formule qu'il faut entrer dans la cellule B7 pour obtenir le prix à payer au tarif Super Gamer : ☐ $=4+15*B1$ ☒ $=15+4*B1$ ☐ $=15*4+B1$
- h Réaliser** Entrez en B7 la formule choisie et complétez le tableau en recopiant vers la droite cette formule jusqu'en K7.
- i Analyser / Raisonner Réaliser** En utilisant la même procédure qu'aux questions c. et d., expliquez si l'on peut dire qu'il y a proportionnalité entre le nombre de parties et le prix payé au tarif Super Gamer. Non, car les rapports des nombres de la 2^e ligne par ceux de la 1^{re} ligne ne sont pas égaux.....
- j S'approprier Réaliser** Sélectionnez les cellules B6 à K7, puis cliquez sur Insertion et choisissez Nuage de points. Dites si les points obtenus sont alignés avec l'origine du repère. Non.....
- k Réaliser** Sélectionnez les cellules B2 à K2, puis en laissant le doigt appuyé sur la touche Ctrl du clavier, sélectionnez les cellules B7 à K7. Cliquez sur Insertion et choisissez Nuage de points.
- l Valider Communiquer** À partir de ce dernier graphique, répondez à la problématique.

À partir de 4 parties par mois, le tarif Super Gamer est plus intéressant que le tarif normal. Voir le fichier « 03_lasergame_C.xls ».

Activité 6

Utiliser les pourcentages

Ludmilla a trouvé son premier emploi à temps plein : elle travaille 35 h par semaine et fait 2 h supplémentaires mensuelles majorées à 25 %. Son salaire brut mensuel s'élève à 1 821,21 €.

Problématique

Quel sera le salaire net mensuel de Ludmilla ?



a Analyser / Raisonner Réaliser **Complétez** cette feuille de paie à l'aide de la calculatrice. **Arrondissez** au centime d'euro.

Société HIBA	Madame Ludmilla BEEHAPPY		BULLETIN DE SALAIRE
Rubriques	Base	Taux salarial	Montant salarial (en €)
Salaire de base	151,67	11,813	1 791,68
Heures supplémentaires	2	14,766	29,53
Salaire brut			1 821,21
Cotisations			
URSSAF Maladie, maternité	1 821,21	0,75 %	13,66
URSSAF Assurance vieillesse	1 821,21	6,90 %	125,66
ASSEDIC Tranche A	1 821,21	2,40 %	43,71
Retraite	1 821,21	8,10 %	147,52
CSG déductible	1 784,79	5,10 %	91,02
Total des cotisations			421,57
CSG/RDS imposable	1 784,79	2,90 %	51,76
Salaire net imposable			1 451,40
Remboursement transport			45
SALAIRE NET À PAYER			1 496,40

b Communiquer **Répondez** à la problématique.

Le salaire net mensuel de Ludmilla sera de 1 496,40 €.



foucherconnect.fr/
18m14

Ouvrez le fichier « 03_salaire.xls ».

c Analyser / Raisonner Réaliser **Remplissez** la feuille de paie en entrant dans les cellules roses les formules adaptées. Par exemple, dans la cellule D3, il faut entrer : =B3*C3.

d Valider **Vérifiez** que le salaire net est celui trouvé à la question b., sinon **corrigez**. Voir le fichier « 03_salaire_C.xls ».

Exercice 8

page 48

JE FAIS LE POINT

- Une situation de proportionnalité est représentée graphiquement par des **points alignés entre eux et avec l'origine du repère**.

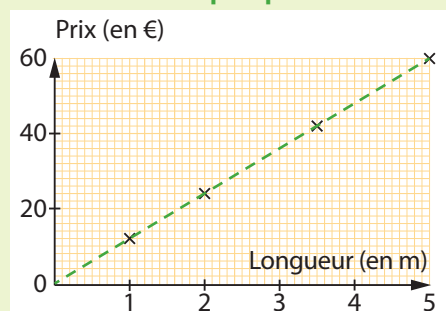
Exemple

Du tissu est vendu 12 € le mètre. Le prix payé est proportionnel à la longueur de tissu achetée.

Tableau de proportionnalité

Longueur de tissu (en m)	1	2	3,5	5
Prix payé (en €)	12	24	42	60

Graphique



Exercices



1 Cochez la bonne réponse parmi les trois propositions.

- a. Gabriel mesure 115 cm à 7 ans. À 14 ans, il mesurera :
☐ 230 cm ☐ 122 cm ☒ on ne peut pas savoir
- b. Calculer 70 % d'une masse, c'est multiplier cette masse par :
☒ 0,7 ☐ 0,3 ☐ 1,7
- c. Augmenter un volume de 70 %, c'est multiplier ce volume par :
☐ 0,7 ☐ 0,3 ☒ 1,7
- d. Diminuer une longueur de 70 %, c'est multiplier cette longueur par :
☐ 0,7 ☒ 0,3 ☐ 1,7





2 Répondez par « vrai » ou « faux » à chacune des affirmations suivantes et expliquez votre choix.

- a. Dans 250 g de lait, il y a 15 g de sucre.
 Affirmation : le pourcentage de sucre contenu dans le lait est de 6 %.
☒ Vrai ☐ Faux
 $15 \times 100 / 250 = 6$. Il y a bien 6 g de sucre dans 100 g de lait soit 6 %.
- b. Le prix initial d'un téléphone est de 590 €. Il bénéficie d'une remise de 40 % sur son prix initial.
 Affirmation : le téléphone sera alors affiché à 236 €. ☐ Vrai ☒ Faux
 $590 \times 0,6 = 354$. Le téléphone sera affiché à 354 € et non à 236 €.
- c. Le prix d'une baguette est de 0,87 €. Son prix augmente de 4 %.
 Affirmation : le nouveau prix de cette baguette sera de 0,90 €. ☒ Vrai ☐ Faux
 $0,87 \times 1,04 \approx 0,90$. Le nouveau prix de la baguette est bien de 0,90 €.

Coefficient de proportionnalité, produits en croix

3 On considère les deux billets de train ci-dessous.

	Paris ⇌ Rouen	
	1 passager 135 km	24,10 €
14 h 49	Paris	2 ^{de} classe
16 h 05	Rouen	CO ₂ : 1 kg

	Paris ⇌ Bordeaux	
	1 passager 580 km	111 €
14 h 50	Paris	2 ^{de} classe
16 h 58	Bordeaux	CO ₂ : 6 kg

- a. Expliquez si le prix du billet est proportionnel à la distance parcourue.
 $24,10 / 135 \approx 0,179$; $111 / 580 \approx 0,191$ Le prix du billet n'est pas proportionnel à la distance parcourue puisque les rapports ne sont pas égaux.
- b. Expliquez si la quantité de CO₂ est proportionnelle au temps de trajet.
 Paris-Rouen : 76 min ; Paris-Bordeaux : 128 min ; $1 / 76 \approx 0,01$; $6 / 128 \approx 0,05$
 La quantité de CO₂ n'est pas proportionnelle au temps de trajet puisque les rapports ne sont pas égaux.

- 4 a. Complétez le tableau suivant.

Longueur du côté du cube (en cm)	1	5	7
Volume du cube (en cm ³)	1	$5^3 = 125$	$7^3 = 343$



Le volume V d'un cube de côté c est donné par la formule $V = c^3$.

b. Le volume d'un cube est-il proportionnel à la longueur de son côté ? Justifiez.

$1/1 = 1$; $125/5 = 25$; $343/7 = 49$

Le volume d'un cube n'est pas proportionnel à la longueur de son côté.

- 5 Sur un plan, la distance entre Paris et Marseille est de 16 cm. Le plan est à l'échelle $\frac{1}{5\,000\,000}$, c'est-à-dire que 1 cm sur la carte représente 5 000 000 cm dans la réalité. Déterminez la distance réelle, en km, entre Paris et Marseille.

$5\,000\,000 \times 16 = 80\,000\,000$; $80\,000\,000 \text{ cm} = 800 \text{ km}$. La distance Paris-Marseille est de 800 km.

Pourcentages

- 6 Donnez l'écriture décimale des taux de pourcentages suivants.

a. 70 % : 0,7

b. 1 % : 0,01

c. 5,5 % : 0,055

d. 110 % : 1,1

- 7 Dans un club d'équitation, il y a 75 % des 320 adhérents qui ont moins de 15 ans. Calculez le nombre d'adhérents qui ont plus de 15 ans.

$100 - 75 = 25$; 25 % des adhérents ont plus de 15 ans.

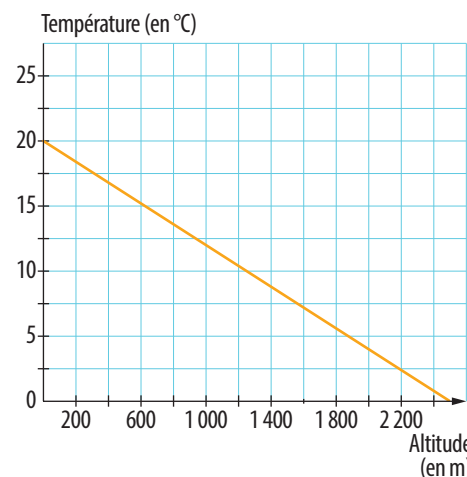
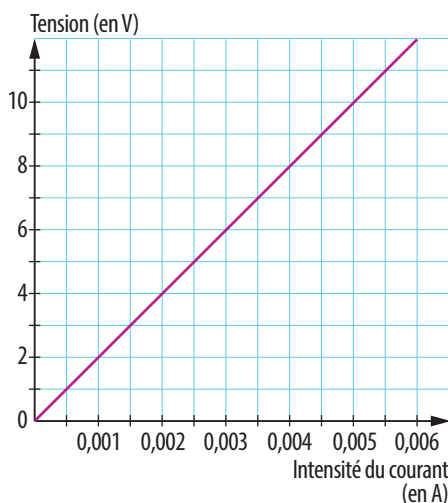
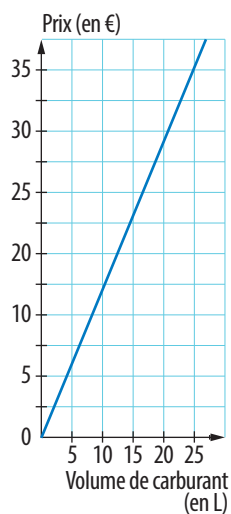
$320 \times 0,25 = 80$; Il y a 80 adhérents qui ont plus de 15 ans.

- 8 En haute saison, le prix d'une chambre d'hôtel, que ce soit pour une chambre standard ou une suite, augmente de 15 % par rapport au prix en basse saison. Complétez le tableau ci-dessous en donnant les détails de vos calculs.

	Chambre standard	Suite
Prix en basse saison	55 €	$171,35 / 1,15 = 149 \text{ €}$
Prix en haute saison	$55 \times 1,15 = 63,25 \text{ €}$	171,35 €

Représentation graphique d'une situation de proportionnalité

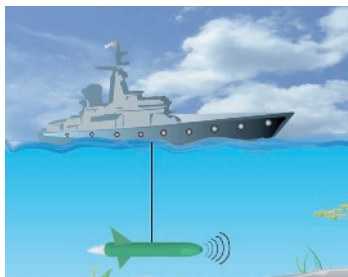
- 9 Cochez les graphiques qui représentent une situation de proportionnalité. Justifiez.



Dans les deux premiers graphiques, on a une droite qui passe par l'origine du repère ; ce qui traduit une situation de proportionnalité.

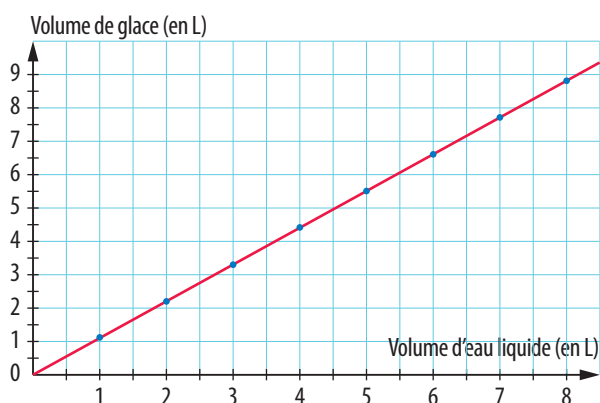
Problèmes

- 10** Dans l'eau de mer, les ultrasons parcourent 1 500 m en 1 s. Pour retrouver l'épave du Titanic, les chercheurs ont utilisé un sonar qui émet des ultrasons vers le fond de l'océan. Son écho a mis 2,5 s à revenir.



- Construisez un tableau de proportionnalité correspondant à la situation proposée.
- Déterminez la profondeur à laquelle se trouve l'épave du Titanic.

- 11** En se solidifiant, le volume de l'eau augmente. Le graphique ci-dessous donne le volume de glace, en L, en fonction du volume d'eau liquide, en L.



- Justifiez que le volume d'eau liquide est proportionnel au volume de glace.
- Déterminez le volume d'eau liquide nécessaire pour obtenir 5,5 L de glace.
- Déterminez le volume de glace que l'on peut obtenir avec 15 L d'eau liquide.
- Déterminez le volume d'eau liquide que l'on peut obtenir avec 15 L de glace. Arrondissez au centième.

- 12** Paul télécharge un fichier de 529 Mo. Au bout de 20 secondes, son ordinateur lui indique qu'il a effectué 12 % du transfert.

- Calculez le nombre de Mo transférés au bout de 20 s.
- Calculez le temps mis par l'ordinateur pour transférer l'intégralité du fichier si la vitesse de téléchargement reste la même. Arrondissez à l'unité.

- 13** Le prix hors taxes d'un menu dans un restaurant est de 23 €. Le taux de TVA est 5,5 %.

- Calculez le montant de la TVA pour ce menu. Arrondissez au centime d'euro.



Pour obtenir le prix toutes taxes comprises, on ajoute la TVA au prix hors taxes.

- Calculez le prix de vente toutes taxes comprises de ce menu.

14



Marguie veut visiter le site de la Brèche au diable, un site chargé de légendes. Au départ de Potigny, elle doit suivre le chemin indiqué en rouge sur la carte. Sur ce type de balade, Marguie marche à une vitesse moyenne de 4 km/h et elle fait un arrêt de 30 minutes dans la brèche.

- Déterminez le plus précisément possible la longueur du trajet (en rouge) à parcourir sur la carte en cm.
- En vous servant des indications données sur la carte, déterminez la longueur réelle de la balade en m, puis en km. Arrondissez le résultat en km au dixième.
- Déduisez des questions précédentes le temps de la balade de Marguie en min, puis en h.
- Déterminez l'échelle de cette carte (par exemple : $\frac{1}{10\,000}$). Arrondissez à l'unité.

- 15** Hélène est puéricultrice et au moment du repas, elle doit donner au petit Hugo qui pèse 16 kg, un sirop contenant du paracétamol dosé à 2,4 % (2,4 g de paracétamol dans 100 mL de sirop). Malheureusement, la maman d'Hugo a oublié la cuillère mesure du sirop et Hélène ne dispose que d'une cuillère à café dont la contenance est de 5 mL. La dose de paracétamol dépend du poids de l'enfant ; elle est de 15 mg/kg toutes les 6 h.
- Combien de cuillères à café Hélène doit-elle administrer à Hugo ?

- 16** **SCRATCH** Ludivine est apicultrice et vend son miel au détail ; c'est-à-dire que ses clients peuvent acheter les quantités adaptées à leur besoin.



Ludivine souhaite savoir quel est le prix à payer en fonction du nombre de kilogrammes de miel acheté. Elle vend son miel 12 € le kilogramme.



- a. À l'aide des instructions ci-dessus données dans le désordre, écrivez dans Scratch un script qui affiche le montant à payer connaissant le nombre de kilogrammes de miel acheté.
- b. Grâce à ce script, calculez le prix de 350 g, 500 g et 6 kg de miel.

Investigations

- 17** Sacha circule en voiture aux États-Unis dans l'État de New York où la vitesse maximale autorisée est de 65 mph, c'est-à-dire 65 miles par heure (miles par heure).

En France et aux États-Unis, les unités de longueur sont différentes. Parmi les unités utilisées, aux États-Unis, on trouve le mile alors qu'en France, on utilise le kilomètre. 1 mile = 1,609 km.



Problématique > Quelle est la vitesse maximale autorisée, en km/h, dans l'État de New York ? Arrondissez à l'unité.

- 18** Pour aménager sa maison, José a acheté une cuisine aménagée et un poêle à bois dont les prix sont indiqués dans le tableau ci-dessous.

	Prix HT (en €)	Prix TTC (en €)
Cuisine	1 499	1 648,90
Poêle à bois	948	1 000,14

Problématique > José a-t-il bénéficié du même taux de TVA pour la cuisine et le poêle à bois ?

- 19** Une association qui propose des cours de cuisine compte 150 adhérents au 1^{er} janvier 2015. Face à l'engouement pour la cuisine, son nombre d'adhérents a augmenté de 40 % au 1^{er} janvier 2016. Passé l'effet de mode, le nombre d'adhérents a baissé de 10 % au 1^{er} janvier 2017.



Problématique > Peut-on dire qu'entre le 1^{er} janvier 2015 et le 1^{er} janvier 2017, le nombre d'adhérents a augmenté de 30 % ?

- 20** La façade de la cathédrale ci-dessous doit être nettoyée.



La mairie fait appel à une société de nettoyage qui propose les tarifs suivants.

Type de surface	Prix du nettoyage (en €/m ²)
Surfaces planes	45
Surfaces découpées (statues ou statuettes, frises...)	170

On assimile la façade de la cathédrale à un rectangle de largeur 40 m et de longueur 70 m. Les surfaces découpées représentent 85 % de sa surface totale.

Problématique > Quel est le coût du nettoyage de la façade de la cathédrale ?

Compétences	Attendus	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✓	✓	✓
S'approprier	Je lis attentivement l'énoncé pour choisir les bonnes données.	1b 1c 1d 2a			
Analyser/Raisonner	Je choisis une méthode pour répondre à la problématique.	2a			
Réaliser	Je réalise un calcul simple. Je détermine le pourcentage d'une valeur. Je mets en œuvre la méthode choisie.	1a 1d 1b 1c 1d 2b			
Valider	J'utilise les données de la problématique pour répondre.	2c			
Communiquer	J'explique ma démarche au professeur. Je rédige la conclusion en employant le vocabulaire correct.	Ⓜ 2c			

EXERCICE 1

Dans un lycée, il y a 500 élèves. 20 % des élèves sont externes. Parmi les demi-pensionnaires, il y en a 30 % qui déjeunent à la cantine les 5 jours de la semaine et les autres trois jours par semaine.

Un repas pris à la cantine coûte 2,90 € et la cantine scolaire fonctionne 36 semaines par an.



a **S'approprier** **Réaliser** **Calculez** le nombre d'élèves demi-pensionnaires dans le lycée.

$$100 - 20 = 80$$

80 % des élèves sont demi-pensionnaires.

$$500 \times 0,8 = 400$$

400 élèves sont demi-pensionnaires.

b **S'approprier** **Réaliser** **Calculez** le nombre d'élèves demi-pensionnaires qui déjeunent à la cantine les 5 jours de la semaine.

$$400 \times 0,3 = 120$$

120 élèves déjeunent à la cantine les 5 jours de la semaine.

c **Analyser / Raisonner** **Réaliser** **Calculez** la recette annuelle de la cantine.

$$120 \text{ élèves déjeunent 5 jours par semaine : } 120 \times 5 \times 36 \times 2,90 = 62\,640 \text{ €}$$

$$400 - 120 = 280 \text{ } 280 \text{ élèves déjeunent 3 jours par semaine : } 280 \times 3 \times 36 \times 2,90 = 87\,696 \text{ €}$$

$$62\,640 + 87\,696 = 150\,336 \text{ } \text{La recette annuelle de la cantine est de } 150\,336 \text{ €}$$

Je me teste

EXERCICE 2

Gabriel travaille dans un bar et doit préparer un cocktail « Virgin Mojito » dont les proportions sont données ci-dessous :

- 2 cL de sirop Mojito
- 10 cL d'eau gazeuse
- 3 cL de sirop Caribbean
- $\frac{1}{4}$ de citron vert

Les prix pour les différents ingrédients sont les suivants :

- 1 bouteille de sirop Mojito (70 cL) : 8,30 €
- 1 bouteille de sirop Caribbean (70 cL) : 8,30 €
- 1 bouteille d'eau gazeuse (1 L) : 0,53 €
- 1 citron vert : 0,78 € la pièce

Dans le bar, il y a :

- 2 bouteilles de 70 cL de sirop Mojito
- 4 bouteilles de 1 L d'eau gazeuse
- 2 bouteilles de 70 cL de sirop Caribbean
- 10 citrons verts



Problématique

Quel est le nombre maximum de cocktails « Virgin Mojito » que Gabriel peut préparer en utilisant les produits du bar et quel sera le prix de revient d'un cocktail ?

a S'approprier Analyser / Raisonner Proposez une méthode permettant de répondre à la problématique.

- Calculer, pour chaque ingrédient, le nombre de doses que l'on peut préparer à partir des quantités disponibles au bar.
- Déterminer le nombre maximum de cocktails (il correspond au nombre de doses le plus petit).
- Calculer le prix de chaque dose, de chaque ingrédient, à partir des prix fournis.



Le prix de revient d'un cocktail correspond au prix de tous les ingrédients utilisés pour faire un seul cocktail.



Faites valider votre méthode par le professeur.

b Réaliser Mettez en œuvre votre méthode.

- Dans le bar, il y a : 140 cL de sirop Mojito, 140 cL de sirop Caribbean, 400 cL d'eau gazeuse et 10 citrons verts.
 $140 / 2 = 70$; $140 / 3 \approx 46$; $400 / 10 = 40$; $10 / 0,25 = 40$.
- Avec les ingrédients du bar, il est possible de préparer 70 doses de 2 cL de Mojito, 46 doses de 3 cL de Caribbean, 40 doses de 10 cL d'eau gazeuse et 40 parts d' $\frac{1}{4}$ de citron.
- Prix du sirop Mojito : $8,30 \times 2 / 70 = 0,24$ €
- Prix du sirop Caribbean : $8,30 \times 3 / 70 = 0,36$ €
- Prix de l'eau : $0,53 \times 10 / 100 = 0,053$ €
- Prix du citron : $0,78 \times 0,25 = 0,195$ €
- $0,24 + 0,36 + 0,053 + 0,195 = 0,848 \approx 0,85$ €

c Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Au maximum, Gabriel peut préparer 40 cocktails « Virgin Mojito » dont le prix de revient, pour un cocktail, est de 0,85 €.

CHAPITRE 4 Équations et inéquations

Investigation 1

Cœurs battants

Au cours d'un exercice physique, il est conseillé de ne pas dépasser un certain rythme cardiaque.

Pendant longtemps, la relation entre la fréquence cardiaque maximale recommandée (FCMR) et l'âge de la personne a été donnée par la formule A : $FCMR = 220 - \text{âge}$.

Des recherches récentes ont montré que la formule B suivante est plus adaptée :

$FCMR = 208 - (0,7 \times \text{âge})$.

Le journal *SportSanté* fait un commentaire donné dans le document ci-contre.



« Pour toutes les personnes de moins de 40 ans, la formule B diminue légèrement la FCMR donnée par la formule A. »

▲ Doc. Article de journal

Problématique

Existe-t-il un âge pour lequel les deux formules donnent la même fréquence cardiaque maximale recommandée (FCMR) ? Le résultat annoncé par l'article du journal est-il correct ?

a S'approprier Analyser / Raisonner **Proposez** une méthode permettant de répondre à la problématique.

On note x l'âge d'une personne.

On exprime en fonction de x la FCMR avec les deux formules.

Avec la 1^{re} formule, $FCMR = 220 - x$; avec la 2^e formule, $FCMR = 208 - 0,7x$

Puis on traduit les deux questions de la problématique par une équation et une inéquation.

On peut aussi proposer une méthode par tâtonnement.

b Réaliser **Mettez** en œuvre votre méthode.

On résout l'équation $220 - x = 208 - 0,7x$; $220 - 208 = x - 0,7x$; $12 = 0,3x$; $x = \frac{12}{0,3}$; $x = 40$

On résout l'inéquation $220 - x > 208 - 0,7x$; $12 > 0,3x$; $\frac{12}{0,3} > x$, soit $x < 40$

c Valider Communiquer **Répondez** à la problématique.

À 40 ans, les deux formules donnent la même FCMR.

Le résultat annoncé par le journal est correct, car pour un âge

inférieur à 40 ans, le résultat donné par la formule B est inférieur

à celui donné par la formule A.



Suite de votre parcours :

☐ Activités 1 et 2 pages 55-56

☐ Activités 3 et 4 pages 57-58

☐ Investigation 2 page 54

Investigation 2

Un choix difficile

Hugo a créé une petite start-up et cherche des locaux à louer pendant un an, d'une surface comprise entre 40 m^2 et 80 m^2 .
Il hésite entre deux immeubles de bureaux, le Business Park et le Tech Point. Les espaces proposés sont modulables : le client choisit la surface qu'il veut louer.



Loyer de 45 € par m^2 et par mois
Forfait de 180 € par mois pour l'entretien
Parking gratuit
Accueil téléphonique

▲ Doc. 1 Immeuble Business Park

Loyer de 525 € par m^2 et par an
Entretien de 5 € par m^2 et par mois
Restaurant d'entreprise
Station de métro proche

▲ Doc. 2 Immeuble Tech Point

Hugo apprécie beaucoup l'emplacement de l'immeuble Tech Point, mais il doit aussi tenir compte dans son choix du coût annuel des bureaux.

Problématique

Pour quelles surfaces la location pour un an dans l'immeuble Tech Point revient-elle moins chère à Hugo que dans l'immeuble Business Park ?

a S'approprier Analyser / Raisonner **Proposez** une méthode permettant de répondre à la problématique.

On note x en m^2 la surface de bureaux loués. On doit avoir $40 < x < 80$.

On traduit la problématique par une inéquation que l'on résout.

b Réaliser **Mettez** en œuvre votre méthode.

Coût de la location dans l'immeuble Business Park : $45x \times 12 + 180 \times 12$

Coût de la location dans l'immeuble Tech Point : $525x + 5x \times 12$

L'inéquation à résoudre est : $525x + 5x \times 12 < 45x \times 12 + 180 \times 12$.

$525x + 60x < 540x + 2\,160$

$585x - 540x < 2\,160$; $45x < 2\,160$; $x < \frac{2\,160}{45}$; $x < 48$

DÉFI

Utilisez une inéquation.

c Valider Communiquer **Répondez** à la problématique.

Pour une surface comprise entre 40 m^2 et 48 m^2 , Hugo peut choisir l'immeuble Tech Point.



Suite de votre parcours :

☐ Activités 3 et 4  pages 57 - 58

☐ Exercices  page 59

Activité 1

Traduire un énoncé par une équation

Arthur est âgé de 12 ans et rêve de faire du motocross ; son père Francis a 40 ans.
Francis dit à son fils : « Quand tu auras le tiers de mon âge, je t'offrirai la moto dont tu rêves. »

Problématique

Pendant combien d'années Arthur va-t-il attendre sa moto ?



On désigne par x le nombre d'années cherché.

a S'approprier **Cochez** l'expression, en fonction de x , donnant l'âge d'Arthur dans x années.

- ☐ $x + 40$ ☒ $x + 12$ ☐ $12 - x$

b S'approprier **Écrivez** l'expression, en fonction de x , donnant l'âge de Francis dans x années.

$x + 40$

c Analyser / Raisonner **Cochez** la réponse exacte.

Quand Arthur aura le tiers de l'âge de son père, alors :

- ☐ Francis sera 2 fois plus âgé que son fils.
☒ Francis sera 3 fois plus âgé que son fils.
☐ Francis sera 4 fois plus âgé que son fils.

d Analyser / Raisonner **Cochez** l'équation d'inconnue x qui traduit la phrase choisie à la question **c**.

- ☐ $12 + x = 2 \times (40 + x)$
☒ $40 + x = 3 \times (12 + x)$
☐ $40 - x = 4 \times (12 - x)$

e Valider **Vérifiez** si les nombres 1 ; 2 ; 4 sont solutions ou non de l'équation choisie à la question **d**.

$40 + 1 = 41$ et $3 \times (12 + 1) = 39$. Donc 1 n'est pas solution de l'équation.....

$40 + 2 = 42$ et $3 \times (12 + 2) = 42$. Donc 2 est solution de l'équation.....

$40 + 4 = 44$ et $3 \times (12 + 4) = 48$. Donc 4 n'est pas solution de l'équation.....

f Communiquer **Répondez** à la problématique.

Arthur va attendre sa moto 2 ans. Il aura alors 14 ans et son père 42 ans.....

On a bien $42 = 14 \times 3$



Tuto méthode

Vérifier si un nombre est solution d'une équation.



foucherconnect.fr/
18m15

Exercice 3 page 59

Exercice 4 page 60

Activité 2

Résoudre une équation à une inconnue

Pour l'achat d'une motocross de loisir, Arthur dépense toutes ses économies, soit 180 €. Son père lui offre 60 % de la somme restant à payer. Arthur espère que sa grand-mère lui donnera les 120 € qui manquent encore.



Problématique

Quel est le prix x , en euros, de la moto d'Arthur ?

a Analyser / Raisonner **Cochez** le montant qu'Arthur ne peut pas payer avec ses économies.

☒ $x - 180$ ☐ $180 - x$ ☐ $180 + x$

b Analyser / Raisonner **Cochez** l'écriture décimale de 60 % : ☐ 6 ☒ 0,6 ☐ 0,06

c Valider **Montrez** que l'énoncé peut se traduire par l'équation $180 + 0,6(x - 180) + 120 = x$.

Économies d'Arthur + cadeau de son père + cadeau de sa grand-mère = prix de la moto.

60 % de la somme restant à payer = 60 % de $(x - 180) = 0,6(x - 180)$.

En remplaçant, on obtient l'équation donnée.

Nous allons résoudre cette équation.

d Valider **Développez** le produit $0,6(x - 180)$ dans le membre de gauche de l'équation.

$180 + 0,6x - 108 + 120 = x$

e Réaliser **Groupez** les termes contenant x dans un membre, puis **réduisez**.

$180 - 108 + 120 = x - 0,6x$; $192 = 0,4x$

On obtient l'équation $192 = 0,4x$ (ou $0,4x = 192$).

f Réaliser **Divisez** les deux membres de l'équation par 0,4 qui est le coefficient de x et **donnez** la valeur de x .

$\frac{192}{0,4} = \frac{0,4x}{0,4}$; d'où $x = 480$.

g Communiquer **Répondez** à la problématique.

La moto coûte 480 €.

Tuto méthode

Résoudre une équation à une inconnue.



foucherconnect.fr/
18m16



Lorsqu'on change un terme de membre, on change son signe.

Exercice 5 page 60

JE FAIS LE POINT

• **Résoudre** une équation à une inconnue, c'est trouver la ou les valeurs de l'inconnue pour lesquelles l'égalité est vraie. Ces valeurs sont les **solutions** de l'équation.

Exemple

Résoudre l'équation $7x - 8 = 13 + 10x$.

• On retranche $10x$ et on ajoute 8 dans les deux membres : $7x - 10x = 13 + 8$.

• On réduit les deux membres : $-3x = 21$.
• On divise les deux membres par le coefficient de x , ici égal à -3 .

$x = \frac{21}{-3}$, donc $x = -7$

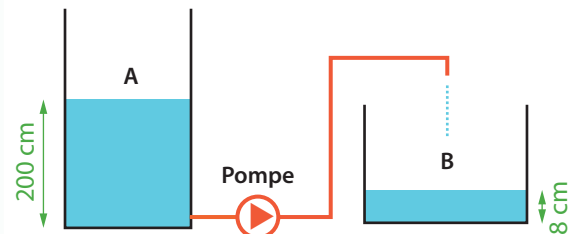
• La solution de l'équation est -7 .

• Vérification : $7 \times (-7) - 8 = -49 - 8 = -57$ et $13 + 10 \times (-7) = 13 - 70 = -57$ aussi.

Activité 3

Traduire un énoncé par une inéquation

On transvase un liquide contenu dans un réservoir A vers un réservoir B à l'aide d'une pompe.
 Avant le démarrage de la pompe, la hauteur du liquide dans le réservoir A est 200 cm et celle dans le réservoir B est 8 cm.
 Après le démarrage de la pompe, on constate que la hauteur du liquide dans le réservoir A diminue de 5 cm par minute, tandis que celle dans le réservoir B augmente de 3 cm par minute.
 Pour des raisons techniques, la hauteur du liquide dans A doit rester supérieure à celle dans B.



Problématique

Quelle est la durée de transvasement, en minutes, à ne pas dépasser ?

On désigne par x , en minutes, la durée du transvasement.

a S'approprier **Cocher** l'expression qui donne la hauteur de liquide, en cm, dans le réservoir A après x minutes de transvasement.

☐ $200 + 3 \times x$ ☐ $8 - 5 \times x$ ☒ $200 - 5 \times x$

b Analyser / Raisonner **Donner** l'expression, en fonction de x , de la hauteur de liquide, en cm, dans le réservoir B après x minutes de transvasement.

$8 + 3 \times x$

c Analyser / Raisonner **Écrire** une inéquation d'inconnue x qui traduit la phrase : « La hauteur du liquide dans A doit rester supérieure à celle dans B. »

$200 - 5x > 8 + 3x$

d Valider **Vérifier** si les nombres 18 ; 24 ; 30 sont solutions ou non de l'inéquation écrite à la question **c**.

$200 - 5 \times 18 = 110$; $8 + 3 \times 18 = 62$; $110 > 62$. Donc 18 est solution de l'inéquation.

$200 - 5 \times 24 = 80$; $8 + 3 \times 24 = 80$; $80 = 80$. Donc 24 n'est pas solution de l'inéquation.

$200 - 5 \times 30 = 50$; $8 + 3 \times 30 = 98$; $50 < 98$. Donc 30 n'est pas solution de l'inéquation.

e Valider Les solutions de l'inéquation sont les nombres strictement inférieurs à 24.

Cocher la réponse exacte : on doit avoir ☒ $x < 24$ ☐ $x > 24$

f Communiquer **Répondre** à la problématique.

La durée de transvasement doit rester inférieure à 24 minutes.



Dans une inéquation, on utilise un des symboles suivants : $<$; $>$; \leq ; \geq .

Activité 4

Résoudre une inéquation à une inconnue



Pour financer son permis de conduire, Léo est vendeur sur les marchés pendant l'été. Il a reçu deux propositions de rémunération.

- Chez Émile : journée de 7 heures de travail à 9 € de l'heure + une prime de 60 € à la fin de l'été.
- Chez Gaby : forfait journalier de 70 € + frais de déplacement remboursés 32 € pour l'été.

Problématique

Pour combien de jours de travail Léo sera-t-il mieux payé chez Émile que chez Gaby ?

a Valider Montrez que l'énoncé peut se traduire par l'inéquation $63x + 60 > 70x + 32$ où x est le nombre de jours de travail de Léo.

Salaire chez Émile pour l'été : $7 \times 9 \times x + 60 = 63x + 60$; salaire chez Gaby pour l'été : $70x + 32$.

D'où l'inéquation $63x + 60 > 70x + 32$.

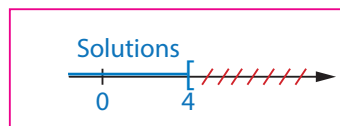
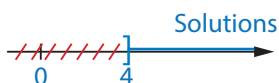
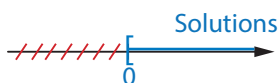
Nous allons résoudre cette inéquation.

b Réaliser Retranchez 60 et $70x$ dans chacun des deux membres de l'inéquation, puis réduisez : $63x - 70x > 32 - 60$; $-7x > -28$.

c Réaliser On divise les deux membres de l'inéquation par -7 . On change le sens de l'inéquation, car on divise par un nombre négatif.

Complétez : $\frac{-7x}{-7} < \frac{-28}{-7}$. D'où $x < 4$.

d Réaliser Les solutions de l'inéquation $63x + 60 > 70x + 32$ sont tous les nombres strictement inférieurs à 4. Entourez l'axe qui représente les solutions de cette inéquation.



e Communiquer Répondez à la problématique.

Léo est mieux payé chez Émile que chez Gaby pour 1, 2 ou 3 jours de travail.

Tuto méthode

Résoudre une inéquation à une inconnue.



foucherconnect.fr/
18m17

Exercice 7 page 60

JE FAIS LE POINT

- Si on multiplie ou si on divise par un même nombre les deux membres d'une inégalité, on obtient :
 - une inégalité de **même sens** si le nombre est strictement **positif** ;
 - une inégalité de **sens contraire** si le nombre est strictement **négatif**.
- Les **solutions** d'une inéquation peuvent être représentées sur un **axe**.

Exemple

Résoudre l'inéquation $x - 8 \leq 7 + 4x$.

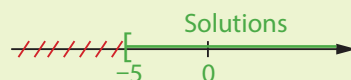
• On retranche $4x$ et on ajoute 8 dans les deux membres.

$x - 4x \leq 7 + 8$, soit en réduisant $-3x \leq 15$.

• On divise les deux membres par -3 : $x \geq \frac{15}{-3}$, soit $x \geq -5$.

• Les solutions de l'inéquation sont les nombres supérieurs ou égaux à -5 .

Elles sont représentées sur l'axe ci-contre.



Exercices



1 Cochez la bonne réponse parmi les trois propositions.

a. La solution de l'équation $2x + 3,1 = -x + 0,4$ est :

- ☐ 0,9 ☐ 2,7 ☒ -0,9

b. Le nombre 3 est solution de l'équation :

- ☐ $3x = 1$ ☐ $3x = 0$ ☒ $3x = 9$

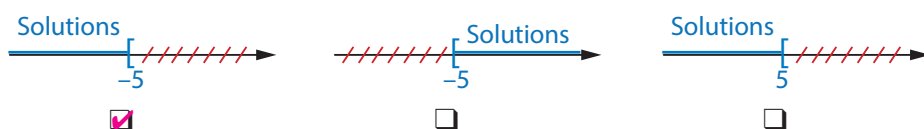
c. L'équation $2(3x + 12) = 0$ a pour solution :

- ☒ -4 ☐ 0 ☐ 2

d. Une des solutions de l'inéquation $4x + 4 < 0$ est :

- ☐ -1 ☐ 0 ☒ -2

e. La représentation sur un axe des solutions de l'inéquation $-2x > 10$ est :



2 Répondez par « vrai » ou « faux » à chacune des affirmations suivantes et expliquez votre choix.

a. **Affirmation** : les équations $3x = 0,6$ et $-2x + 1 = 0$ ont la même solution.

- ☐ Vrai ☒ Faux

$3x = 0,6$; $x = \frac{0,6}{3}$; $x = 0,2$. La solution de l'équation $3x = 0,6$ est 0,2.

$-2x + 1 = 0$; $-2x = -1$; $x = \frac{-1}{-2}$; $x = 0,5$. La solution de l'équation $-2x + 1 = 0$ est 0,5.

b. **Affirmation** : les nombres 1 ; -0,5 ; 0 sont des solutions de l'inéquation $-7x < 7$.

- ☒ Vrai ☐ Faux

En divisant l'inéquation $-7x < 7$ par -7 , on obtient $x > -1$. Or les nombres 1 ; -0,5 ; 0 sont tous les trois supérieurs à -1. Ils sont donc solutions de l'inéquation.

c. **Affirmation** : les inéquations $4x < 8$ et $-4x > -8$ ont les mêmes solutions.

- ☒ Vrai ☐ Faux

En divisant l'inéquation $4x < 8$ par 4, on obtient $x < 2$. En divisant l'inéquation $-4x > -8$ par -4 , on obtient aussi $x < 2$. Les deux inéquations ont donc les mêmes solutions.

Résolution d'équations

3 Résolvez les équations suivantes.

a. $5x + 8 = 13$

$5x = 13 - 8$; $5x = 5$; $x = \frac{5}{5}$; $x = 1$

c. $3x + 2 = x - 11$

$3x - x = -11 - 2$; $2x = -13$; $x = -\frac{13}{2}$;

$x = -6,5$

b. $7 - 3x = 18x$

$7 = 18x + 3x$; $7 = 21x$; $x = \frac{7}{21}$; $x = \frac{1}{3}$

d. $-13 + 8y = 2 - 2y$

$8y + 2y = 2 + 13$; $10y = 15$; $y = \frac{15}{10}$;

$y = 1,5$

4 Résolvez les équations suivantes.

a. $y - 17 = -y + 9$

$y + y = 9 + 17; 2y = 26; y = \frac{26}{2}; y = 13$

c. $\frac{x}{2} - 5 = 4x - \frac{7}{2}$

$x - 10 = 8x - 7; -7x = 3; x = -\frac{3}{7}$

b. $0,2x + 3 = x - 1,8$

$0,2x - x = -3 - 1,8; -0,8x = -4,8;$

$x = \frac{-4,8}{-0,8}; x = 6$

d. $4(2x - 5) - 1 = 4x + 1$

$8x - 20 - 1 = 4x + 1; 4x = 22;$

$x = \frac{22}{4}; x = 5,5$

5 Kevin possède 11 € de plus que Gaétan. À eux deux, ils ont 39 €.

Calculez la somme que possède Gaétan.

On note x , en euros, la somme que possède Gaétan.

Kevin possède donc $(x + 11)$ euros.

L'énoncé se traduit par l'équation :

$(x + 11) + x = 39; 2x + 11 = 39; 2x = 39 - 11; 2x = 28; x = 14$

Gaétan possède 14 €.

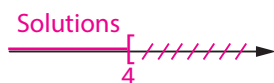


Résolution d'inéquations

6 Résolvez les inéquations suivantes. Représentez les solutions sur un axe.

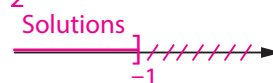
a. $-2x > -8$

$x < \frac{-8}{-2}; x < 4$



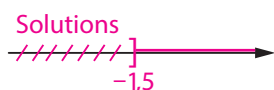
b. $2x + 3 \leq 1$

$2x \leq -2; x \leq \frac{-2}{2}; x \leq -1$



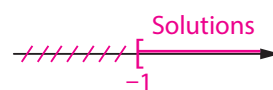
c. $7 - 3x < 13 + x$

$-3x - x < 13 - 7; -4x < 6; x > \frac{6}{-4}; x > -1,5$



d. $4y - 8 \leq 5 + 17y$

$4y - 17y \leq 5 + 8; -13y \leq 13; y \geq \frac{13}{-13}; y \geq -1$



7 Résolvez les inéquations suivantes.

a. $9 + 2(x - 5) \geq 3x - 7$

$9 + 2x - 10 \geq 3x - 7; 2x - 3x \geq -7 + 1;$

$-x \geq -6; x \leq \frac{-6}{-1}; x \leq 6$

b. $8(x - 1) > 5 + 3(2x - 4)$

$8x - 8 > 5 + 6x - 12; 8x - 6x > -7 + 8; 2x > 1;$

$x > \frac{1}{2}; x > 0,5$

8 x est un nombre positif.

Pamela peut se rendre de A à B en passant soit par R, soit par S. Pour quelles valeurs de x la distance parcourue en passant par R est-elle inférieure à celle passant par S ?

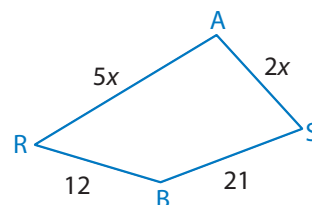
Distance en passant par R : $5x + 12$;

distance en passant par S : $2x + 21$.

On résout l'inéquation $5x + 12 < 2x + 21$.

$5x - 2x < 21 - 12; 3x < 9; x < \frac{9}{3}; x < 3$

Les valeurs de x qui conviennent sont les nombres positifs strictement inférieurs à 3.



Problèmes

9 Camille est infirmière

dans une clinique. Elle pose deux perfusions :

- une à Sophie de 750 mL dont le débit est de 5 mL par minute ;

- une à Mathilde de 450 mL dont le débit est de 2 mL par minute.

Sophie et Mathilde sont dans la même chambre.

Camille démarre les deux perfusions au même moment. Elle veut venir contrôler le bon déroulement des opérations lorsqu'il reste le même volume de produit dans les deux perfusions. On note x le nombre de minutes écoulées depuis la pose de la perfusion.



a. Exprimez, en fonction de x , le volume restant dans la perfusion de Sophie au bout de x minutes.

b. Exprimez, en fonction de x , le volume restant dans la perfusion de Mathilde au bout de x minutes.

c. À l'aide des deux expressions trouvées, écrivez l'équation qui traduit la phrase « Il reste le même volume de produit dans les deux perfusions. »

d. Résolvez cette équation.

e. Au bout de combien de temps Camille doit-elle venir faire le contrôle ?

10 Le gérant d'un restaurant fait les comptes à la fin de la journée. 30 % des clients ont réglé leur note par chèque, $\frac{4}{7}$ par carte bancaire. Les autres, 36 personnes, ont payé en liquide.

On voudrait connaître le nombre x de clients ce jour-là.

a. Donnez l'écriture décimale de 30 %.

b. Exprimez, en fonction de x , le nombre de clients qui ont réglé par chèque.

c. Recopiez l'expression qui convient. Le nombre de clients qui ont réglé par carte bancaire est :

☐ $\frac{4}{7} + x$ ☐ $\frac{4}{7}x$ ☐ $\frac{7}{4}x$

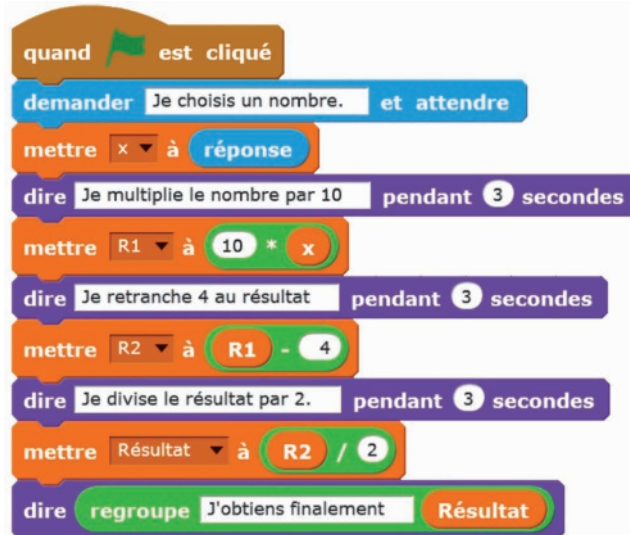
d. Écrivez l'équation qui traduit l'énoncé.

e. Résolvez cette équation.

Conseil : commencer par multiplier tous les termes par 7 pour supprimer le dénominateur.

f. Donnez le nombre de clients ce jour-là.

11 **SCRATCH** On considère le programme de calcul ci-dessous écrit avec le logiciel Scratch. Les variables x , $R1$, $R2$ et Résultat ont été créées préalablement.



a. Indiquez ce que dit le programme à la fin si Marie le fait fonctionner en choisissant le nombre 9 au départ.

b. Marie fait fonctionner le programme qui affiche à la fin : « J'obtiens finalement - 2 ». Déterminez le nombre choisi par Marie au départ.

c. x étant le nombre choisi au départ, montrez que l'expression obtenue à la fin du programme en fonction de x est $5x - 2$.

d. Karim utilise le programme de calcul ci-dessous.

- Choisir un nombre.
- Lui ajouter 4.
- Multiplier le résultat par 3.

Peut-on choisir un nombre pour lequel le résultat obtenu par Karim sera le même que celui obtenu par Marie ?

12 Un téléphone portable avec sa housse pèsent 185 g. Le téléphone seul pèse 55 g de plus que la housse.

a. On note x la masse, en grammes, de la housse.

Exprimez la masse du téléphone seul en fonction de x .

b. Écrivez l'équation d'inconnue x qui traduit la phrase « Un téléphone portable avec sa housse pèsent 185 g. »

c. Résolvez cette équation.

d. Calculez, en grammes, la masse du téléphone seul et celle de la housse.

- 13** Armand vend des aspirateurs. Son employeur lui donne le choix entre deux types de contrat :
- contrat A : un salaire mensuel fixe de 740 €, plus 45 € par aspirateur vendu ;
 - contrat B : pas de salaire fixe, mais 70 € par aspirateur vendu.

Armand se demande pour quels nombres d'aspirateurs vendus son salaire sera plus élevé avec le contrat A qu'avec le contrat B.

On note x le nombre d'aspirateurs vendus.

- Exprimez en fonction de x le salaire d'Armand avec le contrat A.
- Exprimez en fonction de x le salaire d'Armand avec le contrat B.
- Écrivez l'inéquation qui traduit la phrase « Le salaire d'Armand sera plus élevé avec le contrat A qu'avec le contrat B. »
- Résolvez cette inéquation.
- Pour quel nombre d'aspirateurs vendus le salaire d'Armand sera plus élevé avec le contrat A qu'avec le contrat B ?

- 14** Dans une classe de lycée, $\frac{1}{3}$ des élèves est demi-pensionnaire ; 40 % rentrent manger chez eux à midi et les 8 élèves restants achètent un sandwich.



- Quel est le nombre d'élèves dans la classe ?

- 15** Agathe a déjà fait trois devoirs de mathématiques et sa moyenne est 12,5.
- Quelle note doit-elle obtenir au quatrième devoir pour que sa moyenne soit égale à 13 ?

- 16** Justine a trouvé un travail d'été pour un mois dans un musée. À la suite d'un entretien, deux possibilités de salaire lui sont proposées :
- P1 : 8 € par heure ;
 - P2 : un fixe de 90 €, puis 5 € par heure.
 - Quelle est la formule la plus intéressante pour Justine selon le nombre d'heures travaillées pendant le mois ?

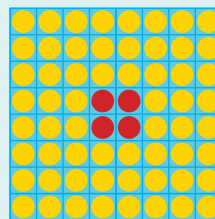
- 17** Un pain de campagne coûte 0,30 € de plus qu'un pain aux céréales. Avec un billet de 20 €, Alex a suffisamment d'argent pour acheter 8 pains de campagne et 5 pains aux céréales.
- Trouvez les prix possibles d'un pain aux céréales, sachant qu'il coûte au moins 1,30 €.

Investigations

- 18** Une équipe d'adolescents décide de faire un cadeau à leur responsable sportif. Mais finalement, deux des membres de l'équipe ne participent pas au cadeau. La participation pour les autres membres passe alors de 8 € à 10 €.

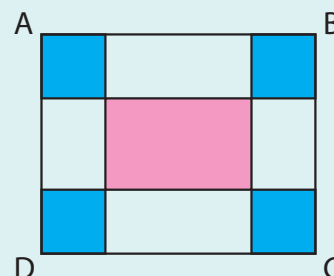
Problématique > Quel est le nombre de membres de l'équipe et quel est le prix du cadeau ?

- 19** Amir et Jeanne jouent à un jeu avec des jetons jaunes d'un côté et rouges de l'autre.




Problématique > Combien faut-il retourner de jetons jaunes pour que les jetons rouges représentent le tiers des jetons jaunes ?

- 20** ABCD est un rectangle tel que $AB = 30$ cm et $BC = 24$ cm. On colorie aux quatre coins du rectangle quatre carrés identiques en bleu. On délimite ainsi un rectangle central que l'on colorie en rose.



La longueur du côté des quatre carrés bleus peut varier. Par conséquent, les dimensions du rectangle rose varient aussi.

Problématique > Est-il possible que le périmètre du rectangle rose soit égal à la somme des périmètres des quatre carrés bleus ?

Compétences	Attendus	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✓	✓	✓
S'approprier	J'écris l'expression demandée.	1a 1b			
Analyser/Raisonner	Je traduis l'énoncé par une équation. Je propose une méthode de résolution.	1c 1d 2a			
Réaliser	Je résous l'équation. Je fais les calculs correspondant à la méthode choisie.	1e 2b			
Valider	J'utilise les données de la problématique pour répondre.	2c			
Communiquer	J'écris une phrase pour donner la conclusion. J'explique ma démarche au professeur. Je rédige la conclusion en employant le vocabulaire correct.	1f  2c			

EXERCICE 1

Un commerçant a un stock de 150 t-shirts qu'il a du mal à écouler. Après en avoir vendu 35 au prix initial, il propose une remise de 5 € par t-shirt et en vend ainsi 40. Il brade le reste du stock à 6 € le t-shirt. Sa recette totale s'élève à 2 275 €.



On note x le prix initial d'un t-shirt.

a **S'approprier** **Exprimez**, en fonction de x , le prix total des 35 premiers t-shirts vendus : $35x$

b **S'approprier** **Exprimez**, en fonction de x , le prix d'un t-shirt après la première remise : $x - 5$

c **Analyser / Raisonner** **Exprimez**, en fonction de x , la recette totale.

$35x + 40(x - 5) + (150 - 35 - 40) \times 6$

d **Analyser / Raisonner** **Cochez** la réponse exacte.

L'équation qui traduit l'énoncé est :

☐ $35 + x + 40 \times x \times 5 + 150 \times 6 = 2\,275$

☐ $35x + 40 \times (x + 5) + 75 \times 6 = 2\,275$

☒ $35x + 40 \times (x - 5) + 75 \times 6 = 2\,275$

e **Réaliser** **Résolvez** l'équation choisie.

$35x + 40x - 200 + 450 = 2\,275$; $75x + 250 = 2\,275$; $75x = 2\,025$; $x = \frac{2\,025}{75}$; $x = 27$

f **Communiquer** **Donnez** le prix initial d'un t-shirt.

Le prix initial d'un t-shirt est 27 €

Je me teste

EXERCICE 2

Pour les prochaines vacances d'hiver, Sabrina se renseigne sur les prix des forfaits dans deux petites stations de ski.

- Station Combette 1800 : après l'achat d'une carte Skiclub à 45 €, le forfait journée est à 32 €.
- Station Belair : après l'achat d'une carte Passki à 37 €, le forfait journée est à 36 €.



Problématique

À partir de combien de jours de ski un séjour à Combette 1800 reviendra-t-il moins cher à Sabrina qu'un séjour à Belair ?

a Analyser / Raisonner **Proposez** une méthode permettant de répondre à la problématique.

On note x le nombre de jours de ski. C'est un nombre entier positif.

On exprime, en fonction de x , le coût du forfait à Combette 1800, puis celui de Belair.

Puis on écrit l'inéquation qui traduit la problématique et on la résout.



Appalez le professeur pour lui expliquer votre méthode.

b Réaliser **Mettez** en œuvre votre méthode.

Coût de x jours de ski à Combette 1800 : $32x + 45$

Coût de x jours de ski à Belair : $36x + 37$

La problématique se traduit par l'inéquation : $32x + 45 < 36x + 37$.

$45 - 37 < 36x - 32x$; $8 < 4x$; $x > \frac{8}{4}$; $x > 2$

c Valider Communiquer **Répondez** à la problématique.

Pour plus de 2 jours, donc pour 3 jours de ski et plus, le séjour de ski à Combette 1800 est celui qui coûtera le moins cher à Sabrina.

CHAPITRE 5 Systèmes de deux équations

Investigation 1

Du sport dans les arbres

À l'Accrobranche, un groupe composé d'enfants de moins de 10 ans et d'adultes achète des forfaits journaliers. Il y a deux fois plus d'adultes que d'enfants. Le coût total est de 216 €.

Les règles de sécurité imposent que les enfants s'équipent d'un casque. L'animateur dispose de 5 casques.

Les tarifs Forfait journée	
PETITE AVENTURE	GRANDE AVENTURE
	
Enfants de 3 à 10 ans 10 parcours - plus de 90 jeux	Adultes et ados, à partir de 10-11 ans 16 parcours - plus de 200 jeux
Tarif groupe : nous consulter à partir de 6 personnes	



◀ Doc. Prix d'entrée

Problématique

L'animateur a-t-il suffisamment de casques pour équiper les enfants du groupe ?

a S'approprier Analyser / Raisonner Proposez une méthode permettant de répondre à la problématique (il y en a plusieurs).

Il faut déterminer le nombre d'enfants dans le groupe et voir s'il est inférieur ou égal à 5.

Il y a deux inconnues dans cet énoncé : le nombre d'adultes et le nombre d'enfants.

Une des méthodes de résolution est d'écrire deux équations à deux inconnues.

On peut aussi procéder par tâtonnement ou utiliser un tableur.

b Réaliser Mettez en œuvre votre méthode.

On note x le nombre d'enfants et y le nombre d'adultes. L'énoncé se traduit alors par les équations :

$14x + 20y = 216$ et $y = 2x$.

$14x + 20 \times 2x = 216$; $54x = 216$; $x = 4$ et $y = 2 \times 4 = 8$.

c Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Il y a 4 enfants dans le groupe. L'animateur a donc suffisamment de casques.



Suite de votre parcours :

☐ Activités 1 et 2  pages 67-68

☐ Investigation 2  page 66

Investigation 2

Vertige interdit

Ce jour-là, à l'Accrobranche, Enzo a parcouru plusieurs fois les parcours « Kid Vélo » et « Spiderman ». Il n'a pas emprunté d'autres parcours et a effectué au total 7 parcours. Ces parcours sont composés de jeux. Au total, Enzo a fait 92 jeux.

Problématique

Combien de parcours de chaque sorte Enzo a-t-il effectué ?



Les parcours

Écureuil • 4 jeux pour les petits

Apprends l'accrobranche avec ton moniteur.

Lutin • 5 jeux pour les petits

Tente l'aventure dans les arbres seul... !

Koala • 6 jeux pour les petits

Maman ou papa peuvent encore t'aider !

Loupiot • 6 jeux pour les petits

Et l'aventure continue... !

Bambin • 11 jeux assez difficiles

Prends de la hauteur...

Indiana • 11 jeux faciles

Joue les Indiana Jones... !

Même pas peur • 15 jeux difficiles

Sois courageux pour un final glissant !

Hisse et haut • 9 jeux très difficiles

Encore plus haut... vertige interdit !

Kid Vélo • 12 jeux très difficiles

Affronte notre vélo volant...

Spiderman • 14 jeux très difficiles

L'araignée te guette... presse-toi de passer.

▲ Doc. Les différents parcours

a S'approprier Analyser / Raisonner Proposez une méthode permettant de répondre à la problématique.

Il y a deux inconnues : le nombre de parcours Kid Vélo et le nombre de parcours Spiderman.

Il faut donc écrire un système de deux équations à partir des données.

La résolution du système permettra de répondre à la problématique.

b Réaliser Mettez en œuvre votre méthode.

On note x le nombre de parcours Kid Vélo et y le nombre de parcours Spiderman.

x et y sont des nombres entiers positifs.

L'énoncé permet d'écrire le système
$$\begin{cases} 12x + 14y = 92 \\ x + y = 7 \end{cases}$$

Ce système peut se résoudre à l'aide de la calculatrice.

On peut aussi procéder par tâtonnement, 7 étant un petit nombre.

On trouve $x = 3$ et $y = 4$.

c Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Enzo a fait 3 parcours Kid Vélo et 4 parcours Spiderman.

DÉFI

Utilisez deux équations à deux inconnues.



Suite de votre parcours :

☐ Activités 3 et 4 pages 69-70

☐ Activités 5 et 6 pages 71-72

Activité 1

Utiliser deux inconnues dans la même équation

Un lotissement est composé de deux sortes de terrains : les uns de 600 m^2 et les autres de 800 m^2 . La superficie totale du lotissement est $6\,200 \text{ m}^2$, hors voies de circulation. Arthur est intéressé par l'achat d'un terrain dans ce lotissement à condition que le nombre total de lots soit inférieur ou égal à 9.

Problématique

Est-il possible d'avoir une répartition entre les deux types de terrains qui vérifie la condition souhaitée par Arthur ?



On note x le nombre de terrains de 600 m^2 et y le nombre de terrains de 800 m^2 . x et y sont donc des nombres entiers positifs.

a S'approprier Cochez l'équation d'inconnues x et y qui traduit la situation.

☐ $600 + x + 800 + y = 6\,200$ ☒ $600x + 800y = 6\,200$ ☐ $x + y = 6\,200$

b Valider Vérifiez si les couples $(1 ; 7)$, $(2 ; 5)$, $(4 ; 5)$, $(5 ; 4)$ sont solutions ou non de cette équation.

$600 \times 1 + 800 \times 7 = 6\,200$; $600 \times 2 + 800 \times 5 = 5\,200 \neq 6\,200$;

$600 \times 4 + 800 \times 5 = 6\,400 \neq 6\,200$; $600 \times 5 + 800 \times 4 = 6\,200$;

Les couples $(1 ; 7)$ et $(5 ; 4)$ sont donc solutions de l'équation $600x + 800y = 6\,200$,

Le premier terme du couple est la valeur de x .
Le second est celle de y .

c Communiquer Dites, à l'aide de la question **b**, si l'équation choisie a une seule solution.

L'équation $600x + 800y = 6\,200$ a au moins deux solutions.



Ouvrez le fichier « 05_terrains.xls ».

d Valider Retrouvez à l'aide de ce fichier le résultat de la question **b**.

On retrouve dans le tableau les couples $(1 ; 7)$ et $(5 ; 4)$ comme solutions.

e Analyser / Raisonner L'équation a-t-elle plus de deux solutions ? Justifiez.

L'équation a plus de deux solutions : elle en a une infinité. Mais seuls trois couples ont pour termes des entiers positifs : $(1 ; 7)$, $(5 ; 4)$ et $(9 ; 1)$

f Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Le promoteur peut choisir un de ces trois couples. Mais seuls $(1 ; 7)$ et $(5 ; 4)$ donnent un nombre de lots inférieurs ou égal à 9. Arthur peut acheter un terrain dans un de ces deux cas : 1 terrain de 600 m^2 et 7 terrains de 800 m^2 ou 5 terrains de 600 m^2 et 4 terrains de 800 m^2

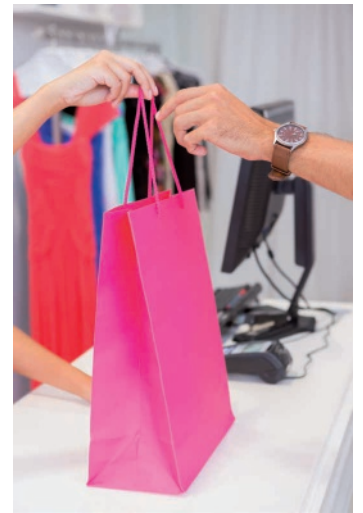
Activité 2

Traduire un énoncé par un système de deux équations

Emma règle un achat de 470 € à l'aide de bons d'achat, les uns de 20 €, les autres de 50 €. Elle utilise 16 bons d'achat pour effectuer ce règlement.

Problématique

Quel est le nombre de bons d'achat de chaque montant utilisés par Emma pour payer ?



On désigne par x le nombre de bons de 20 € et par y le nombre de bons de 50 €.

a S'approprier Traduisez la phrase « Elle utilise 16 bons pour effectuer le règlement » par une équation d'inconnues x et y .

$$x + y = 16$$

b Analyser / Raisonner Cochez l'équation qui traduit la phrase « Emma règle un achat de 470 € ».

☒ $20x + 50y = 470$

☐ $470x + 470y = 20 + 50$

☐ $470 = 12x + 10y$

L'énoncé peut se traduire par le système d'équations suivant :
$$\begin{cases} 20x + 50y = 470 \\ x + y = 16 \end{cases}$$

c Valider Vérifiez si les couples (5 ; 7), (11 ; 5), (5 ; 11) sont solutions ou non de ce système.

$20 \times 5 + 50 \times 7 = 450 \neq 470$. Donc (5 ; 7) n'est pas solution du système.

$20 \times 11 + 50 \times 5 = 470$ et $11 + 5 = 16$. Donc (11 ; 5) est solution du système.

$20 \times 5 + 50 \times 11 = 650 \neq 470$. Donc (5 ; 11) n'est pas solution du système.

Un couple est solution d'un système s'il est solution de chacune des équations.



d Réaliser Résolvez ce système à l'aide de votre calculatrice.

Complétez : $x = 11$ et $y = 5$.

e Valider Vérifiez si les résultats trouvés aux questions c. et d. sont les mêmes.

On trouve $x = 11$ et $y = 5$ dans les deux questions.

f Communiquer Répondez à la problématique.

Emma utilise 11 bons d'achat de 20 €

et 5 bons d'achat de 50 € pour payer.

Tuto calculatrice
Résoudre un système.



foucherconnect.fr/
18m19

Exercice 4 page 73

Exercice 5 page 74

JE FAIS LE POINT

- Une **équation à deux inconnues** peut avoir plusieurs **solutions**.
- Deux équations à deux inconnues, où figurent les mêmes lettres, forment un système de deux équations.
- Une **solution d'un système** de deux équations à deux inconnues est un **couple** de nombres qui vérifie chacune des équations.

Exemple

Le couple (2 ; 3) est solution du système

$$\begin{cases} x + 3y = 11 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

car $2 + 3 \times 3 = 11$ et $2 \times 2 - 3 = 1$.

Activité 3

Résoudre un système par la méthode de substitution

Dans un championnat de football, un match gagné par une équipe lui apporte 3 points, un match nul 1 point et un match perdu 0 point. L'équipe de Markclub a joué 12 matchs de championnat et en a perdu 3. Elle affiche un total de 19 points.

Problématique

Combien l'équipe de Markclub a-t-elle gagné de matchs ? Combien de matchs nuls a-t-elle concédés ?



On note x le nombre de matchs gagnés par l'équipe de Markclub et y le nombre de matchs nuls.

a Valider Expliquez pourquoi cet énoncé peut se traduire par le système $\begin{cases} x + y = 9 \\ 3x + y = 19 \end{cases}$.

Sur 12 matchs joués, 3 ont été perdus. Donc il y a 9 matchs soit gagnés, soit nuls. D'où $x + y = 9$.

Dans la 2^e équation, on compte le nombre de points. Le total est 19. D'où $3x + y = 19$.

Nous allons résoudre ce système par la méthode de **substitution**.

b Réaliser À l'aide de l'équation $x + y = 9$, **exprimez** x en fonction de y en cochant l'équation exacte.

☒ $x = 9 - y$

☐ $x = 9 + y$

☐ $x = y - 9$

Tuto méthode

Résoudre un système par la méthode de substitution.



foucherconnect.fr/
18m20

c Réaliser Dans l'équation $3x + y = 19$, **remplacez** x par l'expression trouvée à la question **b.**

$3(9 - y) + y = 19$

d Réaliser Montrez que l'on obtient $y = 4$ en résolvant l'équation d'inconnue y obtenue.

$27 - 3y + y = 19$; $27 - 2y = 19$; $-2y = 19 - 27$; $-2y = -8$; $y = \frac{-8}{-2}$; $y = 4$

e Réaliser Calculez x en remplaçant y par sa valeur dans l'équation $x + y = 9$.

$x + 4 = 9$; $x = 5$

f Communiquer Complétez : la solution du système $\begin{cases} x + y = 9 \\ 3x + y = 19 \end{cases}$ est le couple (5 ; 4).

g Communiquer Répondez à la problématique.

L'équipe de Markclub a gagné 5 matchs et a concédé 4 matchs nuls.

Activité 4

Résoudre un système par la méthode d'addition

Thomas joue aux fléchettes et touche 9 fois la cible. Il marque 3 points lorsqu'il atteint le centre de la cible et 1 point dans tous les autres cas où la cible est atteinte. Thomas marque au total 19 points.

Problématique

Combien de fois Thomas a-t-il atteint le centre de la cible ?



On note x le nombre de fois où Thomas a atteint le centre de la cible et y le nombre d'autres cas. L'énoncé peut se traduire par le système $\begin{cases} x + y = 9 \\ 3x + y = 19 \end{cases}$ que l'on résout par la méthode d'addition.

a Réaliser Multipliez chaque terme de l'équation $x + y = 9$ par -3 : on obtient ainsi les termes $-3x$ et $3x$ qui sont opposés.

$$\begin{cases} (-3) \times x + (-3) \times y = (-3) \times 9 \\ 3x + y = 19 \end{cases}$$

b Réaliser Écrivez la première équation du système ci-dessus le plus simplement possible, puis ajoutez membre à membre les deux équations pour éliminer x .

$$\begin{cases} -3x - 3y = -27 \\ 3x + y = 19 \end{cases}$$

$-3x + 3x - 3y + y = -27 + 19$. On obtient donc : $0x - 2y = -8$

c Réaliser Résolvez l'équation d'inconnue y obtenue : $2y = 8$; $y = \frac{8}{2}$; D'où $y = 4$.

d Réaliser Calculez x en remplaçant y par la valeur obtenue à la question c. dans l'équation $x + y = 9$.

$x + 4 = 9$; $x = 9 - 4$. D'où $x = 5$.

e Valider Complétez : la solution du système $\begin{cases} x + y = 9 \\ 3x + y = 19 \end{cases}$ est le couple (5 ; 4).

f Communiquer Répondez à la problématique.

Thomas a atteint 5 fois le centre de la cible.

Tuto méthode

Résoudre un système par la méthode d'addition.



foucherconnect.fr/
18m21

Exercice 7 page 74

JE FAIS LE POINT

• Un système de deux équations à deux inconnues peut se résoudre algébriquement par **substitution** ou par **addition**.

Exemple Résoudre le système $\begin{cases} x + 3y = 11 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$.

Par substitution

$$\begin{cases} x = 11 - 3y \\ 2(11 - 3y) + y = 2 \end{cases} ; \begin{cases} x = 11 - 3y \\ -5y = -20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 11 - 3 \times 4 = -1 \\ y = 4 \end{cases}$$

Par addition

On multiplie par -2 la première équation.

$$\begin{cases} -2x - 6y = -22 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$$

$$0x - 5y = -20 ; \text{d'où } y = 4. \quad 2x + 4 = 2 ; \text{d'où } x = -1.$$

La solution du système est le couple $(-1 ; 4)$.

Activité
5Résoudre graphiquement
un système de deux équations

Louane achète une baguette de pain et 2 croissants pour le prix de 4,20 €. À la même boulangerie, son amie Lorene paie 9,60 € pour 3 baguettes et 4 croissants.

Problématique

Quel est le prix d'une baguette et le prix d'un croissant ?



On note x le prix d'une baguette et y le prix d'un croissant.

a Valider Montrez que la situation peut se traduire par le système $\begin{cases} x + 2y = 4,20 \\ 3x + 4y = 9,60 \end{cases}$.

Le prix de 1 baguette et de 2 croissants s'écrit $x + 2y$. Le prix total est 4,20 €.

Le prix de 3 baguettes et de 4 croissants s'écrit $3x + 4y$. Le prix total est 9,60 €.

Nous allons résoudre ce système **graphiquement**.

Chacune des équations du système se représente par une droite.

Ouvrez une fenêtre dans le logiciel de votre choix.

b Réaliser Saisissez $x + 2y = 4,20$ dans le champ de saisie. Puis **appuyez** sur la touche *Entrée*.

c Réaliser Saisissez $3x + 4y = 9,60$ dans le champ de saisie. Puis **appuyez** sur la touche *Entrée*.

On obtient le graphique ci-contre.

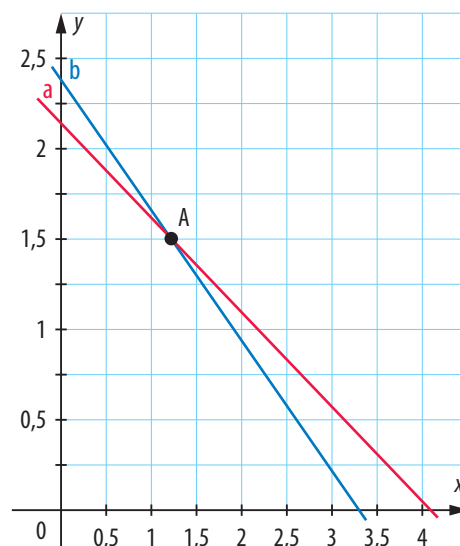
d Réaliser Sélectionnez l'outil *Intersection*. Puis **cliquez** successivement sur les deux droites.

Nommez A le point d'intersection des droites.

e Réaliser Lisez les coordonnées du point A :
(1,2 ; 1,5)

f Communiquer Le couple des coordonnées du point A étant la solution du système donné, **répondez** à la problématique.

Une baguette coûte 1,20 € et un croissant coûte 1,50 €.



Activité 6

Choisir une méthode de résolution



Alice a cueilli 28 trèfles. La plupart ont 3 feuilles, mais quelques-uns ont 4 feuilles. Alice compte 87 feuilles en tout.

Problématique

Quel est le nombre de trèfles de chaque sorte ?

On note x le nombre de trèfles à 3 feuilles et y le nombre de trèfles à 4 feuilles.

a Valider Expliquez pourquoi cet énoncé peut se traduire par le système $\begin{cases} x + y = 28 \\ 3x + 4y = 87 \end{cases}$.

Il y a 28 trèfles au total. D'où $x + y = 28$.

Il y a 87 feuilles au total avec x trèfles à 3 feuilles et y trèfles à 4 feuilles. D'où $3x + 4y = 87$.

Vous avez vu plusieurs méthodes pour résoudre un système de deux équations : méthode graphique et deux méthodes algébriques (par substitution et par addition).

b Analyser / Raisonner Dites quelle méthode de résolution vous semble ici la plus simple à appliquer. Justifiez votre choix.

Vous pouvez vous aider de la partie « Je fais le point » de cette page.

La méthode par substitution est simple à mettre en œuvre : les coefficients de x et y dans la première équation sont égaux à 1.

c Réaliser Mettez en œuvre la méthode choisie pour résoudre le système $\begin{cases} x + y = 28 \\ 3x + 4y = 87 \end{cases}$.

$$\begin{cases} y = 28 - x \\ 3x + 4(28 - x) = 87 \end{cases} ; \begin{cases} y = 28 - x \\ 3x + 112 - 4x = 87 \end{cases} ; \begin{cases} y = 28 - x \\ -x = 87 - 112 \end{cases} ; \begin{cases} y = 28 - x \\ -x = -25 \end{cases} ; \begin{cases} y = 28 - 25 \\ x = 25 \end{cases} ; \begin{cases} y = 3 \\ x = 25 \end{cases}$$

d Communiquer Répondez à la problématique.

Alice a cueilli 25 trèfles à 3 feuilles et 3 trèfles à 4 feuilles.

Exercice 9 page 75

JE FAIS LE POINT

- **Résolution graphique** d'un système
Chaque équation d'un système à deux inconnues se représente graphiquement par une droite.
Si le système a une solution, les deux droites obtenues se coupent en un point dont le couple de coordonnées est la solution du système.
- En cas de **résolution algébrique** d'un système, pour choisir entre méthode par substitution et méthode par addition, on examine les coefficients des inconnues du système :

- si l'un d'eux est 1 ou -1 , la méthode par substitution est conseillée ;
- sinon, la méthode par addition est préférable.

Exemple

Le système $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 4x + 3y = -7 \end{cases}$ se résout plus facilement par substitution.

Le système $\begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ 4x + 3y = -7 \end{cases}$ se résout plus facilement par addition.

Exercices



1 Cochez la bonne réponse parmi les trois propositions.

a. Le système $\begin{cases} 2x + y = 11 \\ x - 3y = -12 \end{cases}$ a pour solution le couple :

- ☐ (3,5 ; 4) ☐ (-12 ; 0) ☒ (3 ; 5)

b. On considère le système $\begin{cases} x = 3y + 1 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$. En remplaçant x par $3y + 1$ dans la deuxième équation, on obtient :

- ☒ $3y + 2 = 4$ ☐ $3y + 1 = 4$ ☐ $-7x - 3 = 4$

c. Dans une salle de cinéma, deux tarifs sont proposés : le plein tarif à 10 € la séance et le tarif réduit à 7 € la séance. Les 180 entrées de la séance de 14 heures ont rapporté 1 470 €. Lequel des systèmes proposés permet de traduire cet énoncé ?

- ☐ $\begin{cases} 10x + 7y = 1470 \\ x + y = 14 \end{cases}$ ☐ $\begin{cases} 10x + 7y = 1470 \\ x - y = 180 \end{cases}$ ☒ $\begin{cases} 10x + 7y = 1470 \\ x + y = 180 \end{cases}$



2 Répondez par « vrai » ou « faux » à chacune des affirmations suivantes et expliquez votre choix.

a. Affirmation : l'équation $2x + 5y = 12$ a pour unique solution le couple (1 ; 2).

- ☐ Vrai ☒ Faux

L'équation a une infinité de solutions.

b. Affirmation : le système $\begin{cases} x - y = 8 \\ x + y = 6 \end{cases}$ a pour solution le couple (7 ; -1).

- ☒ Vrai ☐ Faux

$7 - (-1) = 7 + 1 = 8$ et $7 + (-1) = 7 - 1 = 6$.

Le couple (7 ; -1) est donc solution des deux équations.

c. Dans une ferme, il y a des vaches et des poules. Le fermier a compté 36 têtes et 100 pattes.

Affirmation : il y a donc 25 vaches.

- ☐ Vrai ☒ Faux

Inutile de résoudre un système. 25 vaches ont 100 pattes. Les 11 poules seraient donc des poules sans pattes.

Solutions d'une équation à deux inconnues

3 Parmi les couples suivants : (4 ; 2) ; (0 ; 2,5) ; (-6 ; -2) ; (2 ; 1) ; (-3 ; 1), lesquels sont solutions de l'équation $-3x + 4y = 10$? (0 ; 2,5) ; (-6 ; -2)

Justifiez par un calcul :

$-3 \times 4 + 4 \times 2 = -4 \neq 10$; $-3 \times 0 + 4 \times 2,5 = 10$; $-3 \times (-6) + 4 \times (-2) = 10$;

$-3 \times 2 + 4 \times 1 = -2 \neq 10$; $-3 \times (-3) + 4 \times 1 = 13 \neq 10$

4 Parmi les couples suivants : (-1 ; 6) ; (-2 ; 17) ; (9 ; 2) ; (6 ; 1) ; (1 ; 6) ; (6 ; -1), lequel est solution du système d'équations $\begin{cases} 2x + y = 13 \\ x - 3y = 3 \end{cases}$? (6 ; 1)

Justifiez par un calcul.

$2 \times 6 + 1 = 12 + 1 = 13$ et $6 - 3 \times 1 = 6 - 3 = 3$.

Résolution d'un système avec la calculatrice

5 Associez chaque système à l'écran correspondant de la calculatrice.

$$\begin{cases} x + 3y = -2 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3y - 2 \\ 3x - 5 = y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y - x - 2 = 0 \\ y + 3x + 5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c} \text{anX} + \text{bnY} = \text{Cn} \\ \hline \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & -5 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{anX} + \text{bnY} = \text{Cn} \\ \hline \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 3 & -2 \\ 2 & 3 & -1 & 5 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{anX} + \text{bnY} = \text{Cn} \\ \hline \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -3 & -2 \\ 2 & 3 & -1 & 5 \end{array} \end{array}$$

Résolution d'un système par le calcul

6 Résolvez par la méthode algébrique de votre choix les systèmes suivants.

a. $\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x + 3y = 15 \end{cases}$

$$\begin{cases} x = y + 5 \\ 2(y + 5) + 3y = 15 \end{cases} ; \begin{cases} x = y + 5 \\ 5y + 10 = 15 \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} x = y + 5 \\ 5y = 5 \end{cases} ; \begin{cases} x = 1 + 5 \\ y = 1 \end{cases} ; \begin{cases} x = 6 \\ y = 1 \end{cases}$$

La solution est le couple (6 ; 1).

b. $\begin{cases} x + 3y = 2 \\ 2x - 5y = 8 \end{cases}$

$$\begin{cases} x = 2 - 3y \\ 2(2 - 3y) - 5y = 8 \end{cases} ; \begin{cases} x = 2 - 3y \\ -11y = 4 \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} x = 2 - \frac{4}{11} \\ y = -\frac{4}{11} \end{cases} ; \begin{cases} x = \frac{34}{11} \\ y = -\frac{4}{11} \end{cases}$$

La solution est le couple $\left(\frac{34}{11} ; -\frac{4}{11}\right)$



Vérifiez vos résultats avec la calculatrice.

7 Résolvez par la méthode algébrique de votre choix les systèmes suivants.

a. $\begin{cases} 5x + y = 2 \\ 4x + 3y = 17 \end{cases}$

$$\begin{cases} -15x - 3y = -6 \\ 4x + 3y = 17 \end{cases} ; -11x = 11 ; x = -1 ;$$

$$y = 2 + 5 = 7$$

La solution est le couple (-1 ; 7).

b. $\begin{cases} 7x + 12y = 8 \\ 5x - 4y = -1 \end{cases}$

$$\begin{cases} 7x + 12y = 8 \\ 15x - 12y = -3 \end{cases} ; 22x = 5 ; x = \frac{5}{22} ;$$

$$5 \times \frac{5}{22} - 4y = -1 ; y = \frac{47}{88}$$

La solution est le couple $\left(\frac{5}{22} ; \frac{47}{88}\right)$



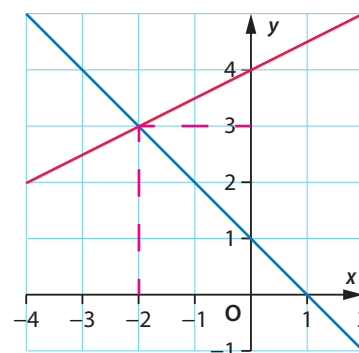
Vérifiez vos résultats avec la calculatrice.

Résolution graphique d'un système

8 Un système de deux équations à deux inconnues est représenté par le graphique ci-contre. Les couples suivants sont-ils solution du système représenté ?

(1 ; 0) ; (3 ; -2) ; (-2 ; 3) ; (0 ; 4). Justifiez.

La solution est le couple (-2 ; 3). C'est le couple des coordonnées du point d'intersection des deux droites.



Problèmes

- 9** Mathilde achète des bandes dessinées à 12 € et des livres à 18 € pour un montant total de 264 €. Elle a pris trois bandes dessinées de moins que de livres.

On note x le nombre de bandes dessinées achetées et y le nombre de livres achetés.

a. Choisissez le système qui traduit cet énoncé.

☐ $\begin{cases} 12x + 18y = 264 \\ y = x - 3 \end{cases}$ ☐ $\begin{cases} 12x + 18y = 264 \\ x = y - 3 \end{cases}$

b. Résolvez le système choisi par la méthode de votre choix.

c. Donnez le nombre de bandes dessinées et le nombre de livres achetés.

- 10** Un commerçant achète à un grossiste 12 chaises et 7 fauteuils. Il obtient du grossiste les rabais suivants : 10 % sur les chaises et 8 % sur les fauteuils. La facture est ainsi ramenée de 3 590 € à 3 271,60 €.

a. On note x le prix initial d'une chaise en euros. Relevez le prix d'une chaise après réduction.

☐ $10x$ ☐ $0,10x$ ☐ $0,90x$

b. On note y le prix initial d'un fauteuil en euros. Exprimez, en fonction de y , le prix d'un fauteuil après réduction.

c. Écrivez le système qui traduit l'énoncé.

d. Résolvez-le par la méthode de votre choix.

e. Donnez le prix initial d'une chaise et le prix initial d'un fauteuil.

- 11** Pour peindre les dessous de toit, un peintre utilise de la peinture orange. La couleur doit être préparée avec du rouge et du jaune selon les proportions suivantes :
volume peinture jaune = $\frac{2}{3}$ × volume peinture rouge.

Le peintre doit diluer la peinture à 10 % avec du White Spirit®. Le volume total obtenu est 5 litres.

a. Le volume total après dilution est de 5 litres. Sachant qu'il contient 10 % de White Spirit®, calculez le volume de peinture initial. Exprimez le résultat en litres.

b. On note x , en litres, le volume de peinture rouge et y , en litres, le volume de peinture jaune.

Expliquez pourquoi l'énoncé peut se traduire par le

système $\begin{cases} x + y = 4,5 \\ y = \frac{2}{3}x \end{cases}$.

c. Résolvez algébriquement le système $\begin{cases} x + y = 4,5 \\ y = \frac{2}{3}x \end{cases}$ par la méthode de votre choix.

d. Donnez les volumes, en litres, de peinture rouge et de peinture jaune à mélanger.

- 12** Eva, artiste peintre moderne, a réalisé un tableau où elle n'a dessiné que des carrés et des triangles. Ces carrés et triangles n'ont aucun côté commun. Eva compte 45 carrés et triangles dans son tableau. Elle compte également tous les côtés ; elle en trouve 168.

a. Combien un carré a-t-il de côtés ?

Combien un triangle a-t-il de côtés ?

b. Écrivez le système qui traduit l'énoncé.

c. Résolvez-le par la méthode de votre choix.

d. À l'aide de la réponse donnée à la question **c.**, déterminez le nombre de carrés et le nombre de triangles dessinés par Eva.

- 13** **SCRATCH** Madame Seguin vend des fromages fabriqués avec le lait de ses chèvres : 2,50 € pour un fromage de 145 g et 3,10 € pour un fromage de 200 g. Sur le marché, elle a vendu 30 fromages et sa recette s'élève à 82,20 €.

a Cet énoncé peut se traduire par le système

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ 2,5x + 3,1y = 82,20 \end{cases}$$

Que représente la lettre x ? Que représente la lettre y ?

b. Résolvez le système précédent.

c. Donnez le nombre de fromages de 145 g et le nombre de fromages de 200 g vendus sur le marché.

d. Voici le début d'un script écrit avec Scratch. Il permet de trouver le nombre de fromages de chaque sorte vendu.



– Expliquez pourquoi on écrit « mettre y à $30 - x$ ».

– Dites ce que représente la variable R dans ce script.

e. **SCRATCH** **foucheconnect.fr/18m22** Ouvrez le fichier «05_exercice13.sb2».

Vérifiez le résultat de la question **c.**

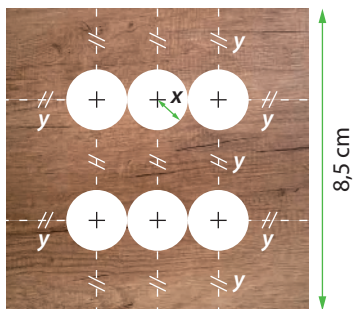
- 14 La tension U en volts aux bornes d'une pile de résistance interne r et de force électromotrice E est donnée par la formule $U = E - r \times I$ dans laquelle I est l'intensité du courant exprimée en ampères.

Pour $I = 2$ ampères, on a $U = 7,5$ volts.

Pour $I = 6$ ampères, on a $U = 1,5$ volt.

- Quelle est la force électromotrice E de la pile et sa résistance interne r ?

- 15 Martin a percé six trous identiques de rayon x (en cm) dans une plaque de bois carrée de côté 8,5 cm. On note y (en cm) la longueur des espaces ; ils sont tous identiques.



La disposition est donnée par le schéma ci-dessus.

- Quelles sont les longueurs x et y ?

- 16 Une balade d'une heure en mer est proposée à deux groupes de touristes. Le premier groupe, composé de 8 adultes et de 3 enfants, paie 39,50 €. Le second, composé de 7 adultes et de 9 enfants, paie 50,50 €.



- Quel est le prix d'un ticket pour un adulte ? pour un enfant ?

- 17 Un restaurant propose uniquement des menus à 15 € et des menus à 20 €. Le mardi, la recette se monte à 520 €.

Le mercredi, le nombre de menus à 15 € double par rapport à celui du mardi, et le nombre de menus à 20 € diminue de 8. La recette est de 540 €.



- Combien de menus à 15 € et de menus à 20 € ont-ils été servis le mardi et le mercredi ?

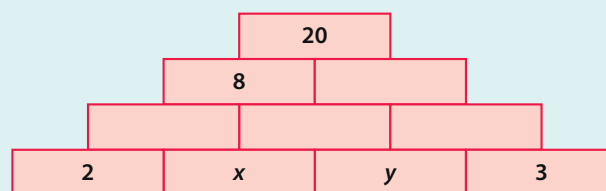
Investigations

- 18 Un éleveur possède 2 taureaux et 2 vaches : Bubulle, Icare, Caramel et Pâquerette. Il souhaite les présenter à la foire agricole.

- Bubulle pèse 1 200 kg et Pâquerette 600 kg ;
- Bubulle pèse aussi lourd que Caramel et Icare réunis ;
- Icare pèse aussi lourd que Caramel et Pâquerette réunis.

Problématique > Sachant que l'éleveur ne peut pas transporter plus de 3 200 kg dans son camion, pourra-t-il transporter tous les animaux ensemble ?

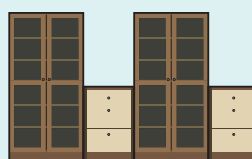
- 19 Dans cette pyramide, une brique est égale à la somme des deux briques qui la soutiennent. x et y sont deux nombres entiers positifs.



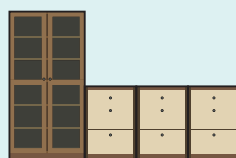
Problématique > Quelle est la valeur des nombres x et y ?

- 20 Trois compositions de meubles sont exposées en magasin, la première au prix de 234 euros et la deuxième au prix de 162 euros.

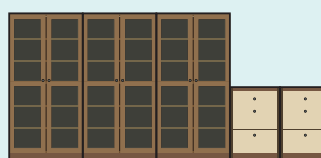
Le prix de la troisième composition n'est pas indiqué.



Première composition : 234 €



Deuxième composition : 162 €



Troisième composition

Problématique > Quel est le prix de la troisième composition ?

Je me teste

Nom

Prénom

Classe Date

AUTO-ÉVALUATION

Compétences	Attendus	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✓	✓	✓
S'approprier	Je lis attentivement l'énoncé pour choisir les inconnues.	1a			
Analyser/Raisonner	Je choisis la méthode de résolution du système la plus adaptée.	1b			
	Je traduis l'énoncé à l'aide de deux équations.	2a			
Réaliser	Je résous le système par le calcul.	1b			
	Je fais les calculs correspondant à la méthode choisie.	2b			
Valider	Je vérifie mes résultats à la calculatrice.	1c			
Communiquer	J'explique ma démarche au professeur.	1d			
	Je rédige la conclusion en employant le vocabulaire correct.	2c			

EXERCICE 1

Pour la visite d'un musée, l'entrée plein tarif est de 9 € et le tarif réduit est de 7 €.

398 entrées ont été vendues pour 3 296 €.

L'énoncé peut se traduire par le système $\begin{cases} 7x + 9y = 3\,296 \\ x + y = 398 \end{cases}$.

a S'approprier Rédigez deux phrases indiquant ce que représente chacune des inconnues x et y .

x est le nombre d'entrées à tarif réduit.

y est le nombre d'entrées plein tarif.

b Analyser / Raisonner Réaliser Résolvez algébriquement ce système par la méthode de votre choix.

On résout le système par substitution.

$$\begin{cases} 7x + 9y = 3\,296 \\ y = 398 - x \end{cases} \quad \begin{cases} 7x + 9(398 - x) = 3\,296 \\ y = 398 - x \end{cases} \quad \begin{cases} 7x + 3\,582 - 9x = 3\,296 \\ y = 398 - x \end{cases} \quad \begin{cases} -2x = -286 \\ y = 398 - x \end{cases} \quad \begin{cases} x = 143 \\ y = 255 \end{cases}$$

La solution du système est le couple (143 ; 255).



c Valider Vérifiez le résultat de la question **b.** en résolvant le système $\begin{cases} 7x + 9y = 3\,296 \\ x + y = 398 \end{cases}$ avec la calculatrice.

d Communiquer Donnez le nombre d'entrées plein tarif et le nombre d'entrées tarif réduit.

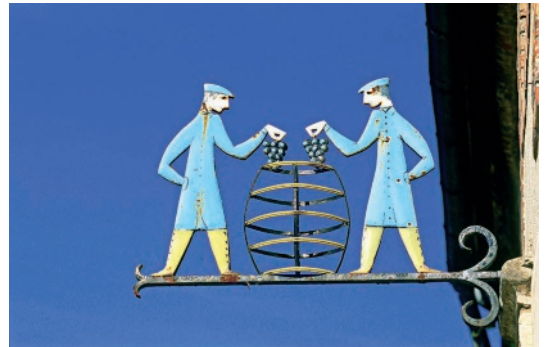
Il a été vendu 143 entrées tarif réduit et 255 entrées plein tarif.

Je me teste

EXERCICE 2

Un vigneron achète une enseigne à un forgeron. Il souhaite ensuite la protéger avant de l'accrocher. Dans un magasin spécialisé, il choisit un antirouille et une peinture d'extérieur.

Il prend deux pots d'antirouille et trois pots de peinture, il paie 49,84 €. Le prix du pot de peinture est égal à la moitié du prix du pot d'antirouille.



Problématique

Quels sont les prix d'un pot d'antirouille et d'un pot de peinture ?

a S'approprier Analyser / Raisonner Proposez une méthode permettant de répondre à la problématique.

Il y a deux inconnues : le prix d'un pot d'antirouille et le prix d'un pot de peinture. On doit donc écrire deux équations à partir des données de l'énoncé.

On résout ensuite le système trouvé soit par substitution, soit par addition.



Appelez le professeur pour lui expliquer votre méthode.

b Réaliser Mettez en œuvre votre méthode.

On note x le prix d'un pot d'antirouille et y le prix d'un pot de peinture, en euros.

L'énoncé se traduit par le système $\begin{cases} 2x + 3y = 49,84 \\ y = 0,5x \end{cases}$.

On résout ce système par la méthode de substitution.

$\begin{cases} 2x + 3 \times 0,5x = 49,84 \\ y = 0,5x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3,5x = 49,84 \\ y = 0,5x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 14,24 \\ y = 7,12 \end{cases}$

La solution du système est le couple (14,24 ; 7,12).

c Communiquer Répondez à la problématique.

Le prix d'un pot d'antirouille est 14,24 € ; celui d'un pot de peinture est 7,12 €.

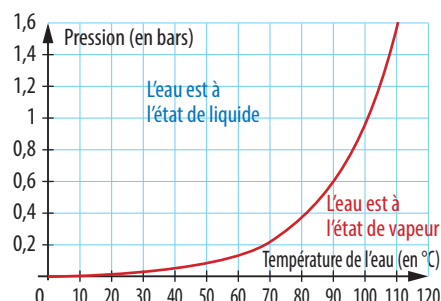
CHAPITRE 6 Notion de fonction – Fonction affine

Investigation 1

La bonne température et la bonne pression

Marie et Guillaume sont au sommet du Tocllaraju, une montagne qui s'élève à 6 000 m d'altitude au Pérou.

Ils ont froid et veulent faire bouillir de l'eau pour se préparer une boisson.



▲ **Doc.** Courbe représentative de la fonction f donnant la pression en fonction de la température d'ébullition de l'eau.

Problématique

Marie et Guillaume ne sont pas d'accord. Qui a raison ?

a S'approprier Analyser / Raisonner Proposez une méthode permettant de répondre à la problématique.

À l'aide du graphique, on détermine l'image de 100 (c'est-à-dire la valeur de la pression lorsque la température vaut 100 °C) et l'antécédent de 0,4 (c'est-à-dire la valeur de la température lorsque la pression vaut 0,4 bar). On compare ensuite les valeurs obtenues avec les données de l'énoncé.

b Réaliser Mettez en œuvre votre méthode.

Graphiquement, on lit :

– l'image de 100 est égale à 1 : l'eau bout à 100 °C sous une pression de 1 bar.

– l'antécédent de 0,4 est égal à 80 : sous une pression de 0,4 bar, l'eau bout à 80 °C.

c Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Marie a raison, car l'eau ne bout pas à 100 °C quelle que soit la pression. Il existe une unique valeur de pression pour laquelle l'eau bout à 100 °C, et cette pression vaut 1 bar. La température et la pression augmentent ou diminuent ensemble.



Suite de votre parcours :

☐ **Activités 1 et 2** pages 81 - 82

☐ **Investigation 2** page 80

Investigation 2

La fonte des glaces

Au cours du XX^e siècle, une augmentation du niveau de la mer due au réchauffement climatique a été détectée. Le Centre national de la recherche scientifique (CNRS) donne l'évolution de l'élévation du niveau de la mer par période à partir de 1860. (1 période correspond à 20 ans ; voir Doc. 1).

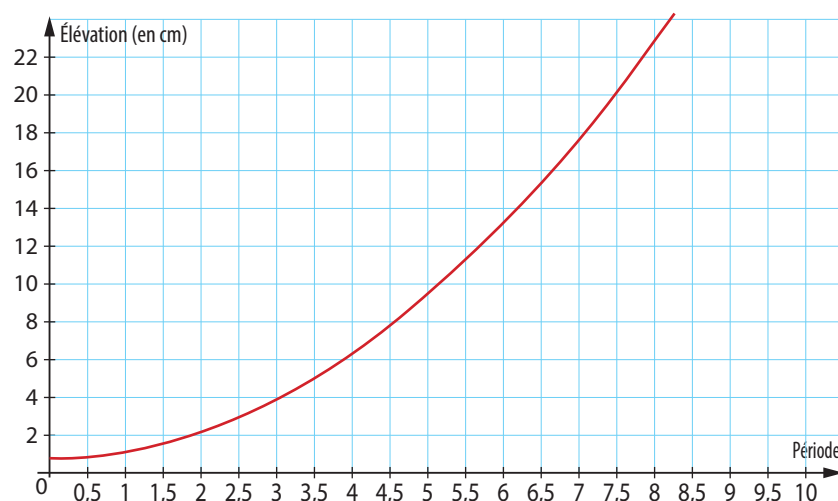
Un organisme A prévoit qu'en 2020 l'élévation du niveau de la mer sera d'environ 19 cm avec une modélisation par une fonction affine f d'expression, en fonction de la période x : $f(x) = 2,75x - 3,285$.

Un organisme B prévoit en 2020 une élévation du niveau de la mer de 23 cm avec le modèle du Doc. 2. L'expression de la fonction g représentée, en fonction de la période x est : $g(x) = 0,345x^2 - 0,011x + 0,857$.



Année	Période x	Élévation (en cm)
1880	1	1
1900	2	2
1920	3	4
1940	4	6
1960	5	9
1980	6	13
2000	7	18

▲ Doc. 1 Élévation du niveau de la mer



▲ Doc. 2 Proposition de l'organisme B

DÉFI

Construisez une droite et placez les points correspondant aux données du CNRS.

Problématique

Quel organisme fournit le modèle le plus proche des valeurs données par le CNRS ?

a S'approprier Analyser / Raisonner **Proposez** une méthode permettant de répondre à la problématique.

À l'aide du logiciel GeoGebra ou sur le graphique précédent, on place les points de coordonnées (Période ; Élévation), puis on trace dans le même repère les représentations graphiques des fonctions f et g . On regarde celle des deux représentations graphiques qui se rapproche le plus des points de coordonnées (Période ; Élévation).

b Réaliser **Mettez** en œuvre votre méthode.

Voir le fichier « 06_fontedesglaces_C.ggb ».

c Valider Communiquer **Répondez** à la problématique.

D'après le fichier « 06_fontedesglaces_C.ggb », l'organisme B semble être le modèle le plus proche des données fournies par le CNRS.



Suite de votre parcours :

- ☐ Activités 3 et 4  pages 83-84
- ☐ Activité 5  page 85

Activité
1

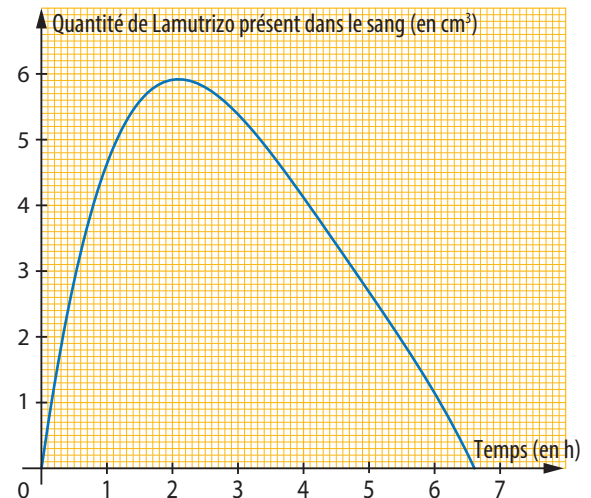
Déterminer graphiquement des images et des antécédents

Lorsqu'on injecte du Lamutrizo par piqûre dans un muscle, il n'agit pas immédiatement. Il est efficace si au moins 4 cm^3 de ce médicament est présent dans le sang.

À partir de mesures, on a établi le graphique ci-contre, qui représente la quantité de Lamutrizo présent dans le sang, en cm^3 , en fonction du temps, en heures. Le temps est mesuré à partir de l'unique injection. Un patient teste ce médicament, mais il a besoin qu'il soit efficace pendant 6 h.

Problématique

Le Lamutrizo est-il efficace pour ce patient ?



a S'approprier En utilisant la représentation graphique, **complétez** le tableau suivant.

Temps (en h)	0	1	1,5	2	3,5	5	6
Quantité de médicament (en cm^3)	0	4,7	5,5	5,9	4,7	2,6	1,1

b S'approprier Réaliser **Déterminez** graphiquement le temps t et la quantité de Lamutrizo q à partir desquels :

- le Lamutrizo est efficace : $t_1 = 0,8 \text{ h}$ $q_1 = 4 \text{ cm}^3$
- la quantité de Lamutrizo présente dans le sang est maximale : $t_2 = 2 \text{ h}$ $q_2 = 5,9 \text{ cm}^3$
- le Lamutrizo n'est plus efficace : $t_3 = 4,1 \text{ h}$ $q_3 = 4 \text{ cm}^3$

La quantité de Lamutrizo dans le sang est modélisée, en fonction du temps, par la fonction f définie par sa courbe représentative (graphique ci-dessus).

c Valider **Complétez** les phrases suivantes en utilisant les résultats que vous avez obtenus pour t_1 et q_1 .

- $f(0,8 \text{}) = 4 \text{}$ L'image de $0,8 \text{}$ est 4
- Un antécédent de 4 est $0,8 \text{}$.



Vous pouvez vous aider de la partie « Je fais le point » page 82.

Un exemple : 5,9 est l'image de 2 et 2 est un antécédent de 5,9 par la fonction f .
On écrit : $f(2) = 5,9$.

d Réaliser Communiquer **Répondez** à la problématique.

Entre le moment où le Lamutrizo commence à être efficace et le moment où il ne l'est plus, il s'est écoulé : $4,1 - 0,8 = 3,3 \text{ h}$.

Le médicament n'est donc pas efficace pour ce patient puisqu'il agit moins de 6 h.

Activité 2

Déterminer des images et des antécédents par une fonction affine

Pierre est en week-end avec sa femme et souhaite visiter la ville de Rouen à vélo. Ils ont un budget total de 20 € pour louer chacun un vélo à Cy'clik, un système de location de vélos en libre service, qui propose le tarif suivant : 1,90 € l'heure plus 4,80 € d'assurance.

Problématique

Combien de temps Pierre et sa femme vont-ils garder leurs vélos ?



a S'approprier Réaliser Calculez le prix à payer, par personne, pour :

- 2 h de location : $1,90 \times 2 + 4,80 = 8,60$; 2 h de location coûtent 8,60 €.
- 10 h de location : $1,90 \times 10 + 4,80 = 23,80$; 10 h de location coûtent 23,80 €.

b S'approprier Réaliser Déterminez combien d'heures de vélo il est possible de faire avec 12,40 €.

$$12,40 - 4,80 = 7,60 ; 7,60 / 1,90 = 4$$

Il est possible de faire 4 h de vélo avec 12,40 €.

c S'approprier On note f la fonction qui, au nombre x d'heures de location, associe le prix à payer en euros. Complétez l'expression de la fonction f : $f(x) = 1,90 \times x + 4,80$.

d Réaliser En utilisant cette expression, calculez l'image de 6. Expliquez ce que signifie ce résultat.

$$f(6) = 1,90 \times 6 + 4,80 = 16,20 ; 6 \text{ h de location coûtent } 16,20 \text{ €}.$$

e Réaliser En utilisant l'expression de la question c., calculez l'antécédent de 20.

$$1,90 \times x + 4,80 = 20 ; 1,90 \times x = 20 - 4,80 ; x = \frac{15,2}{1,90} = 8.$$

L'antécédent de 20 vaut 8.

f Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Pierre et sa femme pourront faire chacun 4 h de vélo.



Il faut résoudre l'équation :

$$1,90 \times x + 4,80 = 20 !$$

Exercices 2 et 3 page 87

JE FAIS LE POINT

Soit la fonction f qui à tout nombre x associe le nombre $f(x)$.

- On dit que $f(x)$ est l'**image** de x par f et que x est un **antécédent** de $f(x)$ par f .
- x possède, au maximum, une image, mais $f(x)$ peut avoir plusieurs antécédents.
- Étant donné deux nombres a et b , on appelle fonction **affine** la fonction f qui, à tout nombre x , fait correspondre le nombre $ax + b$.

On écrit $f(x) = ax + b$ où $ax + b$ est appelé expression algébrique de la fonction f .

Exemple

On considère la fonction affine f d'expression $f(x) = 0,5x + 1,5$ sur l'intervalle $[-2 ; 2]$.

- L'image de 1 est 2 ; on écrit $f(1) = 2$.
- $f(-1) = 0,5 \times (-1) + 1,5 = 1$.

Donc un antécédent de 1 est -1 .

Activité 3

Construire un tableau de valeurs et une représentation graphique

Pour la livraison de ses marchandises, Nora compare les tarifs de deux sociétés de transports pour une distance d'acheminement inférieure à 250 km.

- Société TransFrance : $f(x) = 0,005x^2 + 0,023x$ où f est la fonction qui, au nombre x de kilomètres parcourus, associe le prix payé $f(x)$.
- Société Toutransport : 35,49 € de prise en charge plus 0,40 € du kilomètre.



Problématique

Pour quels kilométrages Nora choisira-t-elle la société Toutransport ?

On modélise le tarif de la société Toutransport par la fonction g qui, au nombre x de kilomètres parcourus, associe le prix payé $g(x)$.

Les fonctions f et g sont définies sur l'intervalle $[0 ; 250]$.

a S'approprier Analyser / Raisonner **Donnez**, en fonction de x , l'expression de la fonction g .

$$g(x) = 0,40x + 35,49$$

b Valider Communiquer **Cochez** la bonne réponse et **justifiez**.

La fonction g est une fonction : ☒ affine ☐ linéaire ☐ ni l'un, ni l'autre

L'expression algébrique de la fonction g est du type $f(x) = ax + b$ avec $a = 0,40$ et $b = 35,49$.



c Réaliser À l'aide de la fonction Table de la calculatrice, **complétez** le tableau de valeurs.

x	0	10	50	100	130	170	200
$f(x)$	0	0,73	13,65	52,3	87,49	148,41	204,6
$g(x)$	35,49	39,49	55,49	75,49	87,49	103,49	115,49

d S'approprier À l'aide du tableau, **déterminez** un nombre de kilomètres pour lequel les deux sociétés ont le même tarif.

Elles ont le même tarif pour 130 km.



e Réaliser À l'aide de la calculatrice, **représentez** graphiquement, dans un même repère, les deux fonctions f et g .

f Valider Communiquer En utilisant les représentations graphiques des deux fonctions f et g , **répondez** à la problématique.

Nora choisira la société Toutransport pour un kilométrage supérieur à 130 km.

Tuto calculatrice

Obtenir un tableau de valeurs.



foucherconnect.fr/
18m23

Tuto calculatrice

Construire et exploiter un graphique.

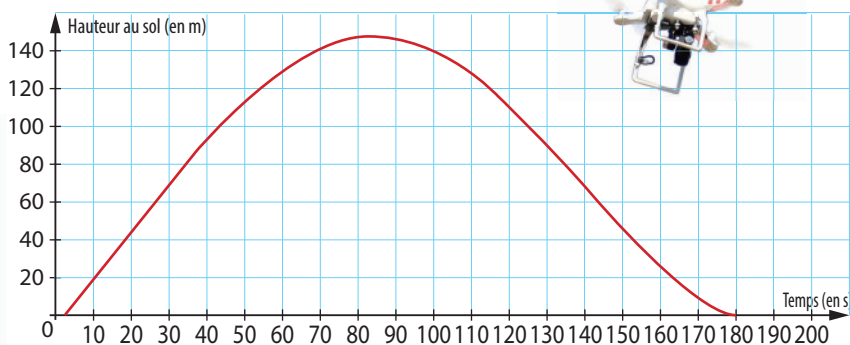


foucherconnect.fr/
18m24

Activité 4

Décrire les variations d'une fonction

Un arrêté du 11 avril 2012 stipule que tout drone pesant moins de 25 kg doit impérativement voler en dessous de 150 mètres d'altitude. Pour surveiller qu'il respecte bien la hauteur autorisée, Maxime a placé un capteur sous son drone. Ce capteur a permis d'obtenir les informations données dans les documents ci-contre.



▲ Doc. 1 Courbe représentative de la fonction f donnant la hauteur de vol, en fonction du temps.

x	0	84	180
Variation de la fonction f	0	147	0

▲ Doc. 2 Tableau de variation

Problématique

Le drone de Maxime respecte-t-il la législation ?

a S'approprier Analyser / Raisonner **Expliquez** ce que représentent les nombres sur la première ligne du tableau de variation.

0 et 180 correspondent aux bornes de l'intervalle d'étude de la fonction f . 84 est une valeur de x pour laquelle la fonction f présente une particularité (un maximum ici).

b S'approprier Entre $x = 0$ et $x = 84$, on observe une flèche rouge allant vers le haut dans la seconde ligne du tableau de variation. Cela signifie que, sur l'intervalle $[0 ; 84]$, la fonction f est :

☒ croissante ☐ décroissante

c S'approprier Communiquer Entre $x = 84$ et $x = 180$, on observe une flèche bleue allant vers le bas. **Expliquez** ce que cela signifie pour la fonction f . f est décroissante sur l'intervalle $[84 ; 180]$.

d S'approprier Pour $x = 84$, la fonction f présente donc un : ☐ minimum ☒ maximum

e Analyser / Raisonner Communiquer **Expliquez** ce que représentent les valeurs 0 et 147 dans la deuxième ligne du tableau. Elles représentent les valeurs prises par la fonction f en $x = 0$ et en $x = 84$, c'est-à-dire les images par la fonction f de 0 et de 84 : $f(0)$ et $f(84)$.

f Valider Communiquer **Répondez** à la problématique.

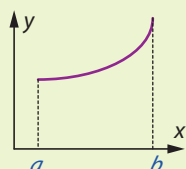
Le drone respecte la législation, car la hauteur maximale atteinte est de 147 m, ce qui est inférieur à 150 m.

Exercice 7 pages 88-89

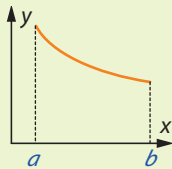
JE FAIS LE POINT

• Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[a ; b]$. Donner le sens de variation de f sur $[a ; b]$, c'est dire si elle est **croissante**, **décroissante** ou **constante**.

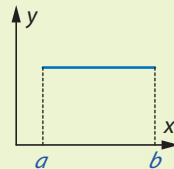
Exemple



f est croissante sur $[a ; b]$.



f est décroissante sur $[a ; b]$.



f est constante sur $[a ; b]$.

Activité 5

Déterminer le sens de variation d'une fonction affine

Une région souhaite renouveler les tenues de sport de tous ses clubs. Elle prend contact avec une entreprise pour acheter des survêtements en grande quantité. Selon le prix d'un survêtement, l'offre et la demande varient. L'offre est le nombre de survêtements proposé par l'entreprise et la demande correspond au nombre de survêtements que la région est prête à acheter. On obtient les propositions suivantes.

Prix (en €)	150	100	80	50	40	20
Demande (en nombre de survêtements)	100	200	240	300	320	360
Offre (en nombre de survêtements)	540	390	330	240	210	150

Problématique

Quel est le prix d'équilibre de ces tenues ?



Le prix d'équilibre correspond au prix pour lequel l'offre est égale à la demande.

Partie A • Étude de la demande



foucherconnect.fr/
18m25

Ouvrez le fichier « 06_prix_equilibre.ggb ».

- Réaliser** Dans la fenêtre *Tableur*, **sélectionnez** les cellules A1 à B6, puis en faisant un clic droit, **sélectionnez** Créer, puis *Liste de points*. Les points A, B, C, D, E, F de coordonnées (Prix ; Demande) apparaissent à l'écran.
- Réaliser** Dans la zone de saisie, **tapez** « $y = ax + 400$ ». Une droite apparaît.
- Réaliser** **Sélectionnez** l'outil , puis **ajustez** le curseur « a » pour que la droite passe au plus près des points A à F.
- Réaliser** En vous aidant de la fenêtre *Algèbre*, **notez** l'expression de la fonction affine qui représente la demande : $f(x) = -2x + 400$
- Réaliser** **Donnez** la valeur que prend le coefficient directeur de cette droite : $a = -2$
- S'approprier** **Réaliser** **Complétez** le tableau de variation de la fonction f .



La représentation graphique d'une fonction affine f telle que $f(x) = ax + b$ est une droite de coefficient directeur le nombre a .

x	0	150
Variation de la fonction f	400	100

Partie B • Étude de l'offre

a Réaliser Refaites les étapes **a.** et **b.** de la **partie A** en prenant les cellules C1 à D6 et en tapant « $y = cx + 90$ » dans la zone de saisie. Une nouvelle droite apparaît.

b Réaliser Ajustez le curseur « c » pour que la droite passe au plus près des points G à L. **Notez** l'expression de la fonction affine qui représente l'offre : $g(x) = 3x + 90$

c Réaliser Donnez alors la valeur que prend le coefficient directeur de cette droite : $c = 3$

d S'approprier Réaliser Complétez le tableau de variation de la fonction g .

x	0	150
Variation de la fonction g	90	540

Partie C • Exploitation et réponse à la problématique


a Valider En observant le signe du coefficient directeur de chaque droite obtenue et le sens de variation de chacune des fonctions correspondantes, **cochez** les bonnes réponses.

• Quand le coefficient directeur est positif, la fonction affine est :

☒ croissante ☐ décroissante ☐ constante

• Quand le coefficient directeur est négatif, la fonction affine est :

☐ croissante ☒ décroissante ☐ constante

b Communiquer Cliquez sur l'outil , puis **cliquez** sur chacune des droites. **Notez** les coordonnées du point d'intersection M des deux droites. $M(62 ; 276)$

c Valider Communiquer En exploitant la réponse donnée en **b.**, **répondez** à la problématique.

Le prix d'équilibre des tenues est de 62 €.....

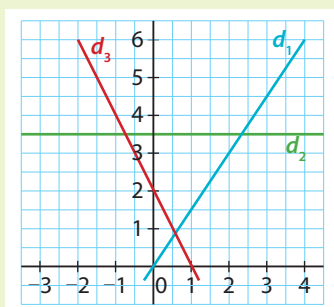
Voir le fichier « 06_prix_equilibre_C.ggb ».

Exercices 8 et 9  page 89

JE FAIS LE POINT

- La représentation graphique d'une fonction affine f telle que $f(x) = ax + b$ est la **droite d'équation $y = ax + b$** . Cette droite passe par le point de coordonnées $(0 ; b)$, a est le **coefficient directeur** de la droite et b est l'**ordonnée à l'origine**.
Si $b = 0$, la fonction est linéaire ; toute fonction linéaire est affine.
- Une fonction affine est **croissante** si $a > 0$, **décroissante** si $a < 0$ et **constante** si $a = 0$.

Exemple



	Type de fonction	Coefficients a et b	Sens de variation
Droite d_1 : $y = 1,5x$	Affine et linéaire	$a = 1,5 ; b = 0$	$a > 0$, croissante
Droite d_2 : $y = 3,5$	Affine et constante	$a = 0 ; b = 3,5$	$a = 0$, constante
Droite d_3 : $y = -2x + 2$	Affine	$a = -2 ; b = 2$	$a < 0$, décroissante

Exercices



1 Cochez la bonne réponse parmi les trois propositions.

On considère la représentation graphique de la fonction f ci-dessous.

a. L'image de 2 est :

- ☐ 2,5 ☒ 4 ☐ 2

b. Les antécédents de 0 sont :

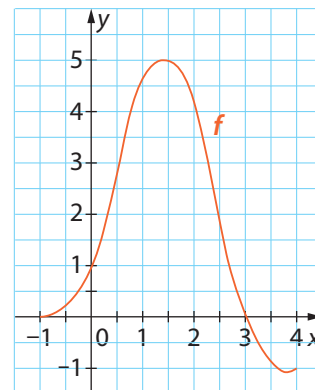
- ☐ 1 et 2,75 ☒ -1 et 3 ☐ il n'y en a pas

c. La fonction est croissante sur l'intervalle :

- ☐ [1,5 ; 3,75] ☒ [-1 ; 1,5] ☐ [0 ; 5]

d. La fonction est décroissante sur l'intervalle :

- ☒ [1,5 ; 3,75] ☐ [-1 ; 1,5] ☐ [-1 ; 5]



2 Répondez par « vrai » ou « faux » à chacune des affirmations suivantes et expliquez votre choix.

a. Affirmation : le point A(1 ; 2) appartient à la droite d'équation $y = -2x + 5$.

- ☐ Vrai ☒ Faux

$-2 \times 1 + 5 = 3$. Si $x = 1$ alors $y = 3$. C'est le point de coordonnées (1 ; 3) qui appartient à la droite d'équation $y = -2x + 5$.

b. Affirmation : $h(x) = 5x + 1$ est une expression possible de la fonction affine telle que $h(1) = 6$.

- ☒ Vrai ☐ Faux

$h(1) = 5 \times 1 + 1 = 5 + 1 = 6$.

c. Affirmation : l'image de -9 par la fonction k d'expression $k(x) = 5x - 3$ est 48.

- ☐ Vrai ☒ Faux

$k(-9) = 5 \times (-9) - 3 = -45 - 3 = -48$. L'image de -9 par la fonction k est -48 et non 48.

Détermination d'images et d'antécédents

3 Soit la fonction m définie sur l'intervalle $[-2 ; 3]$ par $m(x) = -6x - 3$.

a. Complétez le tableau ci-dessous.

x	-2	-1	0	1	2	3
$m(x)$	9	3	-3	-9	-15	-21

b. Déduisez de la question a. un antécédent de 3 : -1.

4 Soit la fonction i définie sur l'intervalle $[-3 ; 3]$ par $i(x) = -2x^2 - 3x + 4$.

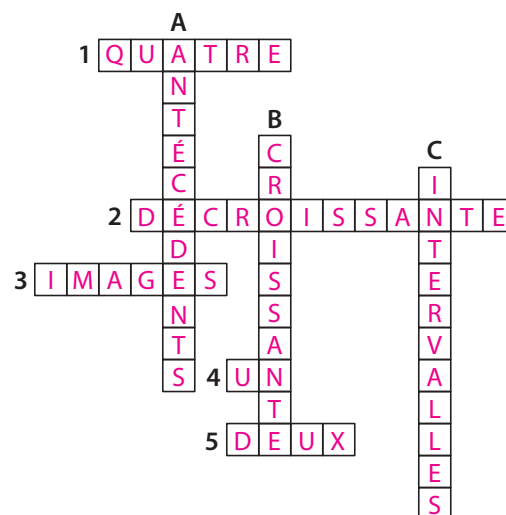
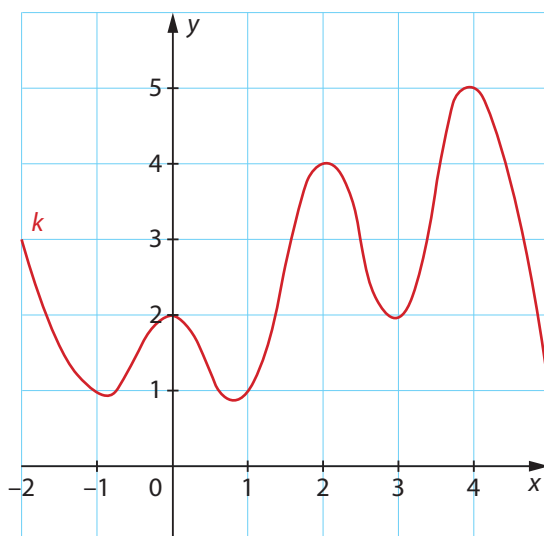
a. Calculez :

$$i(-3) = -2 \times (-3)^2 - 3 \times (-3) + 4 = -5 \quad i(-1) = -2 \times (-1)^2 - 3 \times (-1) + 4 = 5$$

$$i(0) = -2 \times 0^2 - 3 \times 0 + 4 = 4 \quad i(3) = -2 \times 3^2 - 3 \times 3 + 4 = -23$$

b. Déduisez de la question précédente un antécédent de -5 : -3.

- 5 En vous aidant de la représentation graphique de la fonction k , **complétez** la grille de mots.



Horizontal :

1. C'est l'antécédent de 5 arrondi à l'unité.
2. La fonction k l'est sur l'intervalle $[0 ; 0,8]$.
3. 2 l'est pour 0 et 4 l'est pour 2.
4. C'est l'image de -1 par la fonction k .
5. C'est l'image de 3 par la fonction k .

Vertical :

- A. $-2 ; 1,6 ; 2,5 ; 3,4$ et $4,7$ le sont pour 3.
- B. La fonction k l'est sur l'intervalle $[3 ; 4]$.
- C. $[-2 ; 0]$ et $[2 ; 4]$ en sont deux exemples.

Détermination d'un tableau de valeurs et sens de variation d'une fonction

- 6 On considère ci-contre la représentation graphique d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-2 ; 3]$. **Cochez** le tableau de valeurs correspondant à cette fonction.

☐

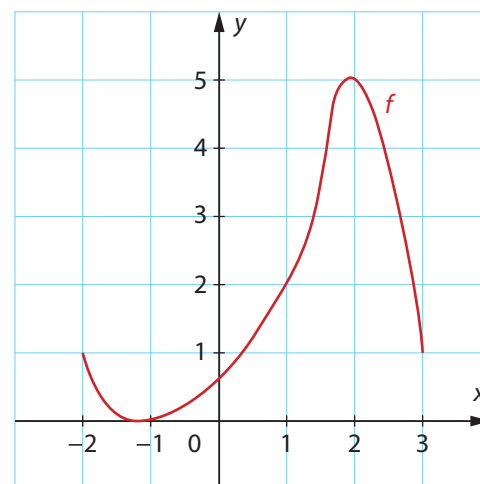
x	1	0	2	5	1
$f(x)$	-2	-1	1	2	3

☒

x	-2	-1	1	2	3
$f(x)$	1	0	2	5	1

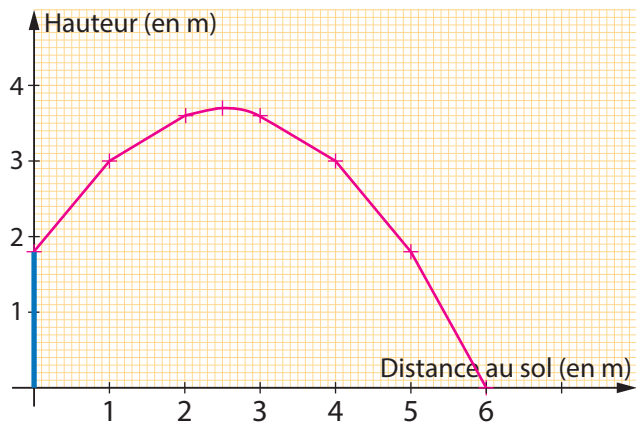
☐

x	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	0,5	0	0	1	4	5



- 7 Clément fait du skateboard. Il s'élance d'un tremplin et réussit à passer un mur de 1,8 m de hauteur schématisé en bleu page 89. La trajectoire de Clément, après le passage du mur, peut être modélisée par une fonction h telle que : $h(x) = -0,3x^2 + 1,5x + 1,8$ sur l'intervalle $[0 ; 6]$, où x est la distance au sol, en mètres, depuis le mur et $h(x)$ la hauteur, en mètres, atteinte par Clément.
- a. À l'aide de l'expression de la fonction h , **complétez** le tableau de valeurs ci-dessous et le graphique page 89. Arrondissez les valeurs au dixième.

Distance au sol (en m) : x	0	1	2	2,5	3	4	5	6
Hauteur (en m) : $h(x)$	1,8	3	3,6	3,7	3,6	3	1,8	0



b. Donnez la valeur de $h(0)$: $h(0) = 1,8$.

c. Donnez un antécédent de 0 par h . Que signifie ce résultat pour Clément ?

$h(6) = 0$. Donc 6 est un antécédent de 0. Clément va atteindre le sol au bout de 6 m.

d. Donnez le maximum de h sur l'intervalle $[0 ; 6]$. Que signifie ce résultat pour Clément ?

Le maximum de h se situe environ à 3,7. La hauteur maximale atteinte par Clément est d'environ 3,7 m.

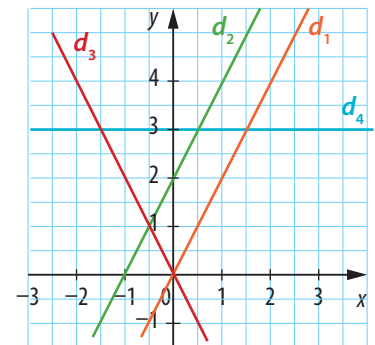
e. Complétez le tableau de variation de la fonction h ci-dessous.

x	0	2,5	6
Variation de la fonction h	1,8	3,7	0

Étude d'une fonction affine

8 Associez chacune des expressions de fonctions affines suivantes à la représentation graphique correspondante.

$f(x) = 2x$ d_1
 $g(x) = -2x$ d_2
 $h(x) = 3$ d_3
 $i(x) = 2x + 2$ d_4



9 Associez chacune des expressions de fonctions affines suivantes au sens de variation correspondant.

$b(x) = -5x$ croissante
 $c(x) = -4$ décroissante
 $l(x) = 3x$ constante
 $m(x) = -6x + 2$

Problèmes

- 10** **Scratch** Le coût mensuel de fabrication d'hamburgers dépend de plusieurs paramètres : les charges fixes mensuelles estimées à 10 000 €, le coût des matières premières évaluées à 4 € par hamburger et le coût des emballages et de stockage que l'on peut calculer avec la formule $0,001x^2$ où x est le nombre d'hamburgers fabriqués.

On se demande si, sans dépasser 9 000 hamburgers produits, on peut affirmer que plus on produit de hamburgers, plus le coût de fabrication augmente.

Pour cela, on considère le script ci-dessous.



- a. Expliquez ce que cet algorithme permet de calculer.
b. Recopiez dans Scratch ce script et complétez le tableau suivant.

x	0	1 000	3 000	6 000	8 000	9 000
$h(x)$						

- c. Peut-on affirmer que, si on ne dépasse pas 9 000 hamburgers produits, plus on produit de hamburgers, plus le coût de fabrication augmente ?

- 11** L'indice de masse corporelle (IMC) est une grandeur qui permet d'estimer la corpulence d'une personne. Il se calcule avec la formule : $I = \frac{m}{T^2}$ où I est l'indice (sans unité), m la masse (en kg) et T la taille (en m). Selon la valeur de I , une classification a été réalisée par l'OMS.

Valeur de l'IMC	Classification
Inférieur à 18,5	Maigreur
Entre 18,5 et 24,9	Masse normale
Entre 25 et 30	Surpoids

On considère les fonctions f , g et h qui, à la masse x , associe l'IMC sur l'intervalle $[0 ; 150]$ et telles que $f(x) = \frac{x}{1,70^2}$; $g(x) = \frac{x}{1,75^2}$ et $h(x) = \frac{x}{1,80^2}$.

- a. Réalisez avec l'outil de votre choix un abaque (un graphique avec plusieurs droites) avec les représentations graphiques des fonctions f , g et h .

- b. A l'aide de cet abaque, déterminez dans quel intervalle doit se trouver la masse de Jules, jeune homme de 1,75 m, pour qu'il soit classé « masse normale ».

Investigations

- 12** Durant une plongée, la pression partielle d'azote dans le sang d'un plongeur varie selon la profondeur.



Après une plongée de 15 minutes à 42 mètres de profondeur, la pression partielle d'azote atteint 1,08 bar. Une fois sorti de l'eau, le plongeur retrouve lentement une pression partielle normale d'azote qui est de 0,8 bar. Celle-ci diminue de 0,01 bar toutes les 15 minutes.

Pour pouvoir prendre l'avion sans risque après une plongée, le plongeur doit attendre que la pression partielle d'azote soit redescendue à un niveau normal de 0,8 bar.

La situation peut être modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 7]$ par $f(x) = 1,08 - 0,04x$ où x est le temps, en heures, compté à partir de la fin de la plongée, et $f(x)$ la pression partielle d'azote en bars.


Problématique > Est-il vrai de dire que le plongeur doit attendre 7 heures pour prendre l'avion en toute sécurité après avoir plongé à 42 mètres ?

- 13** Zoéline possède un aquarium qu'elle remplit complètement. Son volume est de $0,35 \text{ m}^3$.

Du fait essentiellement de l'évaporation, le volume d'eau baisse chaque jour. Mais ce volume ne doit pas descendre en dessous de $0,29 \text{ m}^3$ pour la survie des poissons sachant qu'ils sont nourris correctement.

Le volume d'eau restant dans l'aquarium, en mètres cubes, peut être modélisé par la fonction V , définie sur l'intervalle $[0 ; 20]$, par $V(x) = 0,35 - 0,005x$ où x est la durée, exprimée en jours, après le remplissage.

Problématique > Combien de temps Zoéline peut-elle partir en vacances sans problème pour les poissons ?

Compétences	Attendus	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✓	✓	✓
S'approprier	Je lis attentivement l'énoncé pour choisir les bonnes données.	1a 1b 1c 2a			
Analyser/Raisonner	Je fais le lien entre la fonction étudiée et la situation. Je choisis une méthode pour répondre à la problématique.	1d 2a			
Réaliser	J'utilise l'expression de la fonction pour calculer une image. J'utilise la calculatrice pour déterminer un antécédent. Je réalise une conversion. Je mets en œuvre la méthode choisie.	1a 1b 1c 1d 2b			
Valider	J'utilise les données de la problématique pour répondre.	1e 2c			
Communiquer	J'explique ma démarche au professeur. Je rédige la conclusion en employant le vocabulaire correct.	 1e 2c			

EXERCICE 1

La distance de freinage d'un TGV est la distance nécessaire pour immobiliser le véhicule à l'aide des freins, car il est impossible d'arrêter un TGV instantanément.

On note x la vitesse du TGV en km/h. On peut modéliser la distance de freinage, en m, par la fonction f , d'expression : $f(x) = 0,035x^2 + 0,2x$ sur l'intervalle $[0 ; 300]$.



a **S'approprier** **Réaliser** Calculez $f(160)$.

$$f(160) = 0,035 \times 160^2 + 0,2 \times 160 = 928$$

b **S'approprier** **Réaliser** Calculez l'image de 300.

$$f(300) = 0,035 \times 300^2 + 0,2 \times 300 = 3\,210$$

c **S'approprier** **Réaliser** À l'aide du mode *Table* de la calculatrice, **déterminez** un antécédent de 1 170.

$$\text{Un antécédent de 1 170 est 180 : } f(180) = 1\,170.$$

d **Analyser / Raisonner** **Valider** En utilisant les réponses aux questions précédentes, **complétez** le tableau ci-dessous. **Arrondissez** les distances exprimées en km au dixième.

Vitesse du TGV (en km/h)	160	180	300
Distance de freinage (en m, puis en km)	928 m 0,9 km	1 170 m 1,2 km	3 210 m 3,2 km

e **Valider** **Communiquer** Est-il vrai de dire que la distance de freinage d'un TGV lancé à 300 km/h est supérieure à 3 km ?

Oui, puisque la distance de freinage d'un TGV lancé à 300 km/h est de 3,2 km.

Je me teste

EXERCICE 2

Thomas qui gère un hôtel de 150 chambres étudie le bénéfice qu'il réalise en fonction du nombre de chambres louées. Il calcule son bénéfice B en utilisant l'expression $B = -2,75n^2 + 495n - 5\,000$ où n est le nombre de chambres occupées.

Le bénéfice de Thomas, en euros, peut se modéliser par la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 150]$ telle que $f(x) = -2,75x^2 + 495x - 5\,000$.



Problématique

Quel est le nombre de chambres pour lequel le bénéfice est maximal et quel est le montant de ce bénéfice maximal ?

a S'approprier Analyser / Raisonner **Proposez** une méthode permettant de répondre à la problématique.

À l'aide du mode *Table* de la calculatrice, on réalise un tableau de valeurs de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 150]$ par pas de 10. On détermine ainsi les valeurs approximatives de la fenêtre d'affichage de la fonction f .

À l'aide du mode *Graph* de la calculatrice, en réglant la fenêtre d'affichage, on trace la fonction f dans un repère, et à l'aide de la fonction *max*, on obtient les coordonnées x et y où y est le maximum de la fonction f .



Appeler le professeur pour lui expliquer votre méthode.

b Réaliser **Mettez** en œuvre votre méthode.

En réglant la fenêtre d'affichage avec les valeurs suivantes : $X_{\min} = 0$ $X_{\max} = 150$
 $Y_{\min} = -5\,000$ $Y_{\max} = 18\,000$
on trouve $x = 90$ et $y = 17\,275$.

c Valider Communiquer **Répondez** à la problématique en arrondissant les valeurs à l'unité.

Le bénéfice est maximal pour 90 chambres et vaut environ 17 275 €.

Investigation 1

Chute libre

Selon la légende, Galilée a étudié la chute des corps en lâchant des objets du sommet de la tour de Pise (Italie). Il a notamment expérimenté la chute d'un boulet sphérique en fer dont la trajectoire peut être modélisée par la fonction f telle que $f(x) = 4,9x^2$ (x représentant le temps de chute en secondes, $f(x)$ la distance parcourue en mètres). La hauteur de la tour de Pise est 55,8 m.

Problématique

Combien de temps a duré la chute du boulet ?

La distance parcourue par le boulet lors de la première seconde de chute est-elle la même que lors de la deuxième seconde de chute ?



a S'approprier Analyser / Raisonner Proposez une méthode permettant de répondre à la problématique.

- Pour trouver le temps de chute, il faut résoudre l'équation $f(x) = 55,8$ soit par le calcul, soit graphiquement à partir de la représentation graphique de la fonction.
- Pour comparer la distance parcourue par le boulet pendant les premières secondes de chute, on calcule d'abord $f(1)$ distance parcourue pendant la première seconde de chute, puis $f(2)$ distance parcourue pendant les deux premières secondes de chute. On calcule ensuite $f(2) - f(1)$ pour connaître la distance parcourue par le boulet pendant la deuxième seconde de chute.

b Réaliser Mettez en œuvre votre méthode en détaillant les différentes étapes.

- Résoudre l'équation $f(x) = 55,8$ revient à résoudre $4,9x^2 = 55,8$
soit $x^2 = 55,8 / 4,9$
d'où $x = -\sqrt{\frac{55,8}{4,9}} \approx -3,37$ ou $x = \sqrt{\frac{55,8}{4,9}} \approx 3,37$
- $f(1) = 4,9 \times 1^2 = 4,9$; $f(2) = 4,9 \times 2^2 = 19,6$; $f(2) - f(1) = 19,6 - 4,9 = 14,7$

c Valider Communiquer Répondez à la problématique.

La chute du boulet a duré environ 3,37 secondes. La distance parcourue par le boulet durant la 1^{re} seconde de chute est 4,9 m, la distance parcourue durant la 2^e seconde de chute est 14,7 m. La vitesse de chute du boulet a donc augmenté entre la première et la deuxième seconde de chute.



Suite de votre parcours :

- ☐ Activités 1 et 2  pages 95 - 96
- ☐ Activités 3 et 4  pages 97 - 98
- ☐ Investigation 2  page 94

Investigation 2

Distance de freinage

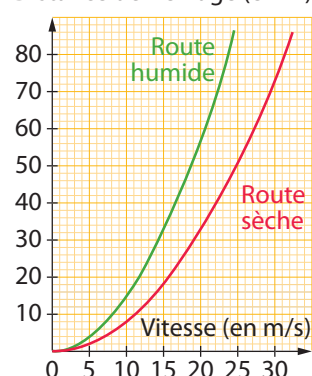
Quentin prépare l'examen du code de la route. Il a trouvé sur Internet le diagramme ci-contre indiquant la distance de freinage d'un véhicule en fonction de sa vitesse sur route sèche et route humide.

Quentin se demande quelle formule mathématique lie ces deux grandeurs.

Problématique

Quelle est la relation liant la distance de freinage à la vitesse du véhicule sur route sèche ? sur route humide ?

Distance de freinage (en m)



▲ Doc.
Distance de freinage en fonction de la vitesse du véhicule

a S'approprier Analyser / Raisonner **Proposez** une méthode permettant de répondre à la problématique.

Il faut tout d'abord identifier la forme algébrique correspondant aux courbes en retrouvant la fonction de référence associée.
On choisit ensuite un point de la courbe dont les coordonnées sont facilement lisibles.

Sachant que les coordonnées d'un point de la courbe vérifient son équation, on peut calculer le ou les coefficients de l'équation.

DÉFI

Utilisez l'une des expressions algébriques : ax , $ax + b$ ou ax^2 où x est la vitesse en m/s.

b Réaliser **Mettez** en œuvre votre méthode.

Les courbes ne sont pas des droites, les expressions ax et $ax + b$ ne conviennent donc pas.
Les courbes peuvent être assimilées à des arcs de parabole, l'expression ax^2 semble convenir.
Sur route sèche : la courbe passe par le point (25 ; 50) ; l'équation de la courbe est de la forme $y = ax^2$. On en déduit $50 = a \times 25^2$; d'où $a = 0,08$.
Sur route humide : la courbe passe par le point (20 ; 56) ; l'équation de la courbe est de la forme $y = ax^2$. On en déduit $56 = a \times 20^2$; d'où $a = 0,14$.

c Valider Communiquer **Répondez** à la problématique.

Sur route sèche, la distance de freinage, en mètres, est égale à 0,08 fois le carré de la vitesse en mètres par seconde.
Sur route humide, la distance de freinage, en mètres, est égale à 0,14 fois le carré de la vitesse en mètres par seconde.



Suite de votre parcours :

- ☐ Activités 5 et 6  pages 99-100
- ☐ Exercice 1  page 101

Activité 1

Représenter des fonctions de référence

Une entreprise fabrique des cartons de forme parallélépipédique. Elle propose à ses clients trois gammes de cartons dont la largeur x peut varier entre 0,20 m et 1,50 m. On note $V_1(x)$ le volume des cartons de la gamme 1, $V_2(x)$ le volume des cartons de la gamme 2 et $V_3(x)$ le volume des cartons de la gamme 3.

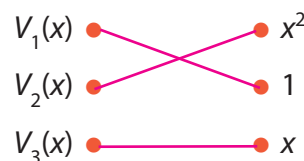
Gamme 1	Gamme 2	Gamme 3
• Carton de volume 1 m^3 quelle que soit la largeur x	• Cartons de volume variable en fonction de la largeur x • largeur = hauteur = x • longueur = 1 m	• Cartons de volume variable en fonction de la largeur x • hauteur \times longueur = 1



Problématique

Existe-t-il une largeur x pour laquelle les 3 gammes de cartons peuvent avoir le même volume ?

a S'approprier Associez chaque volume à son expression en fonction de la largeur x .



Le volume d'un parallélépipède rectangle est :

$$V = L \times l \times h.$$

b Réaliser Tracez à la calculatrice ou avec le logiciel GeoGebra la courbe représentative des fonctions V_1 , V_2 et V_3 sur l'intervalle $[0,20 ; 1,50]$.

Voir fichier « 07_activite1_C.ggb ».

c Valider Observez les courbes représentatives obtenues et associez chaque fonction à son tableau de variation sur l'intervalle $[0,20 ; 1,50]$.

x	0,20	1,50
Variation de la fonction		1,50
... V_3 ...	0,20	1,50

x	0,20	1,50
Variation de la fonction		2,25
... V_2 ...	0,040	2,25

x	0,20	1,50
Variation de la fonction	1	1
... V_1 ...	1	1

d Valider Donnez les variations des fonctions V_1 , V_2 et V_3 sur l'intervalle $[0,20 ; 1,50]$.

La fonction V_1 est **constante** ; la fonction V_2 est **croissante** ; la fonction V_3 est **croissante**.

e Réaliser Donnez les coordonnées du point d'intersection I des trois courbes : **I(1 ; 1)**.

f Valider Communiquer Répondez à la problématique.

La seule possibilité pour que les trois gammes de cartons aient le même volume avec la même largeur, correspond à l'abscisse du point d'intersection des trois courbes, c'est-à-dire $x = 1$. Les trois gammes ont le même volume lorsque la largeur vaut 1 m.



Tuto calculatrice

Construire et exploiter un graphique.



foucherconnect.fr/
18m24

Activité 2

Étudier la fonction « carré »

Charline est créatrice de vases. Un client lui a commandé un vase de forme parabolique avec une ouverture de 10 cm. Une des étapes du travail consiste à modéliser les formes des vases sur un logiciel. Charline a tracé sur l'intervalle $[-6 ; 6]$ la fonction f telle que $f(x) = x^2$ dont la représentation graphique est appelée parabole.

Problématique

Quelle doit être la hauteur du vase pour avoir une ouverture de 10 cm ?



foucherconnect.fr/
18m26

Ouvrez le fichier « 07_activite2.ggb ».

a S'approprier Réaliser À l'aide du fichier, **complétez** le tableau de variation de la fonction f , aussi appelée fonction « carré » sur l'intervalle $[-6 ; 6]$.

x	-6	0	6
Variation de la fonction f	36	0	36

b Valider Complétez les phrases avec : croissante ; décroissante, $[-6 ; 0]$ et $[0 ; 6]$.

La fonction f est **décroissante** sur l'intervalle $[-6 ; 0]$.

La fonction f est **croissante** sur l'intervalle $[0 ; 6]$.

c Réaliser Le segment $[AA']$ représente l'ouverture du vase. **Déplacez** le point A de façon à obtenir $AA' = 10$ cm.

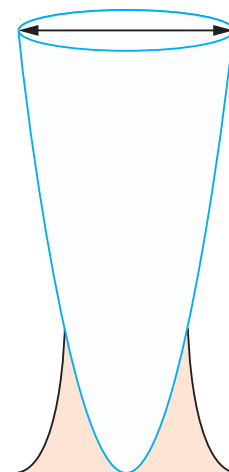
d Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Pour obtenir l'ouverture $AA' = 10$ cm, le point A doit avoir les coordonnées $(-5 ; 25)$.

Le point A étant situé en haut du vase, la hauteur du vase doit être de ...

25 cm pour avoir l'ouverture souhaitée.

Ouverture : 10 cm



Exercice 4 page 101

JE FAIS LE POINT

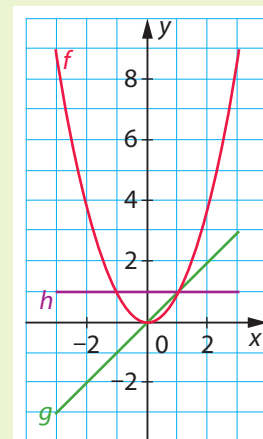
Les fonctions $h : x \mapsto 1$, $g : x \mapsto x$ et $f : x \mapsto x^2$ sont des **fonctions de référence**.

- La fonction $h : x \mapsto 1$ est définie pour tout x . Elle est **constante** sur $]-\infty ; +\infty[$. Elle est représentée par la droite d'équation $y = 1$.

- La fonction $g : x \mapsto x$ est définie pour tout x . Elle est **croissante** sur $]-\infty ; +\infty[$. Elle est représentée par la droite d'équation $y = x$. g est la **fonction identité**.

- La fonction $f : x \mapsto x^2$ est définie pour tout x . Elle est **décroissante** sur $]-\infty ; 0]$ et **croissante** sur $[0 ; +\infty[$. Elle est représentée par une **parabole** d'équation $y = x^2$. f est la **fonction carré**.

Exemple : les représentations graphiques de ces trois fonctions sur l'intervalle $[-2,5 ; 2,5]$ sont données dans le graphique ci-contre.



Activité
3Multiplier une fonction
par un nombre

Pour chauffer l'eau contenue dans un calorimètre, on utilise deux éléments chauffants immergeables (voir Doc. ci-contre), de résistance $R = 2 \, \Omega$, que l'on peut faire fonctionner seuls ou ensemble, en les branchant soit en série soit en dérivation. Pour ces éléments chauffants, la puissance P (en watts), la résistance R (en ohms) et l'intensité I (en ampères) sont liées par la relation $P = R \times I^2$.

En fonction du type de branchement, la puissance peut être modélisée par les fonctions f , g et h sur l'intervalle $[0 ; 12]$ où x représente l'intensité qui traverse la ou les résistances.



▲ Doc.
Calorimètre et éléments chauffants

Type de branchement	Un seul élément $R_1 = 2 \, \Omega$	2 éléments branchés en série $R_2 = 4 \, \Omega$	2 éléments branchés en dérivation $R_3 = 1 \, \Omega$
Fonction modélisant la puissance	$f(x) = 2x^2$	$g(x) = 4x^2$	$h(x) = x^2$

Problématique

Lequel des trois branchements permet d'obtenir une puissance de 20 W avec l'intensité la plus petite possible ?



Ouvrez le logiciel GeoGebra. Voir fichier « 07_activite3_C.ggb ».

a Réaliser Pour tracer les représentations graphiques des fonctions f , g et h sur $[0 ; 12]$, écrivez dans la zone de saisie : Fonction[$2x^2, 0, 12$], puis Fonction[$4x^2, 0, 12$] et Fonction[$x^2, 0, 12$].

b S'approprier Réaliser Complétez les tableaux de variation des fonctions f , g et h .

x	0	12
Variation de la fonction f	0	288

x	0	12
Variation de la fonction g	0	576

x	0	12
Variation de la fonction h	0	144

c Valider Comparez les variations des fonctions f , g et h .

Les variations des fonctions f , g et h sont identiques, elles sont toutes les trois croissantes sur $[0 ; 12]$,....

d Valider Dans l'expression algébrique des fonctions f , g et h , seul le nombre devant x^2 varie. Cochez les propositions correctes.

Plus le nombre devant x^2 est grand, plus la courbe se rapproche de l'axe des ☐ abscisses ☒ ordonnées
Plus le nombre devant x^2 est petit, plus la courbe se rapproche de l'axe des ☒ abscisses ☐ ordonnées

e Valider Communiquer Répondez à la problématique.

C'est le branchement en série qui permet d'obtenir 20 W avec l'intensité la plus faible,.....
car la droite d'équation $y = 20$ coupe la courbe \mathcal{C}_g en premier.

Activité 4

Étudier les variations de fonctions de la forme $a \times f(x)$ et $f(x) + b$

Thami étudie les fonctions de référence. Il est persuadé qu'il peut obtenir une fonction qui varie en sens contraire juste en ajoutant un nombre à la fonction de référence.

Problématique

Thami a-t-il raison ?



foucherconnect.fr/
18m27

Ouvrez le fichier « 07_activite4.ggb ».

Dans ce fichier figurent la courbe représentative de la fonction carré et deux curseurs « a » et « b ».

a Réaliser Dans la zone de saisie, tapez $p(x) = a \times x^2$. Modifiez les valeurs de « a » avec le curseur.

b Valider Indiquez pour quelle(s) valeur(s) de « a » : Voir fichier « 07_activite4_C.ggb ».

- la fonction p a le même sens de variation que la fonction carré : pour $a > 0$
- la fonction p a un sens de variation contraire à celui de la fonction carré : pour $a < 0$

c Réaliser Dans la zone de saisie, écrivez $m(x) = x^2 + b$ et agissez sur le curseur « b ».

d Valider Comparez les variations de la fonction m à celles de la fonction carré.

La fonction m et la fonction carré ont le même sens de variation, quelle que soit la valeur de b .

e Analyser / Raisonner Émettez une conjecture concernant l'effet des constantes a et b sur le sens de variation des fonctions $a \times f$ et $f + b$ par rapport à celui de la fonction f .

Pour tout b et pour $a > 0$, le sens de variation est le même ; pour $a < 0$ le sens de variation change.

f Valider Vérifiez cette conjecture pour d'autres fonctions à l'aide du fichier

« 07_activite4bis.ggb » dans lequel figurent les courbes représentatives des fonctions g , h et i telles que $g(x) = x$, $h(x) = a \times x$ et $i(x) = x + b$. Voir fichier « 07_activite4bis_C.ggb ».

Agissez sur les curseurs « a » et « b ». Dites si la conjoncture émise à la question e. est vérifiée : oui...

g Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Thami se trompe, on ne peut pas modifier le sens de variation

d'une fonction en lui ajoutant une constante.

Exercice 2 page 101

Exercice 5 page 102

Exercice 6 page 102

JE FAIS LE POINT

Lorsqu'on ajoute une constante k (k est un nombre) à une fonction f , on obtient une fonction g qui a le même sens de variation que f .

Exemples : les fonctions g et h telles que $g(x) = x^2 + 1$ et $h(x) = x^2 - 2$ ont le même sens de variation que la fonction carré f .

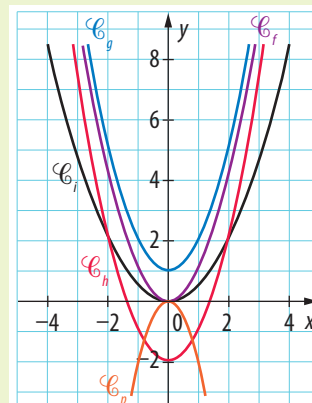
Lorsqu'on multiplie une fonction f par une constante k :

– Si k est positif, on obtient une fonction g qui a le même sens de variation que f .

Exemple : la fonction i telle que $i(x) = 0,5x^2$ a le même sens de variation que la fonction carré f .

– Si k est négatif, on obtient une fonction g qui varie en sens contraire de f .

Exemple : la fonction p , telle que $p(x) = -2x^2$ varie en sens contraire par rapport à la fonction carré f .

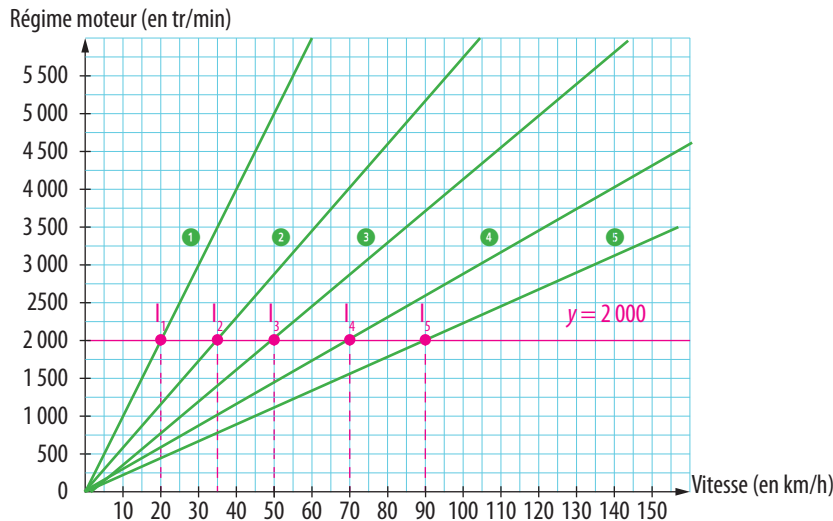


Activité
5

Lire un diagramme

Malika qui se prépare à passer le permis de conduire rencontre des difficultés lors du changement de vitesses, elle ne sait jamais quand elle doit passer au rapport supérieur.

Son moniteur d'auto-  cole lui conseille dans un premier temps de changer de rapport lorsque le régime moteur atteint 2 000 tr/min. Pour l'aider, il lui fournit le diagramme ci-dessous.



Les nombres   1  ,   2  ,   3  ,   4   et   5   indiquent le rapport de la boîte de vitesses.

  Doc. Diagramme de transmission d'une boîte mécanique 5 vitesses

Problématique

     quelle vitesse, Malika qui roule en   troisi  me   devra-t-elle passer en   quatri  me   ?

a S'approprier Citez les grandeurs figurant sur l'axe des abscisses et des ordonnées.

La grandeur figurant sur l'axe des abscisses est la vitesse exprimée en km/h, la grandeur figurant sur l'axe des ordonnées est le régime moteur exprimé en tr/min.

b S'approprier Indiquez de quel type de fonction les droites correspondant aux rapports   1  ,   2  ,   3  ,   4   et   5   sont les représentations graphiques. Cochez la réponse correcte.

☒ Linéaire ☐ Carré ☐ On ne peut pas savoir

c Réaliser Sur le diagramme, tracez en rouge la droite d'équation $y = 2\,000$.

d Réaliser Donnez les abscisses des points d'intersection de cette droite avec chacune des droites   1  ,   2  ,   3  ,   4   et   5  .

Abscisse du point $I_1 \approx 20$; abscisse du point $I_2 \approx 35$; abscisse du point $I_3 \approx 50$;
abscisse du point $I_4 \approx 70$; abscisse du point $I_5 \approx 90$.

e Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Malika qui roule en   troisi  me   devra passer en   quatri  me   lorsque sa vitesse atteindra 70 km/h.

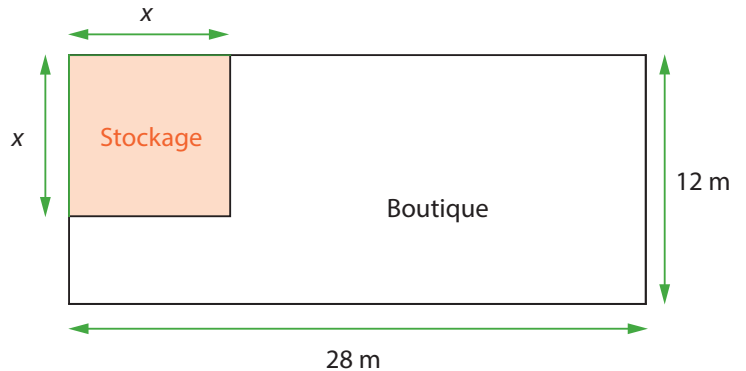
Activité 6

Résoudre graphiquement une équation

Audrey achète un local commercial de forme rectangulaire pour créer sa boutique de mode. Elle veut y aménager une zone de stockage de forme carrée tout en conservant 250 m² pour la boutique.

Problématique

Quelles doivent être les dimensions de la zone de stockage ?

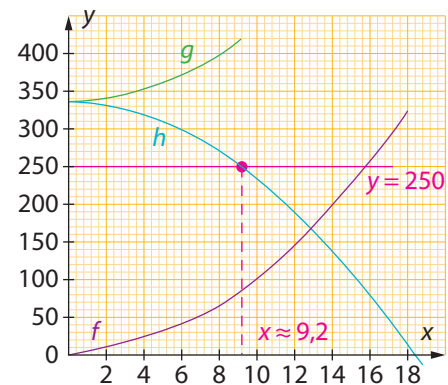


a S'approprier Valider On a tracé les représentations graphiques de trois fonctions : f , g et h . **Observez** ces représentations graphiques et **indiquez** laquelle de ces fonctions permet de modéliser l'aire de la boutique en fonction de la longueur x de la zone de stockage : **la fonction h** .

Justifiez la réponse : **lorsque la valeur de x augmente,**

l'aire de la boutique diminue.

Seule la fonction h est décroissante.



b S'approprier Exprimez l'aire $A(x)$ de la boutique en fonction de x .

Cochez la réponse correcte.

☐ $A(x) = x^2$

☐ $A(x) = 336 + x^2$

☒ $A(x) = 336 - x^2$

c Réaliser Tracez la droite d d'équation $y = 250$ dans le repère ci-dessus.

d Réaliser Donnez les coordonnées du point d'intersection de la droite d avec la courbe représentative de la fonction choisie à la question **a**.

Le point d'intersection des deux courbes est le point de coordonnées $(9,2; 250)$.

e Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Pour avoir une boutique de 250 m², la zone de stockage doit être

un carré dont le côté mesure environ 9,2 m.

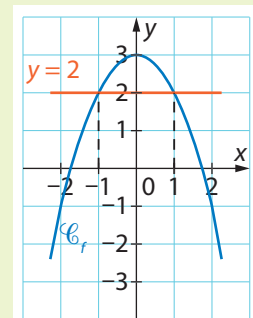
Exercice 8 page 102

JE FAIS LE POINT

Les solutions, si elles existent, de l'équation $f(x) = c$ (où c est un nombre donné) sont les **abscisses des points d'intersection** de la courbe représentative \mathcal{C}_f de la fonction f et de la droite d d'équation $y = c$.

Exemple

Les solutions de l'équation $f(x) = 2$ sont -1 et 1 .



Exercices



1 Cochez la bonne réponse parmi les trois propositions.

a. La fonction f , telle que $f(x) = -4x^2$ est croissante sur $]-5 ; 0]$ et décroissante sur $[0 ; 5[$.

☒ Vrai ☐ Faux ☐ On ne peut pas savoir.

b. La fonction g , telle que $g(x) = x^2 - 4$ est croissante sur :

☐ $]-20 ; 0]$ ☒ $[0 ; 20[$ ☐ $]-20 ; 20[$

c. Si on multiplie par -3 la fonction h , telle que $h(x) = 1$, on obtient une fonction :

☐ décroissante ☒ constante ☐ croissante



2 Répondez par « vrai » ou « faux » à chacune des affirmations suivantes et justifiez votre choix.

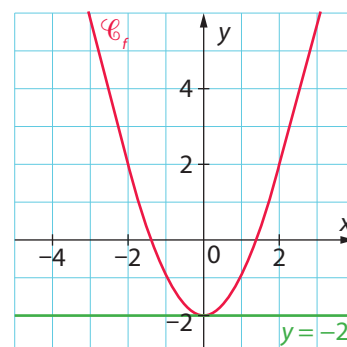
a. La courbe représentative de la fonction f est donnée ci-contre.

Affirmation : la solution de l'équation $f(x) = -2$ est 2.

☐ Vrai ☒ Faux

La droite d'équation $y = -2$ coupe \mathcal{C}_f au point d'abscisse 0.

La solution de l'équation $f(x) = -2$ est donc 0.



b. Affirmation : la fonction h , telle que $h(x) = -2x^2$ a les mêmes variations que la fonction carré.

☐ Vrai ☒ Faux

La fonction h est obtenue en multipliant la fonction carré par une constante négative, elle varie donc en sens contraire de la fonction carré.

c. Affirmation : la fonction k , telle que $k(x) = x - 1,5$ varie de la même façon que la fonction g , définie par $g(x) = x$.

☒ Vrai ☐ Faux

La fonction k est obtenue en ajoutant à la fonction g une constante, les deux fonctions k et g ont donc le même sens de variation.

Fonctions de référence

3 a. Tracez, avec l'outil de votre choix, les courbes représentatives des fonctions f et g telles que $f(x) = x$ et $g(x) = 1$ sur les intervalles $[-10 ; -4]$, $[-1 ; 3]$ et $[0 ; 5]$. Voir fichier « 07_exercice3_C.pdf ».

b. Que pouvez-vous dire du sens de variation des fonctions f et g sur les intervalles considérés ?

Quel que soit l'intervalle considéré, les fonctions f et g ont toujours le même sens de variation.

4 a. Tracez, avec l'outil de votre choix, la courbe représentative de la fonction f , telle que $f(x) = x^2$ sur les intervalles $[-10 ; -4]$, $[-1 ; 3]$ et $[0 ; 5]$. Dressez le tableau de variation de f sur ces intervalles.

x	-10	-4
Variation de la fonction f	100	16

x	-1	0	3
Variation de la fonction f	1	0	9

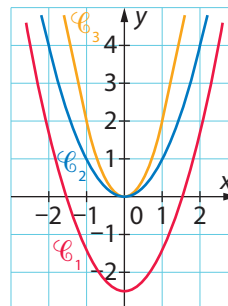
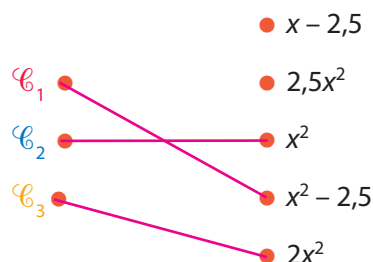
x	0	5
Variation de la fonction f	0	25

b. Que constatez-vous ? Voir fichier « 07_exercice4_C.pdf ».

En fonction de l'intervalle considéré, les tableaux de variation de la fonction f ne sont pas les mêmes...

Variations d'une fonction

- 5 Associez chaque courbe à l'expression algébrique de la fonction qu'elle représente.



- 6 Soient dix fonctions dont on donne les formes algébriques :

$$f_1(x) = 17x^2; f_2(x) = x^2 - 1,4; f_3(x) = x + 1,75; f_4(x) = -0,8x; f_5(x) = -3,2x^2;$$

$$f_6(x) = 3,8x; f_7(x) = -x^2 + 0,1; f_8(x) = x - 12; f_9(x) = x^2 + (-5); f_{10}(x) = -x + 1;$$

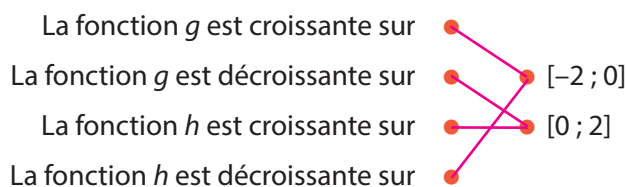
DÉFI

Classez les fonctions sans passer par la représentation graphique.

Placez les fonctions dans le tableau selon leur sens de variation.

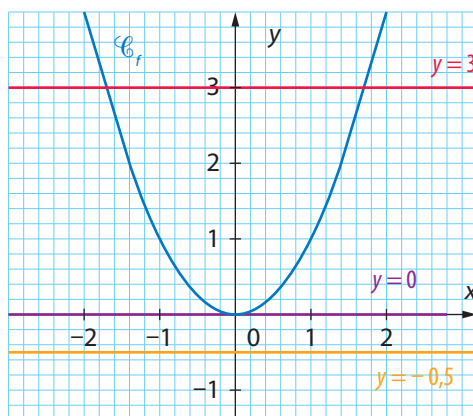
Même variation que la fonction : $x \mapsto x$	Variation en sens contraire de la fonction : $x \mapsto x$	Même variation que la fonction : $x \mapsto x^2$	Variation en sens contraire de la fonction : $x \mapsto x^2$
$f_3(x) = x + 1,75$ $f_6(x) = 3,8x$ $f_8(x) = x - 12$	$f_4(x) = -0,8x$ $f_{10}(x) = -x + 1$	$f_1(x) = 17x^2$ $f_2(x) = x^2 - 1,4$ $f_9(x) = x^2 + (-5)$	$f_5(x) = -3,2x^2$ $f_7(x) = -x^2 + 0,1$

- 7 Soient les fonctions g et h définies pour tout nombre x de l'intervalle $[-2; 2]$ par $g(x) = -0,25x^2$ et $h(x) = x^2 - 3$. Associez chaque proposition à l'intervalle correspondant.



Résolution graphique de l'équation $f(x) = \text{constante}$

- 8 Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[-2; 2]$ par $f(x) = x^2$ et \mathcal{C}_f sa représentation graphique (donnée ci-dessous).



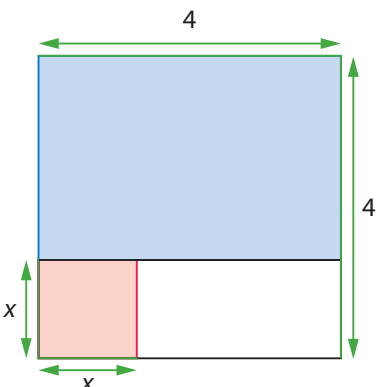
Résolvez graphiquement les équations $f(x) = 3$, $f(x) = 0$ et $f(x) = -0,5$.

L'équation $f(x) = 3$ a pour solutions environ $-1,7$ et $1,7$; l'équation $f(x) = 0$ a pour solution 0

et l'équation $f(x) = -0,5$ n'a pas de solution.....

Problèmes

- 9** On considère la figure ci-contre. Les dimensions sont en cm.

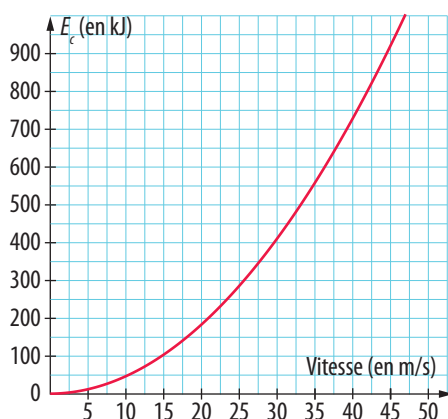


- Exprimez l'aire A_C du carré rose en fonction de x .
- Exprimez l'aire A_R du rectangle bleu en fonction de x .
- Rechercher pour quelles valeurs de x , l'aire du carré rose est supérieure à l'aire du rectangle bleu revient à résoudre :
☐ $A_C < A_R$ ☐ $A_C = A_R$ ☐ $A_C > A_R$
- On considère les fonctions f et g telles que $f(x) = x^2$ et $g(x) = 16 - 4x$ définies sur $[0 ; 4]$. Avec la méthode de votre choix, tracez les courbes représentatives des fonctions f et g .
- Résolvez graphiquement sur l'intervalle $[0 ; 4]$ l'inéquation $f(x) > g(x)$.
- En utilisant les résultats précédents, dites pour quelles valeurs de x l'aire du carré rose sera plus grande que l'aire du rectangle bleu. Justifiez la réponse.

- 10** Tout véhicule en mouvement acquiert une certaine forme d'énergie appelée énergie cinétique E_c qui est liée à la vitesse et à la masse du véhicule.

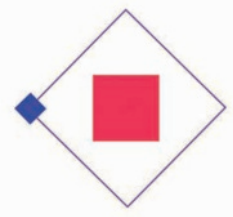


Le graphique ci-dessous indique l'évolution de l'énergie cinétique, en kilojoules, en fonction de la vitesse, en mètres par seconde, pour un véhicule pesant 900 kg.



- L'énergie cinétique E_c est-elle proportionnelle à la vitesse ? Justifiez.
- Indiquez à partir de quelle fonction de référence, l'expression de l'énergie cinétique en fonction de la vitesse peut être obtenue.
- Déterminez graphiquement la vitesse permettant d'obtenir une énergie cinétique de 400 kJ (kilojoules).
- Recopiez l'expression de l'énergie cinétique E_c , en kJ, qui vous paraît convenir :
 $E_c = 450$ $E_c = 0,450 \times v$ $E_c = 0,450 \times v^2$

- 11** **SCRATCH** Théo dessine des fresques à base de carrés qu'il agrandit ou réduit en fonction de son inspiration. Pour commander les fournitures, il doit connaître la longueur du côté des carrés et leur aire. Il veut créer un script qui fera les calculs à sa place.

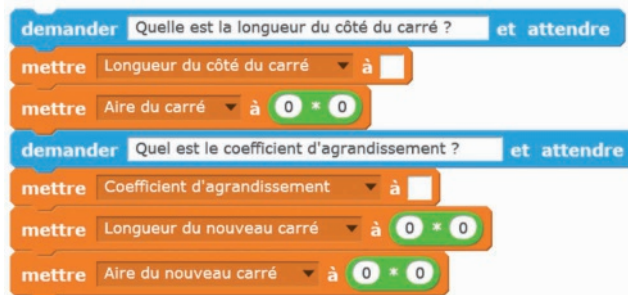


SCRATCH

foucherconnect.fr/18m29

Ouvrez le fichier « **07_exercice11.sb2** ».

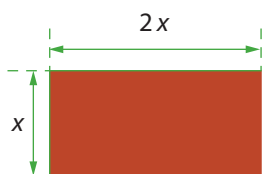
- Complétez les instructions du script de façon à obtenir un programme qui permette de calculer l'aire d'un carré connaissant la longueur du côté, et qui calcule la longueur du côté et l'aire du nouveau carré connaissant le coefficient d'agrandissement.



Les questions **b.** et **c.** sont à faire à l'aide du script précédent complété.

- Calculez l'aire d'un carré de 50 cm de côté et l'aire du nouveau carré obtenu avec un coefficient d'agrandissement de 6,8.
- Calculez l'aire d'un carré de 10 cm de côté et l'aire du nouveau carré obtenu avec un coefficient de réduction de 0,7.

- 12 En cours de technologie, Tarek construit la maquette d'une maison. Le professeur lui a fourni les indications suivantes sur les dimensions du terrain rectangulaire où il doit implanter la maison.

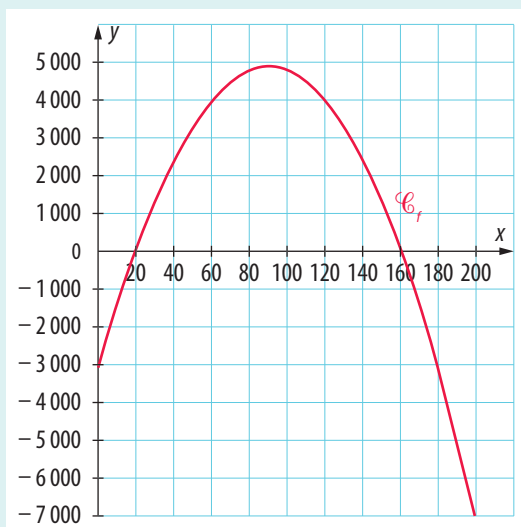


- Longueur : au maximum 80 cm
- Longueur = $2 \times$ largeur

- Exprimez l'aire du rectangle en fonction de x . On la note $A(x)$.
- La longueur du rectangle ne devant pas dépasser 80 cm, déterminez quelle est la valeur maximale x_{\max} que peut prendre x .
- Tracez la courbe représentative de la fonction A représentant l'aire du rectangle sur l'intervalle $[0 ; x_{\max}]$ avec la méthode de votre choix.
- Tarek veut que l'aire du terrain fasse $2\,000\text{ cm}^2$. Déterminez la valeur de x correspondante et donnez les dimensions du terrain.

Investigations

- 13 Dans une entreprise, le résultat dégagé par la vente d'un produit est un bénéfice s'il est positif, ou une perte s'il est négatif. Le résultat de la vente d'un produit, en euros, est donné par la relation $f(x) = -x^2 + 180x - 3\,200$ où x est la masse en kg de produit vendu. Soit \mathcal{C}_f la courbe représentative de f sur l'intervalle $[0 ; 200]$.



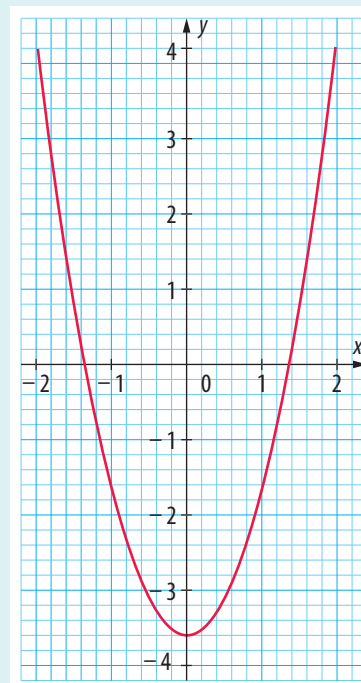
Problématique > Quelle masse de produit faut-il vendre si l'on souhaite un bénéfice supérieur à 4 000 € ?

- 14 On considère la fonction linéaire f telle que $f(x) = 0,5x$ et la fonction g telle que $g(x) = f(x) + 3$. On note d_f et d_g leurs droites représentatives. Les points M et M' appartiennent à d_f et ont respectivement -2 et 2 pour abscisse. Les points N et N' appartiennent à d_g et ont respectivement -2 et 2 pour abscisse.

Problématique > Quelle est la nature du quadrilatère MNN'M' ?

- 15 On s'intéresse à la parabole ci-contre dont l'équation est de la forme $y = ax^2 + b$.

Problématique > Quelle est l'équation de cette parabole ?



- 16 Dans un lycée, le record féminin au lancer de javelot est de 50 mètres. Le record correspond à la distance au sol entre l'endroit où le javelot est lâché et l'endroit où il touche le sol. Une élève de seconde professionnelle réalise un lancer.



La trajectoire de son lancer, en mètres, peut être modélisée par la fonction f , définie sur l'intervalle $[0 ; 50]$ par :

$f(x) = -0,015x^2 + 0,7x + 2$ sur l'intervalle $[0 ; 50]$ où x représente la distance au sol, en mètres.

Problématique > L'élève de seconde va-t-elle battre le record ?

Compétences	Attendus	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✓	✓	✓
S'approprier	Je cite la fonction de référence utilisée.	1a			
Analyser / Raisonner	Je propose une méthode de résolution permettant de répondre à la problématique.	2a			
Réaliser	Je calcule correctement $V(2)$ et $V(15)$. Je trace la courbe représentative de la fonction V . Je résous graphiquement l'équation $V(x) = 1\,000$. J'effectue les calculs nécessaires à la résolution.	1b			
		1d			
		1e			
		2b			
Valider	Je complète le tableau de variation. Je complète correctement la phrase sur le volume. J'exploite les résultats.	1c			
		1f			
		2c			
Communiquer	J'explique ma démarche au professeur. Je rédige la conclusion en employant le vocabulaire correct.	2c			
		2c			

EXERCICE 1

La société Cylins est spécialisée dans la production de boîtes en carton de forme cylindrique pour emballer des chocolats. Pour la collection de printemps, toutes les boîtes ont une hauteur de 10 cm ; le rayon peut varier de 5 cm à 15 cm. Le volume d'une boîte est modélisé par la fonction V sur l'intervalle $[5 ; 15]$ telle que $V(x) = 31,4x^2$, x étant le rayon de la boîte en centimètres.



a S'approprier Citez la fonction de référence à partir de laquelle la fonction V est générée.

La fonction utilisée est la fonction carré, c'est-à-dire la fonction f telle que $f(x) = x^2$.

b Réaliser Calculez $V(5)$ et $V(15)$.

$V(5) = 31,4 \times 5^2 = 785$; $V(15) = 31,4 \times 15^2 = 7\,065$

c Valider En utilisant vos connaissances sur les variations de la fonction de référence, complétez le tableau de variation de la fonction V sur l'intervalle $[5 ; 15]$.

La fonction V est obtenue en multipliant f par 31,4 ; $31,4 > 0$, f et V ont les mêmes variations.

x	5	15
Variation de la fonction V	785	7 065

d Réaliser Par la méthode de votre choix, tracez la courbe représentative de la fonction V sur l'intervalle $[5 ; 15]$. Voir fichier « 07_jemeteste_ex1_C.ggb ».

e Réaliser Résolvez graphiquement l'équation $V(x) = 1\,000$. $x \approx 5,64$

f Valider Complétez la phrase : les boîtes de volume 1 L (1 000 cm³) ont un rayon de 5,64... cm.

EXERCICE 2

Clara et Paul veulent vendre tous leurs anciens jouets pour gagner un peu d'argent. Ils ont repéré dans leur ville trois manifestations pendant lesquelles ils pourraient vendre.

- Puces de la ville : tarif T en fonction de la longueur x de l'emplacement, en mètres, tel que $T(x) = 4,5x$.
- Bourse aux jouets : 18 € quelle que soit la longueur de l'emplacement.
- Vide-grenier : tarif en fonction de la longueur x de l'emplacement. Voir le graphique.



Clara et Paul ont besoin d'un emplacement de 3,5 m de longueur pour exposer leurs jeux.

Problématique

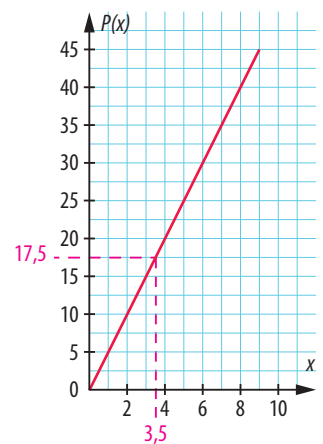
Quelle manifestation doivent-ils choisir pour réserver l'emplacement le moins cher ?

a S'approprier Analyser / Raisonner **Proposez** une méthode permettant de répondre à la problématique.

Il faut déterminer pour chaque formule le prix à payer, puis les comparer.

Pour les Puces de la ville, on calcule l'image de 3,5 ; pour la bourse aux jouets le montant.

sera toujours 18 €. et pour le vide-grenier on obtient le prix à payer par lecture graphique.



Appeler le professeur pour lui expliquer votre méthode.

b Réaliser **Mettez** en œuvre votre méthode.

• Puces de la ville

Pour un emplacement de 3,5 m : $T(3,5) = 4,5 \times 3,5 = 15,75$ soit 15,75 euros.

• Vide-grenier

Par lecture graphique, pour un emplacement de 3,5 m, on trouve $P(3,5) \approx 17,5$ soit 17,50 euros.

c Valider Communiquer **Répondez** à la problématique en arrondissant les valeurs à l'unité.

En comparant les trois tarifs, on constate que le moins cher est obtenu pour les Puces de la ville

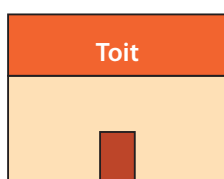
($15,75 < 17,5 < 18$). S'ils veulent l'emplacement le moins cher, ils ont intérêt à participer aux Puces de la ville.

Investigation 1

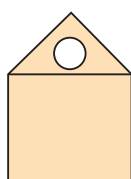
Des perspectives pour l'avenir

Erwan et Juliette étudient la vue de face et la vue d'un des pignons de leur future maison (Doc. 1 et Doc. 2).

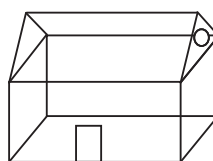
Pour mieux visualiser leur projet, ils essaient d'en faire chacun une représentation en perspective cavalière (Doc. 3 et Doc. 4).



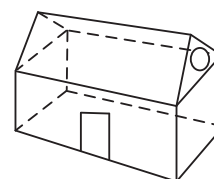
▲ Doc. 1 Vue de face



▲ Doc. 2 Vue d'un pignon



▲ Doc. 3 Dessin d'Erwan



▲ Doc. 4 Dessin de Juliette

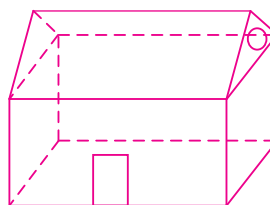
Problématique

Aucun de leur dessin n'est une représentation en perspective cavalière.
Que faut-il alors changer dans leur dessin ?

a S'approprier Analyser / Raisonner **Proposez** une méthode permettant de répondre à la problématique.

Il faut vérifier que les arêtes cachées sont en pointillé et que le parallélisme et les longueurs des arêtes sont conservés. Il faut aussi vérifier si les figures sont déformées correctement ou pas.

b Réaliser **Mettez** en œuvre votre méthode en dessinant une représentation en perspective cavalière exacte.



c Valider Communiquer **Répondez** à la problématique.

Dans le dessin d'Erwan, les arêtes cachées ne sont pas en pointillé et le cercle n'est pas déformé.
Dans le dessin de Juliette, des arêtes qui devraient être parallèles et de même longueur ne le sont pas et la porte devrait être déformée.



Suite de votre parcours :

■ Activités 1 et 2 pages 109 - 110

■ Activités 3 et 4 pages 111 - 112

■ Investigation 2 page 108

Investigation 2

Scie en action

Un tronc d'arbre qui a été abattu a la forme d'un cylindre de 5 m de longueur (voir Doc. 1). Sa base est un disque de 20 cm de rayon. La scierie Toutbois veut tailler dans ce tronc une poutre parallélépipédique de 5 m de longueur (voir Doc. 3). La base doit être un carré de 40 cm de diagonale.



▲ Doc. 1 Bases des troncs cylindriques



▲ Doc. 2 Scie circulaire en action



▲ Doc. 3 Poutres parallélépipédiques

Problématique

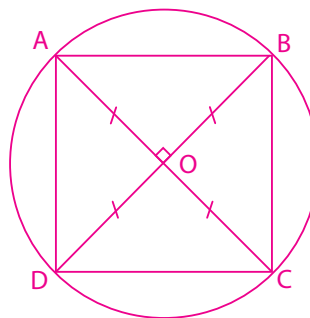
Comment obtenir à partir du tronc cylindrique la poutre parallélépipédique de base carrée souhaitée ?

a S'approprier Analyser / Raisonner Proposez une méthode permettant de répondre à la problématique.

Le tronc cylindrique doit être scié quatre fois parallèlement à son axe (donc dans le sens de sa longueur) pour obtenir la poutre parallélépipédique. Pour déterminer la position de la scie, il faut tracer un carré dont les 4 sommets appartiennent au cercle de la base du cylindre. Pour cela, on trace dans le cercle deux diamètres perpendiculaires.

b Réaliser Mettez en œuvre votre méthode.

Dessin à l'échelle 1/10.
 $AC = BD = 40 \text{ cm}$
 Dans le cercle de centre O , on trace deux diamètres perpendiculaires $[AC]$ et $[BD]$. Le quadrilatère $ABCD$ est un carré.



DÉFI

Tracez sur le même dessin la coupe transversale du cylindre et du parallélépipède à l'échelle $\frac{1}{10}$.

c Valider Communiquer Répondez à la problématique.

On fait quatre coupes dans le sens de la longueur du tronc cylindrique. Les 4 côtés du carré $ABCD$ donnent la position de départ de la scie.
 La diagonale du carré mesure bien 40 cm puisque le rayon du cercle est de 20 cm.



Suite de votre parcours :

□ Activités 5 et 6 pages 113-114

□ Exercices page 115

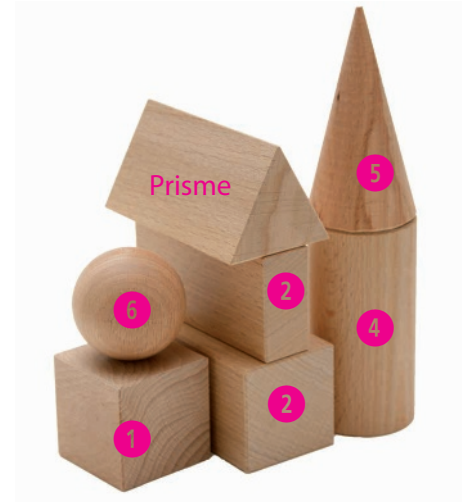
Activité 1

Reconnaître et décrire un solide usuel

Lilou emprunte le jeu de construction de son petit frère pour réviser les solides usuels qu'elle doit connaître : le cube, le parallélépipède rectangle (ou pavé droit), la pyramide, le cylindre droit, le cône de révolution, la sphère. Ci-contre, une photo des solides qui se trouvent dans le jeu de construction.

Problématique

Tous les solides usuels que Lilou doit connaître sont-ils dans le jeu de construction ?



Utilisez la photo et le coup de pouce pour répondre aux questions suivantes.

a Valider Écrivez 1 sur le cube (s'il y en a un).

Complétez : les 6 faces d'un cube sont des **carrés**.....

b Valider Écrivez 2 sur chacun des deux parallélépipèdes rectangles.

Complétez : les 6 faces d'un parallélépipède rectangle sont des **rectangles**....

c Valider Écrivez 3 sur la pyramide (s'il y en a une). **Pas de pyramide sur la photo...**

Complétez : une pyramide a une **base**..... et un **sommet**..... Ses faces latérales sont des **triangles**.....

d Valider Écrivez 4 sur le cylindre (s'il y en a un).

Complétez : les deux bases d'un cylindre sont deux **disques**... de même **rayon**.....

e Valider Écrivez 5 sur le cône de révolution (s'il y en a un).

Complétez : un cône de révolution a une **base**..... qui est un **disque**... et un **sommet**.....

f Valider Écrivez 6 sur la sphère (s'il y en a une).

Complétez : tous les points de la sphère sont à égale distance de son **centre**..... Cette distance est appelée **rayon**.....

g Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Dans le jeu de construction utilisé, il manque la pyramide.....

h Valider Un des objets de la photo n'a pas été nommé dans les questions précédentes.

Cochez son nom : ☒ prisme ☐ triangle ☐ tronc de pyramide

Reportez son nom sur la photo.



Liste des noms à utiliser, certains plusieurs fois : base, centre, triangle, rayon, rectangle, sommet, carré, disque.

Activité 2

Identifier un solide usuel inscrit dans un autre solide

Dans certains solides complexes, plusieurs solides usuels sont associés. Voici trois photos de bâtiments.



▲ Doc. 1 Château



▲ Doc. 2 Moulin à vent



▲ Doc. 3 Maison-observatoire

Problématique

Dans quel bâtiment trouve-t-on le plus de solides usuels (ou de demi-solides usuels) différents ?

a Valider **Donnez** les noms des solides usuels visibles dans le château du Doc. 1.

Pyramide, parallélépipède rectangle, cône, cylindre. Soit 4 solides usuels.

b Analyser / Raisonner **Donnez** les noms des solides usuels visibles dans le moulin à vent du Doc. 2.

Cylindre, cône. Soit 2 solides usuels.

c Analyser / Raisonner **Donnez** les noms des solides usuels visibles dans la maison-observatoire du Doc. 3.

Cylindre, demi-sphère, parallélépipède rectangle. Soit 3 solides usuels.

d Communiquer **Répondez** à la problématique.

C'est dans le château qu'on voit le plus de solides usuels différents.

Exercices 5 et 6  page 116

JE FAIS LE POINT

• Les principaux solides usuels



Le cube



Le parallélépipède rectangle



La pyramide



Le cylindre droit



Le cône de révolution



La sphère

Exemples

Une plaquette de beurre a la forme d'un parallélépipède rectangle.
Un bâton de craie a la forme d'un cylindre.

• Certains solides sont constitués de plusieurs solides usuels associés.

Exemple

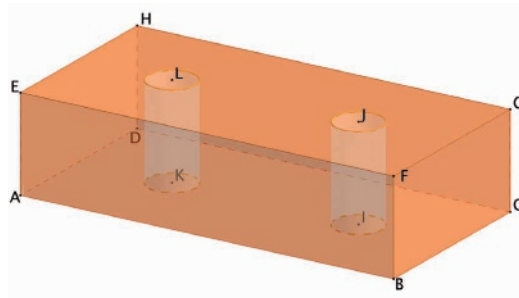
Une gélule est composée d'un cylindre et de deux demi-sphères.



Activité 3

Lire une représentation en perspective cavalière

Une brique servant comme isolant en maçonnerie est un parallélépipède rectangle percé de deux trous cylindriques. En voici une représentation.



Problématique

Cette représentation est-elle une représentation en perspective cavalière ?

a S'approprier Certains traits sont en pointillé, d'autres sont en trait plein. **Expliquez** pourquoi.

Les arêtes en pointillé sont les arêtes que l'on ne voit pas.

b Analyser / Raisonner **Donnez** d'autres observations qui correspondent à la définition de la perspective cavalière.



La partie « Je fais le point » de la page 112 peut vous aider.

Aucune face rectangulaire n'est en vue frontale. Les faces sont donc représentées par des parallélogrammes.

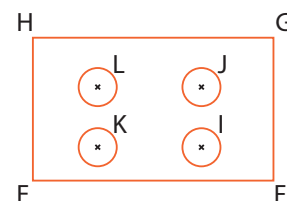
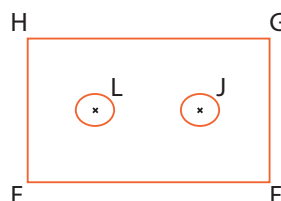
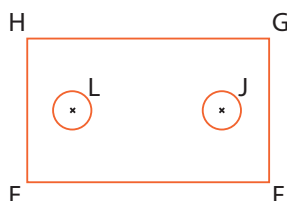
De même, les disques de base des cylindres sont déformés.

Les arêtes parallèles et de même longueur dans la réalité le sont aussi sur le dessin.

c Communiquer **Répondez** à la problématique.

Cette représentation est une représentation en perspective cavalière.

d Valider **Cochez** le dessin qui représente la face EFGH vue de dessus.



Vous allez vérifier votre choix à l'aide du fichier suivant.



foucherconnect.fr/
18m30

Ouvrez le fichier « 08_activite3.ggb ».

e Valider **Faites** un clic droit dans la face EFGH et choisissez *Créer une vue 2D de la face EFGH*.

Vérifiez si vous avez fait le bon choix à la question d. **Corrigez** sinon.

Exercice 9



page 117

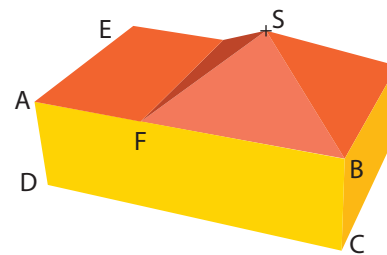
Activité 4

Dessiner un solide en perspective cavalière

Une maison de retraite a été représentée ci-contre à l'aide d'un logiciel de dessin 3D.

Problématique

Que faut-il modifier dans ce dessin pour obtenir une représentation en perspective cavalière de la maison de retraite ?



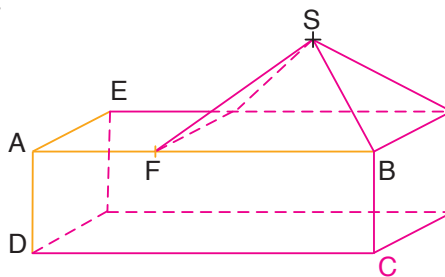
a S'approprier Donnez les noms des deux solides usuels qui composent le bâtiment.

Le bâtiment est composé d'un parallélépipède rectangle et d'une pyramide.

b Réaliser Complétez le schéma ci-dessous pour qu'il soit une représentation en perspective cavalière de la maison de retraite. La face ABCD a été choisie comme plan frontal, c'est-à-dire un plan perpendiculaire au regard.



La partie « Je fais le point » ci-dessous peut vous aider.



c Valider Communiquer Répondez à la problématique en listant les modifications apportées au dessin donné.

Les arêtes [AB] et [CD] doivent être parallèles et de même longueur.

Il en est de même pour les arêtes [AD] et [BC]. Les arêtes

cachées sont en pointillé.

Exercices 7 et 8 page 116

JE FAIS LE POINT

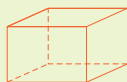
- Dans une représentation en **perspective cavalière**,
 - les arêtes cachées sont tracées en pointillé ;
 - deux arêtes parallèles et de même longueur restent parallèles et de même longueur ;
 - les figures qui sont vues dans un plan frontal (plan perpendiculaire au regard) sont représentées non déformées : un rectangle est représenté par un rectangle, un cercle par un cercle,...
 - les faces qui ne sont pas dans un plan frontal sont déformées : les rectangles deviennent des parallélogrammes et les cercles des ellipses.

Exemples

Représentation en perspective cavalière de quelques solides usuels



Le cube



Le parallélépipède rectangle



La pyramide



Le cylindre droit



Le cône de révolution

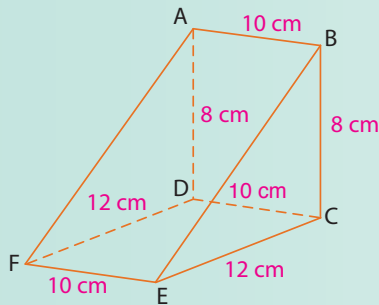


La sphère

Activité
5

Construire une figure plane extraite d'un solide

Thibault a fabriqué des serre-livres en bois pour sa bibliothèque. Chaque serre-livres est un prisme dont la représentation en perspective cavalière est donnée ci-dessous.



Données

(AD) et (BC) perpendiculaires au plan (DFEC)
 (EF), (CD) et (BA) perpendiculaires au plan (BCE)
 $DF = CE = 12 \text{ cm}$; $AB = DC = FE = 10 \text{ cm}$;
 $AD = BC = 8 \text{ cm}$; $AF = BE$
 Le dessin n'est pas à l'échelle.

Thibault veut les recouvrir de cuir. Il commence par dessiner sur du carton, en vraie grandeur, les différentes faces.



Problématique

Comment Thibault peut-il dessiner la face ABEF sans connaître la mesure de BE ?

a S'approprier Reportez les longueurs connues sur le dessin.

b Analyser / Reasonner Donnez la nature du triangle BCE en cochant la case exacte. Justifiez votre choix.

☐ Quelconque ☐ Isocèle ☒ Rectangle

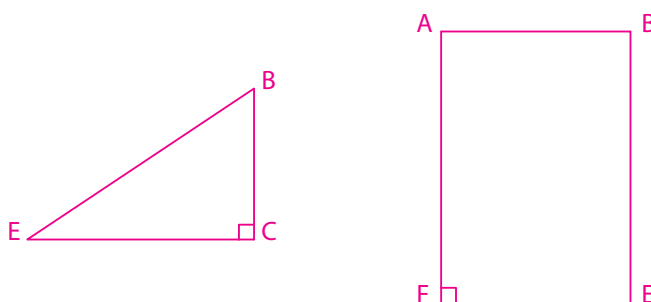
Le triangle BCE est rectangle en C, car la droite (BC) est perpendiculaire au plan (DFEC), donc à la droite (CE).

c Valider Donnez la nature des quadrilatères ABCD, CDFE et ABEF en cochant la case exacte.

☐ Carré ☒ Rectangle ☐ Parallélogramme

d Réaliser Répondez à la problématique en dessinant le triangle BCE et la face ABEF à l'échelle 1/4.

Rappel : sur un dessin à l'échelle 1/4, les dimensions réelles sont divisées par 4.



Pour dessiner ABEF, prenez la mesure de BE sur le triangle BCE que vous venez de tracer.

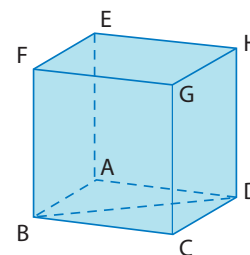
Activité 6

Identifier une figure plane dans un solide

Ninon pense que dans le cube ABCDEFGH elle ne peut trouver comme figures planes que des triangles rectangles et des carrés. Ninon n'utilise que les sommets du cube pour obtenir les figures planes.

Problématique

Ninon a-t-elle raison ?



a S'approprier Citez deux droites perpendiculaires à (DB) : (HD) et (FB) ..

Citez une droite parallèle à (DB) : (FH)

b Analyser / Raisonner Cochez toutes les réponses exactes.

(HD) est perpendiculaire : ☐ à (HB) ☒ à (BD)

Le triangle HDB est donc rectangle : ☐ en H ☒ en D

c Valider Nommez deux carrés : ABCD et CDHG. Toutes les faces du cube sont des carrés.

d Ouvrez le logiciel GeoGebra. Voir fichier « 08_activite6_C.ggb ».

d Réaliser Construisez avec ce logiciel le cube ABCDEFGH d'arête 6 cm.

e Réaliser Tracez le quadrilatère BDHF. Le logiciel nomme ce quadrilatère par défaut poly1.

f Réaliser Dans la fenêtre Algèbre, faites un clic droit sur poly1 et choisissez Créer une vue 2D de la face BDHF.

g Valider Donnez la nature précise du quadrilatère BDHF : BDHF est un rectangle.

h Réaliser Procédez de même pour obtenir la vue de face du triangle CHF.

i Valider Donnez la nature précise du triangle CHF : CHF est un triangle équilatéral.

j Communiquer Répondez à la problématique.

Ninon a tort, car on peut aussi tracer des rectangles et des triangles équilatéraux.

Tuto logiciel

Construire un cube avec un logiciel de géométrie dynamique.



foucherconnect.fr/
18m31

JE FAIS LE POINT

• Si une droite est perpendiculaire à un plan en un point H, alors elle est perpendiculaire à toutes les droites du plan passant par H.

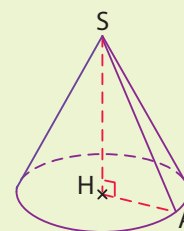
Exemple

(SH) est la hauteur du cône. Elle est perpendiculaire à la base. Les droites (SH) et (HA) sont donc perpendiculaires.

• On peut isoler des figures planes (triangles, quadrilatères...) à partir d'un solide.

Exemple

Le triangle SHA rectangle en H est une figure plane extraite du cône. On peut le représenter en vraie grandeur ou à l'échelle.

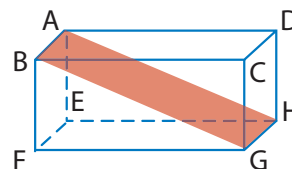


Exercices



1 Cochez la bonne réponse parmi les trois propositions.

- a. Cette bouée est l'assemblage de :
☐ deux pyramides ☒ deux cônes ☐ deux cylindres
- b. Dans le parallélépipède rectangle ABCDEFGH, le quadrilatère ABGH est :
☒ un rectangle ☐ un parallélogramme ☐ un losange
- c. Un solide dont l'une des faces est un disque peut être :
☐ une sphère ☐ une pyramide ☒ un cylindre



2 Répondez par « vrai » ou « faux » à chacune des affirmations suivantes et expliquez votre choix.

- a. Affirmation : cette représentation est celle d'une pyramide.
☐ Vrai ☒ Faux



Ce solide présente deux faces parallèles ; or dans une pyramide, il n'existe pas deux faces parallèles. Le solide est un prisme.

- b. Affirmation : l'image 2 est la vue en perspective cavalière de l'image 1.

Image 1



Image 2



- ☐ Vrai ☒ Faux

Dans l'image 2, les bords horizontaux de la porte devraient être parallèles.

- c. Affirmation : le solide représenté ci-contre est un cône.

- ☐ Vrai ☒ Faux



Ce solide ne présente pas de sommet. Or un cône a un sommet.

Identification de solides usuels

- 3 Voici une liste de noms : carré, cône, cube, parallélogramme, cylindre, sphère, pyramide, rectangle, parallélépipède rectangle, triangle.

- a. Listez ceux qui sont des noms de solides.

Cône, cube, cylindre, sphère, pyramide, parallélépipède rectangle.

- b. Listez ceux qui sont des noms de figures planes.

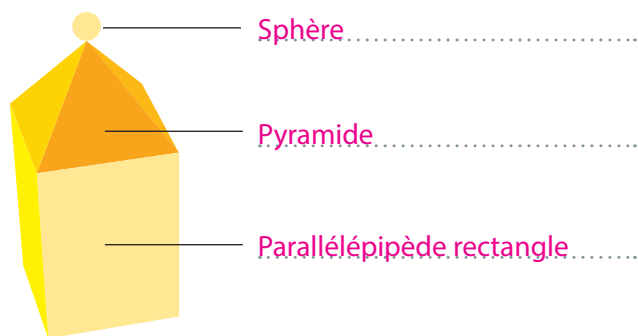
Carré, parallélogramme, rectangle, triangle.

- 4 Nommez les trois solides usuels que l'on voit sur ce dessin.

Sphère, cylindre, parallélépipède rectangle.



- 5 Complétez la légende du dessin par des noms de solides usuels.




- 6 a. Le dessin ci-contre est la vue de dessus d'un objet composé de trois solides usuels. Dites ce que peuvent être ces trois solides.



Solide 1 : pyramide ; solide 2 : cylindre ou cône ; solide 3 : cylindre ou cône.

Ouvrez le fichier « 08_exercice06.ggb ».

b. L'image qui apparaît à l'écran est celle de l'objet de la question a. vu de dessus. Pour obtenir d'autres vues de cet objet :

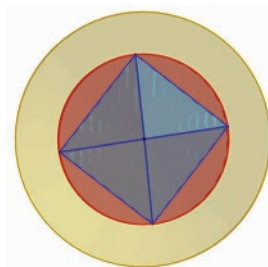
- sélectionnez l'outil  qui permet de faire tourner la figure ;
- tout en gardant le clic gauche (ou droit) de la souris enfoncé, **déplacez** la souris au-dessus de la figure.

Faites tourner le solide de façon à pouvoir répondre à la question suivante.

c. Donnez le nom des trois solides usuels qui composent cet objet.

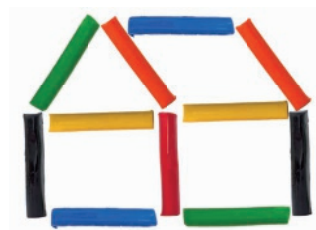
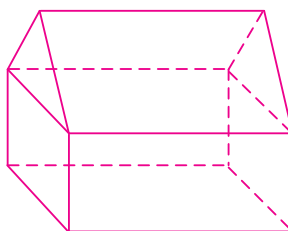
Voir fichier « 08_exercice06_C.ggb »

Les trois solides sont : pyramide, cylindre, cône.



Représentation d'un solide avec ou sans TIC

- 7 Titouan a assemblé quelques pièces d'un jeu de construction pour représenter une maison. Dessinez cette maison en perspective cavalière.



Pas de dimensions imposées pour la représentation.

- 8 On considère une pyramide SABCD à base carrée de 4 cm de côté et de 5 cm de hauteur. Voir fichier « 08_exercice08_C.ggb ».

- a. Représentez cette pyramide avec GeoGebra.
- b. Coupez la pyramide SABCD par un plan parallèle à sa base. Créez l'intersection entre le plan et la pyramide.
- c. Donnez la nature de la section obtenue en cochant la réponse exacte.
- ☐ Disque ☐ Rectangle ☐ Parallélogramme ☒ Carré
- d. Cochez la réponse exacte.
- La section obtenue et la base de la pyramide :
- ☒ sont de même nature
- ☐ sont de nature différente



Tuto logiciel

Construire une pyramide avec un logiciel de géométrie dynamique



foucherconnect.fr/18m33



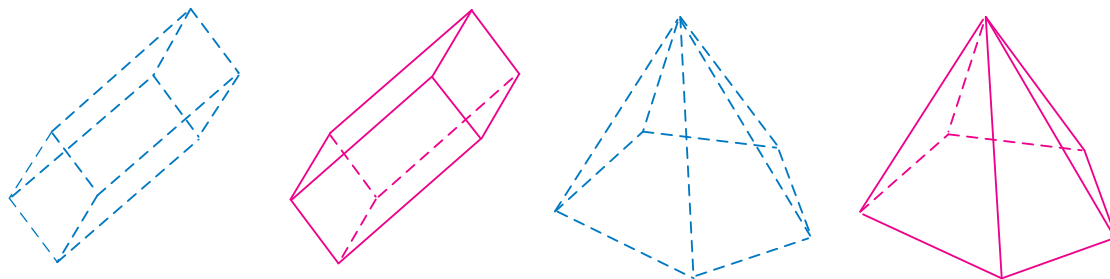
Tuto logiciel

Couper une pyramide par un plan parallèle à sa base avec un logiciel de géométrie dynamique.



foucherconnect.fr/18m34

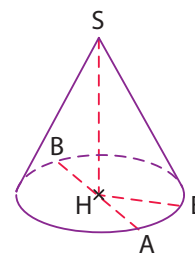
- 9 Sur les dessins ci-dessous qui représentent un parallélépipède rectangle et une pyramide, **dessinez** en trait plein les arêtes visibles et **laissez** en pointillé les arêtes cachées. Plusieurs réponses sont possibles.



Extraction de figures planes d'un solide

- 10 [SH] est la hauteur du cône de révolution de sommet S ; [AB] est un diamètre et E est un point quelconque du cercle. Parmi les triangles SAH, SBH, AEH, SEH, EBH, SEB, SAE, **dites** lesquels sont des triangles rectangles.

Les triangles SAH, SBH, SEH sont des triangles rectangles.



- 11 ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle.

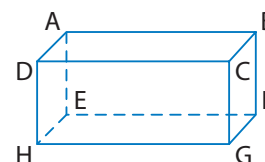
a. Nommez deux triangles rectangles dont l'un des côtés de l'angle droit est [DH] : **DHC et DBH.**

b. Nommez deux triangles rectangles dont l'un des côtés de l'angle droit est [BD] : **BDH et BDF.**

c. Nommez deux triangles non rectangles : **BDG et ADF.**

d. Nommez un rectangle dont l'un des côtés est [EG] : **AEGC.**

e. Nommez un rectangle dont l'un des côtés est [HF] : **DHFB.**



- 12 On considère un cylindre droit d'axe (OO') où les points O et O' sont les centres des deux bases du cylindre. Le cylindre mesure 3 cm de hauteur et 2 cm de rayon.

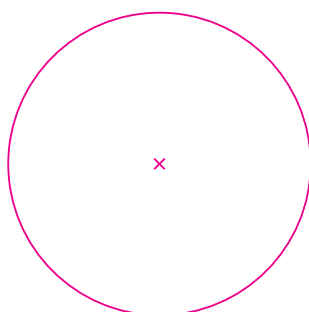
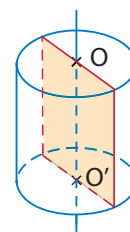
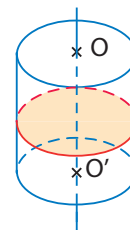
a. On coupe le cylindre par un plan parallèle aux bases. **Donnez** la nature de la section obtenue.

C'est un disque.

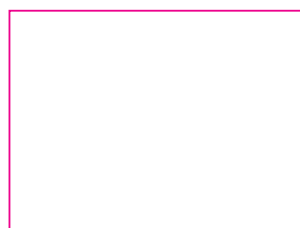
b. On coupe le cylindre par un plan passant par l'axe (OO'). **Donnez** la nature de la section obtenue.

C'est un rectangle.

c. Représentez en vraie grandeur les sections obtenues aux questions a. et b.



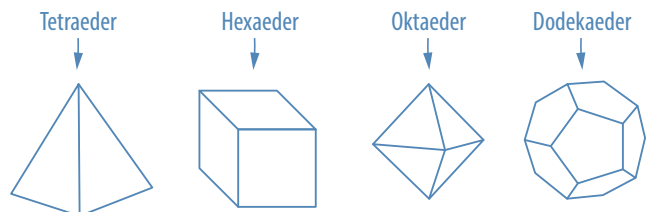
Rayon : 2 cm



Longueur : 4 cm ; largeur : 3 cm

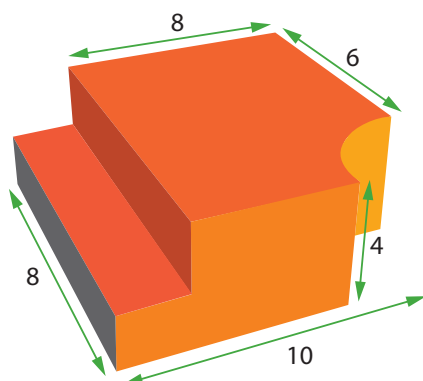
Problèmes

- 13** Les noms des 4 solides ci-dessous sont donnés en allemand.



- Cherchez leur nom en français.
- Donnez pour chacun leur nombre de faces et leur nombre de sommets.

- 14** Le podium représenté ci-après est un parallélépipède rectangle auquel on a enlevé un quart de cylindre à droite et un parallélépipède rectangle à gauche. Les dimensions indiquées sont en cm.




- Dessinez la vue de dessus en vraie grandeur.
- Dessinez la vue avant en vraie grandeur.

- 15** Amin dispose de trois cônes de révolution en bois. Il veut les couper de façon à obtenir comme section un cercle, un triangle isocèle ou une ellipse.



Ouvrez le fichier « 08_exercice15.ggb ».

Le cône qui apparaît à l'écran peut être coupé par un plan dont la position est définie par les curseurs « a », « b », « c », « d ».

Dans tout l'exercice, pensez à utiliser l'outil  qui permet de faire tourner le solide et d'obtenir différentes vues du cône et du plan qui le coupe.

- Mettez le curseur « a » sur 0, « b » sur 0, « c » sur 1. Vous obtenez un plan horizontal. Choisissez 1 pour valeur de « d ». Décrivez ce que vous voyez.

- Faites un clic droit sur le cercle rouge et choisissez *Créer une vue 2D du cercle e*.

Donnez le nom de la figure plane qui apparaît.

- Faites varier le curseur « d » de 0 à 5 et dites ce qui se passe.

- Mettez le curseur « a » sur 1, « b » sur 0, « c » sur 0. Vous obtenez un plan vertical. Choisissez 1 pour valeur de « d ». Donnez le nom de la courbe rouge qui apparaît si vous le connaissez.

- Choisissez 0 pour valeur de « d ». Donnez le nom précis de la figure qui apparaît.

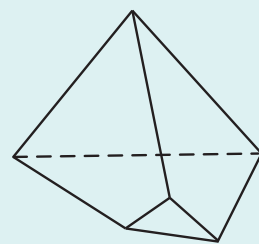
- Mettez le curseur « a » sur 2, « b » sur 2, « c » sur -3 et « d » sur -9. Vous obtenez un plan oblique. Donnez le nom de la courbe rouge qui apparaît si vous le connaissez.

- D'après les questions a, b. et c., dites comment Amin doit couper le cône pour obtenir un cercle comme section.

- D'après les questions d. et e., dites comment Amin doit couper le cône pour obtenir un triangle isocèle comme section.

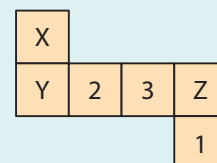
Investigations

- 16** Un tétraèdre est une pyramide dont les quatre faces sont des triangles équilatéraux. Le coin de ce tétraèdre a été découpé (figure ci-contre). On découpe de même les autres coins de façon que les sections obtenues ne se touchent ni ne se recoupent.



Problématique > Quel est le nombre de sommets et le nombre d'arêtes du solide ainsi obtenu ?

- 17** Le dessin ci-contre représente le patron d'un dé cubique. Sur ce dé, les faces portent les chiffres de 1 à 6. De plus, la somme des nombres portés par deux faces opposées est égale à 7.

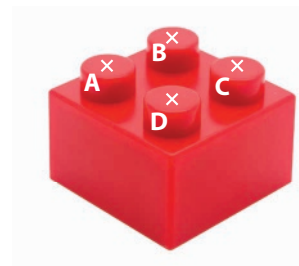


Problématique > Quel est le nombre porté par la face marquée X sur le dé ?

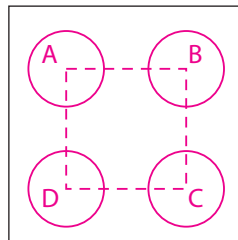
Compétences	Attendus	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✓	✓	✓
S'approprier	J'observe les deux représentations.	2a			
Analyser/Raisonner	Je réfléchis sur la disposition des plots vus de profil.	1b			
	Je trouve la méthode pour obtenir la mesure demandée.	1c			
	J'imagine différentes sections possibles.	2a			
Réaliser	Je dessine la vue de dessus du solide.	1a			
	Je calcule la hauteur d'un plot.	1c			
	Je trace les sections et je donne leur nature.	2b			
Valider	Je vérifie si j'ai bien respecté les contraintes.	2c			
Communiquer	J'explique ma démarche au professeur.	2a			
	Je rédige la conclusion en employant le vocabulaire correct.	2c			

EXERCICE 1

Cette illustration est celle d'une brique, de forme parallélépipédique, d'un jeu de construction pour enfants. Les plots cylindriques de la face supérieure permettent d'assembler les briques en hauteur.



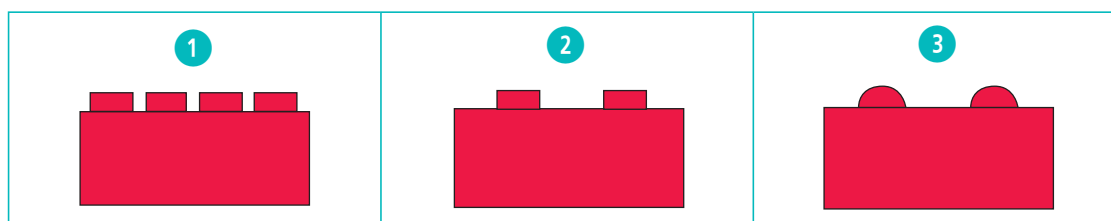
a Réaliser La vue de dessus de cette brique est un carré de 16 mm de côté. Le diamètre des plots est 5 mm. Les centres des plots forment un carré ABCD de 8 mm de côté.



Construisez cette vue de dessus à l'échelle 2.

b Analyser / Raisonner On représente une des faces latérales de la brique en vue frontale.

Donnez le numéro du dessin exact : **dessin 2**. Les dessins ne sont pas à l'échelle.

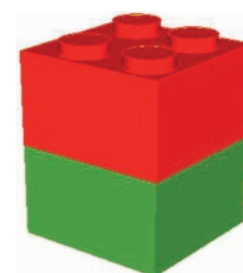


c Réaliser La hauteur d'une brique, plots compris, est 11,2 mm. On assemble deux briques de mêmes dimensions. La hauteur totale est alors de 20,8 mm.

Montrez que la hauteur d'un plot est 1,6 mm.

$$11,2 \times 2 - 20,8 = 1,6$$

La hauteur d'un plot est 1,6 mm.



EXERCICE 2

Un tronc de pyramide s'obtient en coupant une pyramide par un plan parallèle à sa base et en enlevant la partie supérieure.

Laurine achète un fromage de chèvre de 150 grammes en forme de tronc de pyramide. Ses deux bases parallèles sont des carrés.

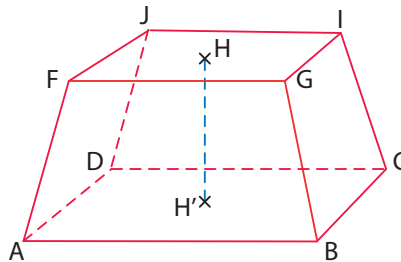
Données

$AB = DC = AD = BC = 6 \text{ cm}$

$FG = IJ = GI = FJ = 2 \text{ cm}$

$[HH']$ hauteur du tronc de pyramide et $HH' = 4 \text{ cm}$

La représentation ci-contre n'est pas à l'échelle.



Laurine veut cuisiner un plat qui nécessite 75 grammes de ce fromage.

Problématique

Comment Laurine doit-elle positionner son couteau pour sectionner le fromage afin d'obtenir 75 grammes ? Donnez deux solutions.

Contraintes à respecter :

- l'une des solutions correspond à une coupe horizontale. Vous devez utiliser le fichier disponible



foucherconnect.fr/
18m36

« 08_fromage.ggb » ;

- l'autre solution ne doit pas être obtenue par une coupe horizontale. Elle peut être donnée à l'aide de la représentation en perspective cavalière ci-dessus.

a S'approprier Analyser / Raisonner Proposez une méthode permettant de répondre à la problématique.

75 g. est la moitié de 150 g. Il faut donc couper le fromage en deux parties de même volume.

On peut envisager une coupe horizontale ou une coupe verticale.

Il faut ensuite réfléchir où positionner le couteau.



Appelez le professeur pour lui expliquer votre méthode.

b Réaliser Mettez en œuvre votre méthode. Voir fichier « 08_fromage_C.ggb ».

Dans le fichier « 08_fromage.ggb », on voit que volume fromage ABCDEFGH = $69,2 \text{ cm}^3$. Or $69,2 / 2 = 34,6$.

On fait varier KH' pour obtenir volume ABCDEFG'H'I'J' = $34,6 \text{ cm}^3$. On a alors $KH' = 1,18$ (ou 1,17 si on n'arrive pas à obtenir exactement $34,6 \text{ cm}^3$). Donc pour une coupe horizontale à environ 1,2 cm au-dessus du plan horizontal, le fromage est partagé en 2 morceaux de 75 g. chacun. La section est un carré.

Plusieurs coupes verticales permettent de partager le fromage en deux. On peut par exemple couper verticalement en faisant passer le couteau par les points F et I. La section est alors le trapèze AFIC.

c Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Une seule coupe horizontale est possible. Plusieurs coupes verticales sont envisageables.

Investigation 1

À table

Enzo a acheté un plateau circulaire en bois de 30 cm de diamètre pour en faire un plateau à fromages. Il veut fixer au centre du disque un manche en bois vertical pour saisir le plateau plus facilement.

Problématique

Comment Enzo peut-il faire pour déterminer exactement la position du manche au centre du plateau à fromages ?

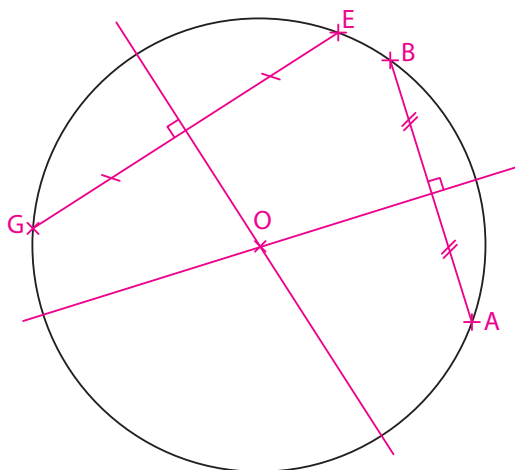


a S'approprier Analyser / Raisonner Proposez une méthode géométrique permettant de déterminer la position du centre du disque.

Pour trouver le centre du disque, on trace deux cordes quelconques du cercle. On construit ensuite la médiatrice de chacune des cordes. Leur point d'intersection est le centre du disque.

b Réaliser Mettez en œuvre votre méthode.

Échelle du dessin : 1/5.



c Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Enzo doit reproduire cette construction sur son plateau de bois : il doit tracer deux cordes, puis leur médiatrice. Il perce le plateau au point d'intersection des deux médiatrices pour fixer le manche.



Suite de votre parcours :

☐ Activités 1 et 2  pages 123 - 124

☐ Investigation 2  page 122

Investigation 2

Un peu de couture

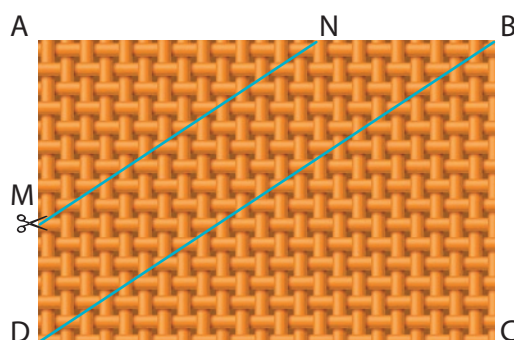
Laura fabrique un patchwork (voir doc. 1). Ce sont de petits morceaux de tissu assemblés ensemble.

Un de ces morceaux de tissu est le rectangle ABCD tel que $AB = 12$ cm et $AD = 9$ cm. Laura le coupe en suivant une parallèle à (BD). Elle veut que le segment [MN] mesure 12 cm afin de se raccorder exactement avec un des morceaux de tissu.

Avant de couper, Laura doit marquer à la craie le point M sur le bord [AD] pour savoir où placer les ciseaux pour couper (voir Doc. 2).



▲ Doc. 1 Patchwork



Le dessin n'est pas à l'échelle.

◀ Doc. 2 Découpe du tissu

Problématique

À quelle distance du point A Laura doit-elle marquer le point M ?

a S'approprier Analyser / Raisonner **Proposez** une méthode permettant de répondre à la problématique.

On doit calculer la longueur AM.

On est dans les conditions d'application du théorème de Thalès

dans le triangle ABD puisque (MN) est parallèle à (BD).

Mais on a besoin de connaître la longueur BD. Elle se calcule grâce

au théorème de Pythagore dans le triangle rectangle ABD.

DÉFI

Utilisez le théorème de Pythagore et le théorème de Thalès.

b Réaliser **Mettez** en œuvre votre méthode.

Dans le triangle ABD rectangle en A, le théorème de Pythagore s'écrit : $BD^2 = AB^2 + AD^2$.

En remplaçant AB et AD par leur valeur, on obtient : $BD^2 = 12^2 + 9^2 = 225$; $BD = \sqrt{225} = 15$ cm.

Dans le triangle ABD, le théorème de Thalès s'écrit :

$$\frac{AM}{AD} = \frac{AN}{AB} = \frac{MN}{DB} ; \frac{AM}{9} = \frac{12}{15} ; AM = \frac{9 \times 12}{15} = 7,2 \text{ cm}$$

c Valider Communiquer **Répondez** à la problématique.

Laura doit marquer le point M sur [AD] à 7,2 cm du point A.



Suite de votre parcours :

☐ Activités 3 et 4 pages 125-126

☐ Activités 5 et 6 pages 127-128

☐ Activités 7 et 8 pages 129-130

Activité 1

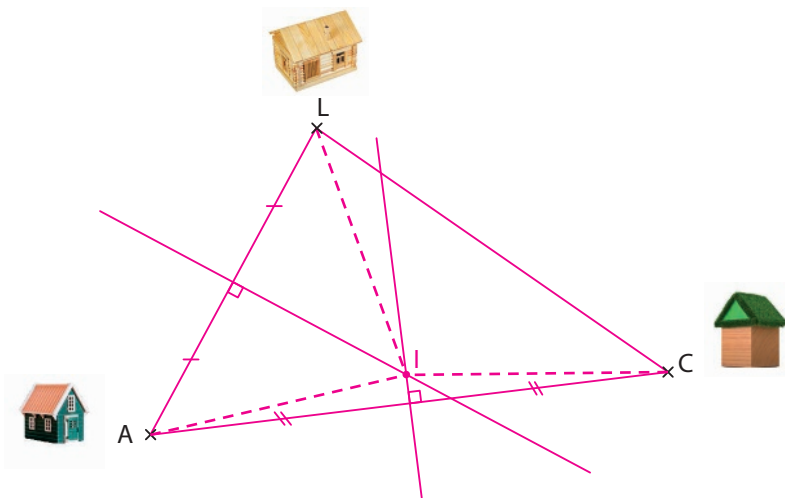
Utiliser les médiatrices d'un triangle

Louane, Arthur et Cyril vivent dans des maisons isolées à la campagne. Leurs boîtes aux lettres sont regroupées au même endroit et installées à égale distance des trois maisons.



Problématique

Où se situe le poteau qui supporte les boîtes aux lettres ?



a Réaliser Tracez le triangle LAC.

b S'approprier Cochez la définition exacte. La médiatrice d'un côté d'un triangle est :

- ☒ perpendiculaire à ce côté et passe par le milieu du côté.
- ☐ perpendiculaire à ce côté et passe par le sommet du triangle opposé au côté.

c Analyser / Raisonner Cochez la propriété exacte. Tout point de la médiatrice d'un côté du triangle est :

- ☐ à égale distance de deux côtés du triangle.
- ☒ à égale distance des deux extrémités du côté.

d Réaliser Construisez sur le dessin ci-dessus la médiatrice du côté [AC] du triangle LAC, puis celle du côté [AL]. Vous pouvez utiliser soit la règle graduée et l'équerre, soit le compas.

e Réaliser Notez I le point d'intersection de ces deux médiatrices.

Mesurez les distances IA, IL, IC : $IA = 3,5 \text{ cm}$; $IL = 3,5 \text{ cm}$; $IC = 3,5 \text{ cm}$

f Valider Dites ce que vous remarquez. Justifiez.

$IA = IL = IC$. On sait que I est sur la médiatrice de [AC], donc $IA = IC$ d'après la propriété cochée à la question c. De même, I est sur la médiatrice de [AL], donc $IA = IL$. D'où l'égalité trouvée $IA = IL = IC$

g Communiquer Répondez à la problématique.

Le poteau doit être au point d'intersection des médiatrices du triangle LAC.....

Tuto méthode

Construire la médiatrice d'un segment.



foucherconnect.fr/
18m37

Activité 2

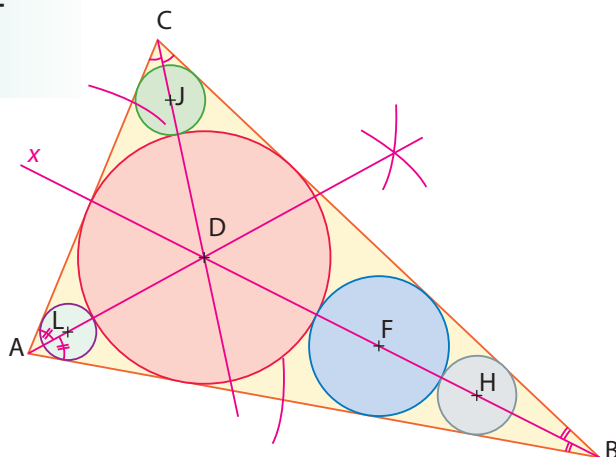
Tracer les bissectrices d'un triangle

Les sangaku sont des tablettes en bois qui étaient jadis accrochées dans les temples japonais. Elles présentent des problèmes de géométrie qui impliquent souvent de nombreux cercles.

Le dessin ci-contre imite un sangaku ancien.

Problématique

Sur quelles droites particulières du triangle ABC sont situés les centres des disques de ce dessin ?



a Réaliser Tracez la demi-droite [Bx) passant par les centres des disques rose, bleu et gris.

b Valider Cochez la réponse exacte. Répondez à l'aide du dessin.

La demi-droite [Bx) est-elle perpendiculaire à la droite (AC) ?

☐ Oui ☒ Non

c Valider La demi-droite [Bx) est-elle une médiatrice du triangle ABC ? Non... Justifiez.

Une médiatrice d'un triangle passe par le milieu d'un côté et est perpendiculaire à ce côté.

La demi-droite [Bx) partage l'angle \widehat{ABC} en deux angles égaux.
Elle est la bissectrice de l'angle \widehat{ABC} .

d Réaliser Tracez la bissectrice de l'angle \widehat{ACB} à l'aide du rapporteur.

e Réaliser Tracez la bissectrice de l'angle \widehat{BAC} à l'aide du compas.

f Communiquer Répondez à la problématique.

Les centres des disques sont sur les bissectrices du triangle.

Tuto méthode

Construire la bissectrice d'un angle.



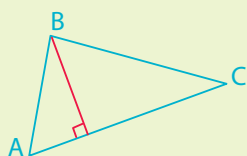
foucherconnect.fr/
18m38

Exercice 3 page 131

JE FAIS LE POINT

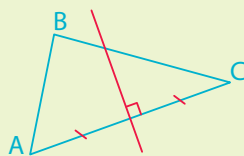
On considère un triangle ABC.

Hauteur relative au côté [AC]



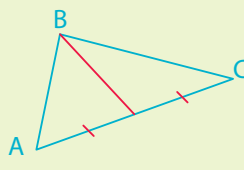
- perpendiculaire au côté [AC]
- passe par le sommet opposé B

Médiatrice du côté [AC]



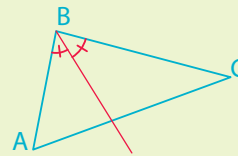
- perpendiculaire au côté [AC]
- passe par le milieu du côté [AC]

Médiane relative au côté [AC]



- passe par le milieu du côté [AC]
- passe par le sommet opposé B

Bissectrice de l'angle \widehat{ABC}

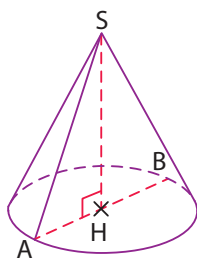


- partage l'angle en deux angles de même mesure
- passe par le sommet B

Activité 3

Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle

Pour une fête familiale, Chloé commande chez un pâtissier une pièce montée. C'est un assemblage de choux à la crème en forme de cône.



H est le centre du disque.
[SH] est la hauteur du cône.
[AB] est un diamètre de la base.
 $AB = 30 \text{ cm}$; $SA = 42 \text{ cm}$.



Problématique

Peut-on placer cette pièce montée dans une vitrine réfrigérée de hauteur 40 cm ?

a S'approprier Indiquez quelle est la longueur à calculer pour répondre à la problématique.

Il faut calculer SH, la hauteur du cône.

b S'approprier Rappelez pourquoi le triangle SAH est rectangle en H (voir « Je fais le point » page 114).

Le triangle SAH est rectangle en H, car la hauteur (SH) du cône est perpendiculaire au plan du disque en H, donc (SH) est perpendiculaire à toutes les droites de ce plan passant par H.

c Réaliser Nommez l'hypoténuse du triangle SAH (c'est le côté le plus long) : [SA].

d Analyser / Raisonner Cochez l'écriture exacte du théorème de Pythagore dans le triangle rectangle SAH.

☐ $AH^2 = SA^2 + SH^2$

☒ $SA^2 = AH^2 + SH^2$

☐ $SH^2 = AH^2 + SA^2$



Voir la partie « Je fais le point » page 126.

e Réaliser Calculez AH.

$AH = AB / 2 = 30 / 2 = 15 \text{ cm}$, car H est le milieu de [AB].

f Réaliser Dans l'égalité choisie à la question d., remplacez AH et SA par leur valeur.

$42^2 = 15^2 + SH^2$

g Réaliser Calculez SH^2 : $SH^2 = 1764 - 225 = 1539$

Pour calculer SH connaissant SH^2 , on prend la racine carrée de 1539 à l'aide de la calculatrice.

h Réaliser Calculez SH : $SH = \sqrt{1539} \approx 39,2 \text{ cm}$ (arrondissez au dixième).

i Valider Communiquer Répondez à la problématique.

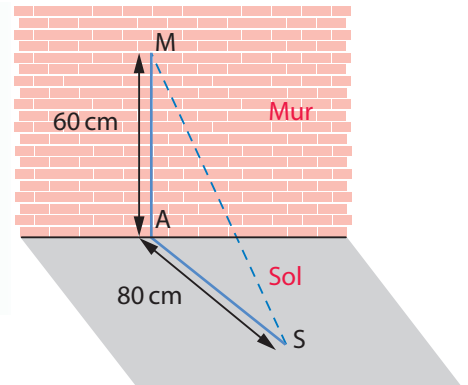
On peut placer la pièce montée dans la vitrine réfrigérée, car la hauteur de la pièce montée est 39,2 cm et $39,2 \text{ cm} < 40 \text{ cm}$.



Activité 4

Utiliser la réciproque du théorème de Pythagore

Au lycée professionnel, Loïc et Adèle, futurs maçons, s'entraînent en construisant chacun un mur. Leur professeur vient vérifier si chaque mur est bien vertical, c'est-à-dire perpendiculaire au sol horizontal. Il n'a pris comme outil que son mètre ruban. Pour chaque mur, le professeur marque à la craie les points M, A et S, puis il mesure la longueur MS. Pour le mur de Loïc, il trouve $MS = 95$ cm et pour celui d'Adèle $MS = 100$ cm.



Problématique

Le mur de Loïc est-il vertical ? Et celui d'Adèle ?

a S'approprier Pour chaque phrase, **cochez** la réponse exacte.

Pour que le mur soit vertical, il faut que l'angle \widehat{MAS} mesure : ☐ 45° ☒ 90° ☐ 180°

On doit donc montrer que le triangle MAS est : ☒ rectangle ☐ isocèle ☐ équilatéral

b Valider Réaliser **Complétez** le tableau suivant.

	Mur de Loïc	Mur d'Adèle
Calculez le carré du plus grand côté.	$MS^2 = 9\,025$	$MS^2 = 10\,000$
Calculez la somme des carrés des deux autres côtés.	$MA^2 + AS^2 = 60^2 + 80^2 = 10\,000$	$MA^2 + AS^2 = 10\,000$
Complétez par = ou \neq .	$MS^2 \neq MA^2 + AS^2$	$MS^2 = MA^2 + AS^2$
Complétez par « est » ou « n'est pas ».	Le triangle MAS n'est pas rectangle.	Le triangle MAS est rectangle.

Pour compléter la dernière ligne du tableau, on applique la réciproque du théorème de Pythagore.

c Communiquer **Répondez** à la problématique.

Le mur de Loïc n'est pas vertical, tandis que celui d'Adèle l'est.

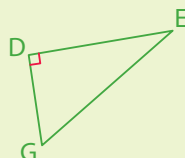
Exercices 2b et 4 page 131

JE FAIS LE POINT

• **Théorème de Pythagore** : si un triangle est rectangle, alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit.

Exemple

Dans le triangle DEG rectangle en D, $EG^2 = DE^2 + DG^2$.



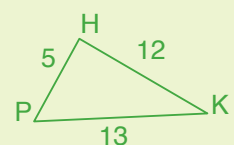
• **Réciproque du théorème de Pythagore** : si dans un triangle, le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors le triangle est rectangle.

Exemple

Dans le triangle HPK, $PK^2 = 13^2 = 169$;
 $HK^2 + HP^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$.

Donc $PK^2 = HK^2 + HP^2$.

Par conséquent, le triangle HPK est rectangle en H.

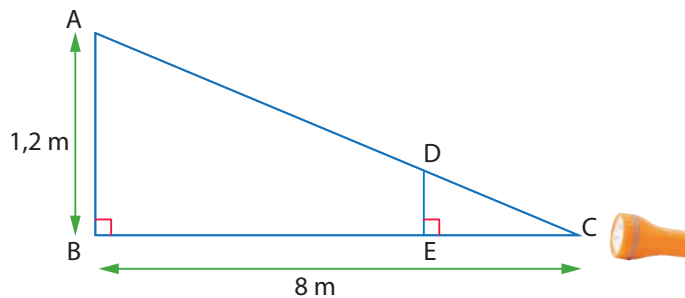


Activité 5

Appliquer le théorème de Thalès dans un triangle

Un marionnettiste doit faire un spectacle sur le thème de l'ombre. Pour cela, il a besoin que sa marionnette de 30 cm ait une ombre de 1,2 m sur l'écran de projection.

La source de lumière C est située à 8 m du mur de projection [AB]. La marionnette est représentée par le segment [DE], son ombre par le segment [AB].



$$AB = 1,2 \text{ m} ; DE = 30 \text{ cm} = 0,3 \text{ m} ; BC = 8 \text{ m}.$$

Problématique

À quelle distance du point C le marionnettiste doit-il positionner sa marionnette ?

a S'approprier **Indiquez** quelle est la longueur à calculer pour répondre à la problématique.

Il faut calculer la longueur CE.

b S'approprier Valider **Expliquez** pourquoi les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

L'écran de projection et la marionnette sont marqués sur le dessin comme perpendiculaires tous deux au sol. Les droites (AB) et (DE) sont donc parallèles.

Dans le triangle ABC, les points C, D, A sont alignés, les points C, E, B sont alignés, les droites (AB) et (DE) sont parallèles. Dans ces conditions, on peut appliquer le théorème de Thalès.

c Réaliser **Complétez** les égalités des rapports de longueur

données par le théorème de Thalès : $\frac{CE}{CB} = \frac{CD}{CA} = \frac{DE}{AB}$.



Voir la partie « Je fais le point » page 128.

d Réaliser **Remplacez** les longueurs connues par leur valeur

exprimée en mètres : $\frac{CE}{8} = \frac{CD}{CA} = \frac{0,3}{1,2}$.

e Réaliser **Écrivez** l'égalité des deux rapports où la seule inconnue est CE : $\frac{CE}{8} = \frac{0,3}{1,2}$.

f Réaliser **Complétez** l'égalité des produits en croix : $CE \times 1,2 = 8 \times 0,3$.

g Réaliser **Calculez** CE, en mètres : $CE = \frac{8 \times 0,3}{1,2}$; $CE = 2$ m.

h Valider Communiquer **Répondez** à la problématique.

La marionnette doit être à 2 m de la source de lumière.

Exercice 1b page 131

Exercice 6 page 132

Activité 6

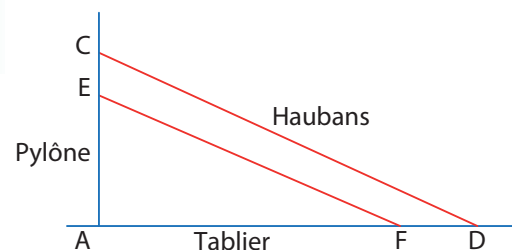
Utiliser la réciproque du théorème de Thalès

Les ponts à haubans sont soutenus par de nombreux câbles obliques appelés haubans. Un câble est fixé d'un côté sur un pylône et, de l'autre côté, sur le tablier du pont (voir schéma ci-contre). Il existe plusieurs types de ponts à haubans : les câbles peuvent être parallèles ou non.

AC = 68 m ; AD = 138 m ; AE = 63,5 m ; AF = 127 m.

Problématique

Le pont schématisé est-il un pont à haubans parallèles ?



Le schéma n'est pas à l'échelle.

a Réaliser Calculez $\frac{AE}{AC}$ et $\frac{AF}{AD}$. Arrondissez au millième.

$$\frac{AE}{AC} = \frac{63,5}{68} \approx 0,934 ; \frac{AF}{AD} = \frac{127}{138} \approx 0,920$$

b Réaliser Complétez par = ou \neq : $\frac{AE}{AC} \neq \frac{AF}{AD}$.

Dans le triangle ACD, on peut appliquer la réciproque du théorème de Thalès.

c Valider Dites si les droites (EF) et (CD) sont parallèles.

Les droites (EF) et (CD) ne sont pas parallèles.

d Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Le pont n'est pas un pont à haubans parallèles.



Voir la partie « Je fais le point » ci-dessous.

Exercice 7 page 132

JE FAIS LE POINT

• Théorème de Thalès :

soit un triangle ABC,
M un point du côté [AB]
et N un point du côté [AC].
Si (MN) est parallèle à (BC),

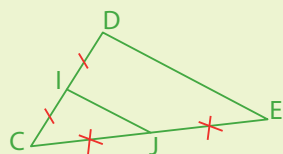
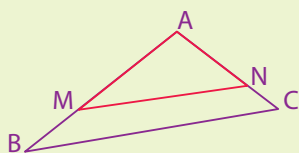
$$\text{alors } \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}.$$

Exemple

Dans le triangle CDE,
I est le milieu de [CD]
et (IJ) est parallèle à
(DE).

$$\text{Alors } \frac{CI}{CD} = \frac{CJ}{CE} = \frac{IJ}{DE} = \frac{1}{2}$$

et J est donc le milieu de [CE].



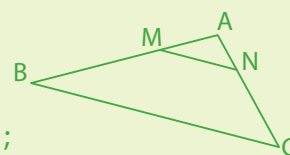
• **Réciproque du théorème de Thalès** : soit un triangle ABC où les points A, M, B d'une part et A, N, C d'autre part sont alignés dans le même ordre. Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Exemple

Dans le triangle ABC
ci-contre, on donne
AM = 2,7 cm ; AB = 3,6 cm ;
AN = 3,3 cm ;
AC = 4,4 cm.

$$\frac{AM}{AB} = \frac{2,7}{3,6} = 0,75 ; \frac{AN}{AC} = \frac{3,3}{4,4} = 0,75. \text{ Donc } \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}.$$

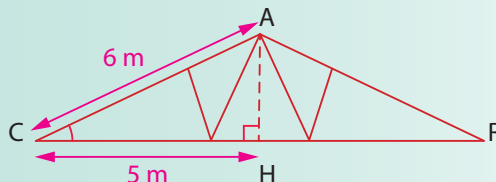
Les droites (MN) et (BC) sont parallèles.



Activité
7

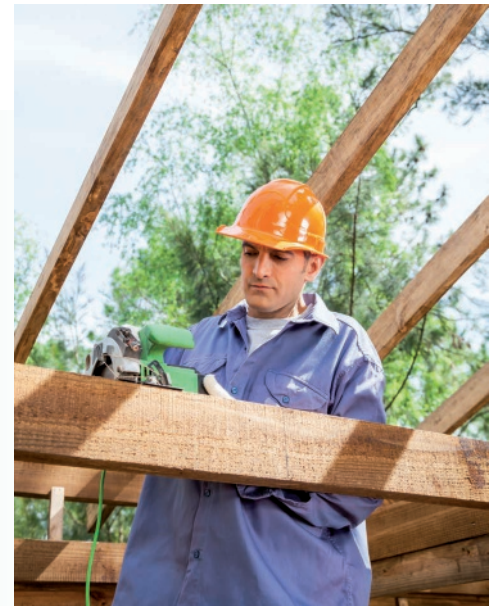
Calculer un angle aigu d'un triangle rectangle

Les normes de construction, dans un lotissement, imposent que l'inclinaison d'un toit soit comprise entre 30° et 35° . Le charpentier chargé de la construction du toit des maisons du lotissement a schématisé ci-après une coupe de toit.



$AC = 6 \text{ m}$ et $CH = 5 \text{ m}$.

L'inclinaison du toit est donnée par la mesure de l'angle \widehat{ACH} . Les deux parties du toit sont symétriques par rapport à (AH) .



Problématique

Le charpentier a-t-il raison d'affirmer que sa construction respecte les normes ?

a Réaliser Reportez les cotes sur le schéma.

b S'approprier Valider On sait que, dans le triangle rectangle ACH , $\cos \widehat{C} = \frac{HC}{AC}$; $\sin \widehat{C} = \frac{AH}{AC}$; $\tan \widehat{C} = \frac{AH}{HC}$. **Expliquez** pourquoi il faut choisir $\cos \widehat{C}$ pour calculer l'angle \widehat{C} .

C'est le seul des trois rapports trigonométriques dans lequel on connaît les longueurs figurant au numérateur et au dénominateur.

c Réaliser Dans l'égalité $\cos \widehat{C} = \frac{HC}{AC}$, remplacez HC et AC par leur valeur et calculez $\cos \widehat{C}$. Arrondissez au millième.

$$\cos \widehat{C} = \frac{5}{6} \approx 0,833 \dots$$



d Réaliser À l'aide de la calculatrice, déterminez la mesure de l'angle \widehat{C} . Arrondissez au degré. $\widehat{C} \approx 34^\circ$

e Valider Communiquer Répondez à la problématique.

L'inclinaison du toit est comprise entre 30° et 35° .

Le charpentier a bien respecté les normes de construction du lotissement.

f Valider Donnez la mesure de l'angle \widehat{C} sur un plan à l'échelle 1/50.

La mesure de l'angle \widehat{C} ne change pas et reste égale à 34° .

Seules les longueurs sont divisées par 50.



Tuto calculatrice

Calculer un angle.

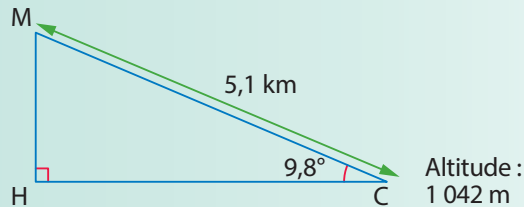


fouherconnect.fr/
18m39

Activité 8

Calculer un côté d'un triangle rectangle

Dans le massif du Mont-Blanc, Nathan souhaite emprunter le train à crémaillère qui monte de Chamonix au Montenvers. Un peu de marche à pied permet ensuite de s'approcher d'un glacier, la Mer de Glace.



La gare de départ de Chamonix C est à 1 042 m d'altitude. La voie entre Chamonix et le Montenvers a une longueur CM de 5,1 km. L'inclinaison moyenne de la voie est $9,8^\circ$. La différence d'altitude entre les deux gares est donnée par la longueur MH. Pour des raisons médicales, Nathan ne doit pas monter à une altitude supérieure à 2 000 m.



Problématique

Nathan peut-il monter jusqu'au Montenvers sans danger pour sa santé ?

a S'approprier Indiquez quelle est la longueur à calculer pour répondre à la problématique.

Il faut calculer la longueur MH.

b S'approprier Connaissant MC et \hat{C} , cochez le rapport trigonométrique de l'angle \hat{C} qui permet de calculer MH : ☐ $\cos \hat{C} = \frac{HC}{MC}$ ☒ $\sin \hat{C} = \frac{MH}{MC}$ ☐ $\tan \hat{C} = \frac{MH}{HC}$



c Réaliser Déterminez le sinus de $9,8^\circ$ (arrondi au millième) avec la calculatrice : $\sin 9,8^\circ \approx 0,170$.

d Réaliser Dans l'égalité choisie à la question b., remplacez les mesures connues par leur valeur : $0,170 = \frac{MH}{5,1}$.

e Réaliser Calculez MH : $MH = 0,170 \times 5,1 = 0,867$ km = 867 m.

f Réaliser Calculez l'altitude du Montenvers : $1\,042 + 867 = 1\,909$ m.

g Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Nathan peut monter au Montenvers, car $1\,909 \text{ m} < 2\,000 \text{ m}$.

Tuto calculatrice

Calculer le sinus, le cosinus et la tangente.



foucherconnect.fr/
18m40

Exercice 8 page 132

JE FAIS LE POINT

• **Rapports trigonométriques** dans un triangle rectangle

sinus d'un angle = $\frac{\text{côté opposé à cet angle}}{\text{hypoténuse}}$;

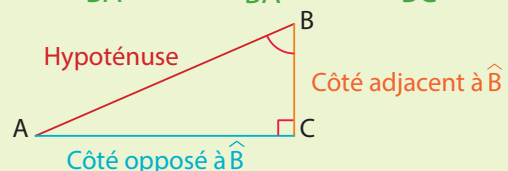
cosinus d'un angle = $\frac{\text{côté adjacent à cet angle}}{\text{hypoténuse}}$;

tangente d'un angle = $\frac{\text{côté opposé à cet angle}}{\text{côté adjacent à cet angle}}$.

Exemple

Dans le triangle ABC rectangle en C, on a :

$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BA} ; \cos \hat{B} = \frac{BC}{BA} ; \tan \hat{B} = \frac{AC}{BC}.$$



Exercices



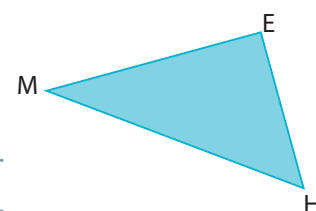
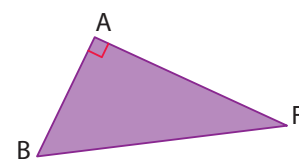
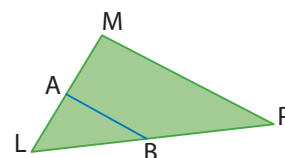
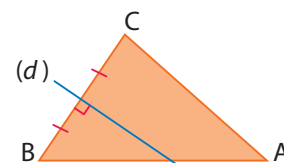
1 Cochez la bonne réponse parmi les trois propositions.

a. Dans le triangle ABC, la droite (d) est :

☐ une hauteur ☒ une médiatrice ☐ une bissectrice

b. Dans le triangle LMP, on a : (AB) parallèle à (MP), AL = 2 cm ; AB = 3 cm ; LM = 6 cm. La longueur MP est égale à :

☒ 9 cm ☐ 6 cm ☐ 10 cm



2 Répondez par « vrai » ou « faux » à chacune des affirmations suivantes et expliquez votre choix.

a. Le triangle ABF est rectangle en A.

Affirmation : on a alors $\cos \hat{B} = \sin \hat{F}$

☒ Vrai ☐ Faux

$\cos \hat{B} = \frac{AB}{BF}$ et $\sin \hat{F} = \frac{AB}{BF}$. Donc $\cos \hat{B} = \sin \hat{F}$.

b. Le triangle EHM est tel que EH = 4 cm ; EM = 7 cm ; MH = 8 cm.

Affirmation : le triangle EHM est rectangle.

☐ Vrai ☒ Faux

$MH^2 = 8^2 = 64$; $EH^2 + EM^2 = 4^2 + 7^2 = 16 + 49 = 65$.

Donc $MH^2 \neq EH^2 + EM^2$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle EHM n'est pas rectangle.

Droites particulières d'un triangle

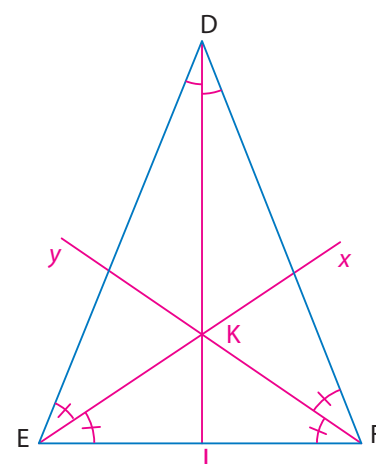
3 DEF est un triangle isocèle tel que DE = DF.

a. Construisez la bissectrice [Ex) de l'angle \widehat{DEF} et la bissectrice [Fy) de l'angle \widehat{DFE} . Notez K leur point d'intersection.

b. Tracez la droite (DK). Elle coupe [EF] en I.

c. Nina pense que la droite (DI) est une hauteur du triangle DEF. Malik dit que c'est une médiatrice du triangle. Qui a raison ? Justifiez.

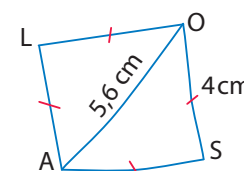
(DI) est la 3^e bissectrice du triangle DEF puisque K est le point d'intersection des deux premières. Donc (DI) est l'axe de symétrie du triangle isocèle DEF. Nina et Malik ont tous les deux raison : (DI) est hauteur et médiatrice du triangle DEF.



Théorème de Pythagore et réciproque

4 Voici la figure à main levée d'un quadrilatère. Olivia soutient que LOSA est un carré, alors que Bastien est sûr que ce n'est pas vrai. Qui a raison ? Pourquoi ?

$AO^2 = 5,6^2 = 31,36$; $AS^2 + OS^2 = 4^2 + 4^2 = 32$. Donc $AO^2 \neq AS^2 + OS^2$. Le triangle ASO n'est pas rectangle. Donc LOSA n'est pas un carré. Bastien a raison.



- 5 ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle tel que $AB = 9 \text{ cm}$; $AE = 7 \text{ cm}$ et $BC = 6 \text{ cm}$.

a. Cochez la réponse exacte : le triangle EFG est rectangle

☐ en E

☒ en F

☐ en G

b. Calculez la distance EG au mm près.

On applique le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle EFG.

$$EG^2 = EF^2 + FG^2 = 9^2 + 6^2 = 117 ; EG = \sqrt{117} \approx 10,8 \text{ cm}$$

c. Cochez la réponse exacte : le triangle ECG est rectangle

☐ en E

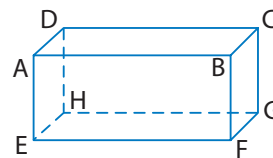
☐ en C

☒ en G

d. Calculez la distance EC au mm près.

On applique le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle ECG.

$$EC^2 = EG^2 + CG^2 = 117 + 7^2 = 166 ; EC = \sqrt{166} \approx 12,9 \text{ cm}$$



Théorème de Thalès et réciproque

- 6 Dans la figure ci-contre qui n'est pas à l'échelle, les points C, D, A sont alignés ainsi que les points C, E, B.

On donne $AC = 60 \text{ cm}$; $AB = 11 \text{ cm}$; $CD = 15 \text{ cm}$.

a. Calculez la distance BC au mm près.

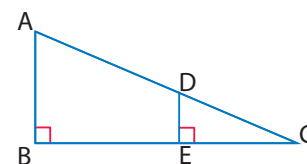
On applique le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle ABC :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2. \text{ D'où } BC^2 = 60^2 - 11^2 = 3\,479. \text{ On a donc : } BC = \sqrt{3\,479} \approx 59 \text{ cm.}$$

b. Calculez la distance DE.

Les droites (AB) et (DE) sont parallèles, car toutes deux perpendiculaires à (BC).

D'après le théorème de Thalès, $\frac{CD}{CA} = \frac{DE}{AB} ; \frac{15}{60} = \frac{DE}{11}$ D'où $DE = \frac{15 \times 11}{60} = 2,75 \text{ cm.}$

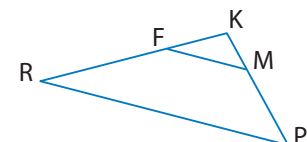


- 7 Sur cette figure, les points K, F, R d'une part et K, M, P d'autre part sont alignés. On donne $KF = 3 \text{ cm}$; $KR = 9 \text{ cm}$; $KM = 4 \text{ cm}$; $KP = 12 \text{ cm}$.

Les droites (FM) et (RP) sont-elles parallèles ? Justifiez.

$$\frac{KF}{KR} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} ; \frac{KM}{KP} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}. \text{ Donc } \frac{KF}{KR} = \frac{KM}{KP}.$$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (FM) et (RP) sont parallèles. O



Trigonométrie dans le triangle rectangle

- 8 SABCD est une pyramide à base rectangulaire ABCD avec $AB = 6 \text{ m}$ et $BC = 4 \text{ m}$. Le point H est le centre du rectangle ABCD et [SH] est la hauteur de la pyramide. On donne $\widehat{BSH} = 35^\circ$.

a. Calculez l'angle \widehat{BAC} au degré près.

$$\text{Dans le triangle ABC rectangle en B, on a : } \tan \widehat{BAC} = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{6} \approx 0,667.$$

$$\text{D'où } \widehat{BAC} \approx 34^\circ.$$

b. Calculez la distance BH au cm près.

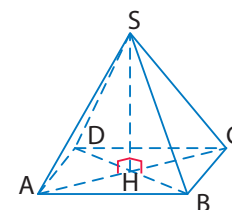
$$\text{Dans le triangle ABD rectangle en A, on a : } BD^2 = AB^2 + AD^2 = 6^2 + 4^2 = 52 ; \text{ d'où } BD = \sqrt{52} \approx 7,211 \text{ m.}$$

$$\text{Le point H étant le milieu de [BD], on a } BH = BD / 2 \approx 3,61 \text{ m.}$$

c. Calculez la distance SB au cm près.

$$\text{Dans le triangle SBH rectangle en H, on a : } \sin \widehat{BSH} = \frac{HB}{SB}.$$

$$\text{D'où } SB = \frac{HB}{\sin 35^\circ} \approx \frac{3,61}{0,574} \approx 6,29 \text{ m.}$$



Problèmes

- 9** Mathilde a une table carrée de 1,40 m de côté. Elle cherche une jolie nappe à mettre dessus, mais la seule qui lui plaît est une nappe ronde de 2 m de diamètre.

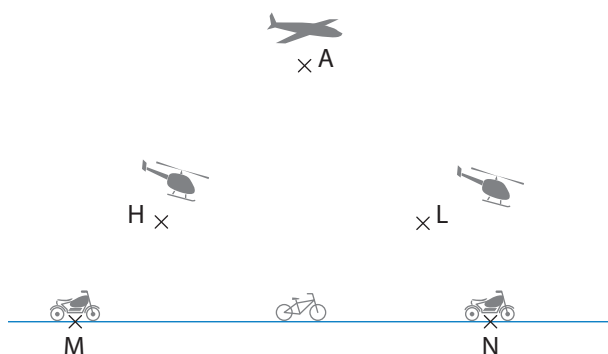
- Calculez la mesure de la diagonale de la table.
- La nappe sera-t-elle assez grande pour recouvrir entièrement la table ? Justifiez.

- 10** Pour filmer les étapes d'une course cycliste, les réalisateurs utilisent des caméras installées sur deux motos et d'autres sur deux hélicoptères. Un avion relais, plus haut dans le ciel, recueille et transmet les images.

On considère que les deux hélicoptères se situent à la même altitude et que le peloton des coureurs roule sur une route horizontale et droite.



Le schéma ci-dessous illustre cette situation.



L'avion relais (point A), le premier hélicoptère (point L), la première moto (point N) sont alignés. De la même manière, l'avion relais (point A), le deuxième hélicoptère (point H), la deuxième moto (point M) sont également alignés.

On sait que : $AM = AN = 1 \text{ km}$; $HL = 270 \text{ m}$; $AH = AL = 720 \text{ m}$.

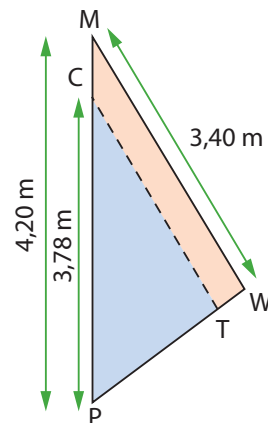
- Quelle phrase de l'énoncé permet d'affirmer que les droites (LH) et (MN) sont parallèles ?
- Calculez la distance MN entre les deux motos.

- 11** Un centre nautique effectue une réparation sur une voile.

La voile a la forme du triangle PMW ci-contre.

- On souhaite faire une couture suivant le segment [CT]. Si la droite (CT) est parallèle à la droite (MW), quelle sera la longueur de cette couture ?

- Une fois la couture terminée, on mesure : $PT = 1,88 \text{ m}$ et $PW = 2,30 \text{ m}$. La couture est-elle parallèle à (MW) ? Justifiez.

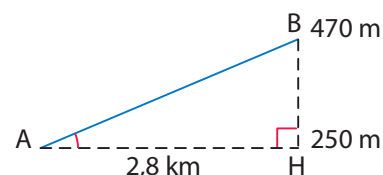


- 12** La pente d'une route est la tangente de l'angle formé par la route et l'horizontale. La pente est souvent exprimée en pourcentage. Par exemple, si la tangente est égale à 0,04, la pente est 4 %.

Romain est chauffeur routier. Le véhicule qu'il conduit ne doit pas emprunter de route dont la pente est supérieure à 7 %.



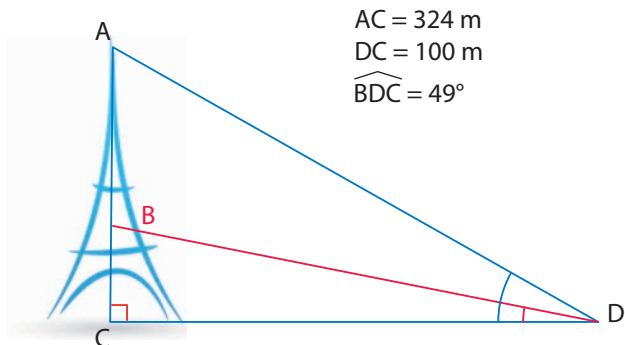
Voici le profil d'une portion de route où Romain doit passer.



En parcourant horizontalement 2,8 km, on passe de l'altitude 250 m à l'altitude 470 m.

- Exprimez 2,8 km en mètres.
- Calculez la distance HB, en mètres.
- Calculez $\tan \widehat{HAB}$.
- Donnez la pente de la route en pourcentage.
- Romain pourra-t-il emprunter cette route ?

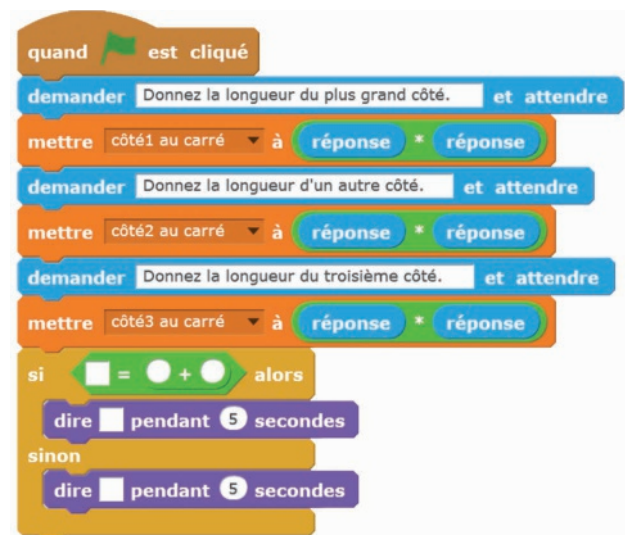
- 13 Un géomètre-topographe prend différentes mesures sur la tour Eiffel. Il se tient en D, à 100 m du centre C du pied de la tour.



Le point A est le point le plus haut de la tour. Le point B matérialise le niveau du plancher du deuxième étage.

- Calculez, en degrés, la mesure de l'angle \widehat{ADC} . Arrondissez à l'unité.
- Calculez, en m, la distance BC. Arrondissez à l'unité.
- Dites si la demi-droite [DB) est bissectrice de l'angle \widehat{ADC} . Justifiez.

- 14 **ScrATCH** Le script ci-dessous, une fois complété, doit permettre de dire si un triangle dont on connaît la longueur des côtés est rectangle ou non (réciproque du théorème de Pythagore).

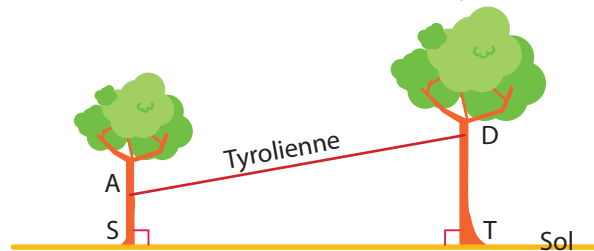


Ouvrez le fichier « 09_exercice14.sb2 ».

- Complétez le script dans le fichier.
- On considère le triangle MNP dont les côtés mesurent 6 cm ; 4,5 cm et 7,5 cm. Utilisez le script précédent pour dire si ce triangle est rectangle ou non.
- Vérifiez à l'aide de ce script vos réponses aux exercices 2b et 4.

134 •

- 15 Un parc d'aventures a installé une tyrolienne entre deux arbres plantés perpendiculairement au sol horizontal et à 25 m l'un de l'autre. La tyrolienne a une longueur de 26 m de long. Elle arrive sur une plateforme A située à 1,50 m de hauteur. Le dessin ci-dessous schématise cette tyrolienne.



Le schéma n'est pas à l'échelle.

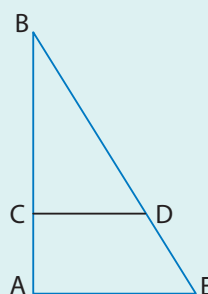
ST = 25 m ; AD = 26 m ; AS = 1,50 m.

D est la plateforme de départ.

- La plateforme de départ est-elle à plus de 10 m au-dessus du sol ?

Investigations

- 16 Pour construire un mur vertical, il faut parfois utiliser un coffrage et un éayage qui maintiendront la structure verticale, le temps que le béton sèche. Cet éayage est représenté sur le schéma ci-dessous. [AB] représente le coffrage vertical du mur. [AE] représente le sol, supposé horizontal. [BE] et [DC] sont des poutres d'éayage. Le point C est le point de fixation de la poutre sur [BA] et le point D celui sur [BE]. AB = 3,5 m ; AE = 2,625 m ; CD = 1,5 m. La poutre [CD] doit être parallèle à [EA].



Problématique > À quelle distance du sol doit être placé le point C pour que la poutre [DC] soit parallèle au sol [EA] ?

- 17 Pour répondre à la demande d'un client, un décorateur a besoin de découper des triangles dans du carrelage. Les triangles doivent être rectangles et isocèles avec une hypoténuse de 15 cm de longueur. Les carreaux qu'il doit utiliser sont des carrés de 12 cm de côté.
- Problématique** > Ces carreaux sont-ils assez grands pour faire deux de ces triangles dans chacun d'eux ?

Compétences	Attendus	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✓	✓	✓
S'approprier	Je trouve quelles sont les longueurs manquantes.	2a			
Analyser/Raisonner	Je propose une méthode de résolution.	2a			
Réaliser	Je construis la médiatrice d'un segment. Je construis la bissectrice d'un angle. Je calcule la mesure de l'angle demandée. J'applique le théorème de Pythagore. J'applique le théorème de Thalès.	1a			
		1c			
		1d			
		2b			
		2b			
Valider	Je justifie pourquoi le triangle ECI est isocèle. Je justifie pourquoi le triangle CLK est isocèle. Je compare les longueurs des deux parcours avec 4 km.	1b			
		1e			
		2c			
Communiquer	Je rédige les justifications en construisant des phrases correctes. J'explique ma démarche au professeur. Je rédige la conclusion en employant le vocabulaire correct.	1b			
		1e			
		2c			
		2c			

EXERCICE 1

Le triangle CLE est tel que $EC = 6 \text{ cm}$; $\widehat{ECL} = 35^\circ$; $\widehat{ELC} = 70^\circ$.

a Réaliser **Construisez** en bleu la médiatrice (d) du côté [EC] par la méthode de votre choix. Elle coupe [LC] au point I.

b Valider Communiquer **Expliquez** pourquoi le triangle ECI est isocèle.

Le point I est un point de la médiatrice de [CE]. Il est donc à égale distance des points C et E. Par conséquent, $IE = IC$.

Le triangle ECI est isocèle, car deux de ses côtés ont la même mesure.

c Réaliser **Construisez** en rouge la bissectrice [Lx) de l'angle \widehat{ELC} par la méthode de votre choix. Elle coupe [EC] au point K.

d Réaliser Valider **Donnez** la mesure en degrés de l'angle \widehat{CLK} : 35° .

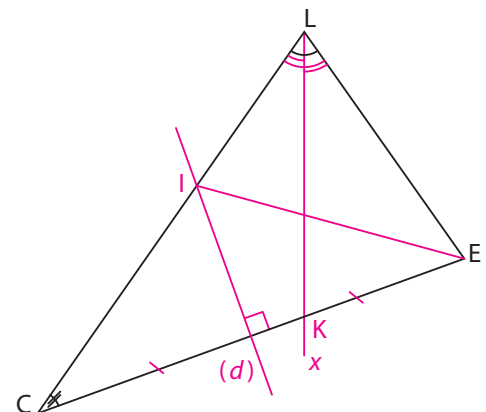
Justifiez.

La bissectrice [Lx) de l'angle le partage en deux angles de même mesure.

$$\widehat{CLK} = \frac{\widehat{ELC}}{2} = \frac{70^\circ}{2} = 35^\circ$$

e Valider Communiquer **Expliquez** pourquoi le triangle CLK est isocèle.

$\widehat{CLK} = \widehat{ECL} = 35^\circ$. Le triangle CLK est donc isocèle, car il a deux angles égaux.

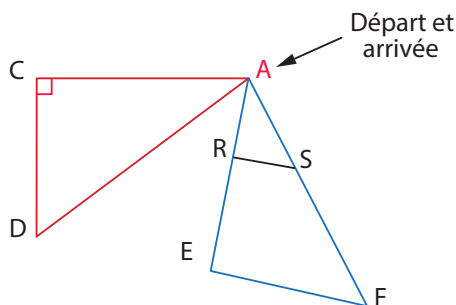


Je me teste

EXERCICE 2

La municipalité de Boisvert souhaite aménager un parcours de santé sur le territoire de la commune. Une entreprise lui fait deux propositions schématisées ci-dessous :

- le parcours **ACDA** ;
- le parcours **AEFA**.



$AC = 1,4 \text{ km}$; $CD = 1,05 \text{ km}$

$AR = 0,5 \text{ km}$; $AE = 1,3 \text{ km}$; $AF = 1,6 \text{ km}$; $RS = 0,4 \text{ km}$

Les droites (RS) et (EF) sont parallèles.

L'entreprise a oublié de donner certaines dimensions.

La figure proposée au conseil municipal n'est pas à l'échelle.

La municipalité souhaite un parcours dont la longueur s'approche le plus possible de 4 km.

Problématique

Quel parcours la municipalité doit-elle choisir ?

a **S'approprier** Analyser / Raisonner **Proposez** une méthode permettant de répondre à la problématique. On doit calculer la longueur de chaque circuit et choisir le circuit dont la longueur est la plus proche de 4 km. Il faut commencer par calculer les longueurs DA (théorème de Pythagore dans le triangle rectangle ACD) et EF (théorème de Thalès dans le triangle AEF) qui n'ont pas été données.

A Communiquer **Appelez** le professeur pour lui expliquer votre méthode.

b **Réaliser** **Mettez** en œuvre votre méthode.

Pour calculer DA, on applique le théorème de Pythagore dans le triangle ACD rectangle en C.

$$AD^2 = CD^2 + CA^2 = 1,05^2 + 1,4^2 = 3,0625 ; AD = \sqrt{3,0625} = 1,75 \text{ km}$$

Longueur du circuit ACDA : $1,4 + 1,05 + 1,75 = 4,2 \text{ km}$

Comme les droites (RS) et (EF) sont parallèles, on peut appliquer le théorème de Thalès dans le triangle

$$AEF \text{ pour calculer EF. } \frac{AR}{AE} = \frac{AS}{AF} = \frac{RS}{EF} ; \frac{0,5}{1,3} = \frac{0,4}{EF} ; EF = \frac{1,3 \times 0,4}{0,5} = 1,04 \text{ km}$$

Longueur du circuit AEFA : $1,3 + 1,04 + 1,6 = 3,94 \text{ km}$

c **Valider** Communiquer **Répondez** à la problématique.

$4,2 - 4 = 0,2 \text{ km}$; $4 - 3,94 = 0,06 \text{ km}$. C'est le circuit AEFA qui est le plus proche de 4 km.

C'est donc le circuit que la municipalité va choisir.

CHAPITRE 10 Aires, volumes, agrandissement et réduction

Investigation 1

Production de compost

Léa dispose d'une parcelle rectangulaire de 15 m par 5,5 m au jardin ouvrier de sa commune. Elle y a installé un bac à compost parallélépipédique à base carrée de 2 m de côté et d'une hauteur de 1,2 m.

Pour fertiliser la terre, au début du printemps, elle souhaite épandre (étaler) sur la totalité de sa parcelle du compost sur une épaisseur de 1 cm. À ce moment, le bac à compost est rempli au tiers de son volume.



Problématique

Léa aura-t-elle suffisamment de compost à épandre sur sa parcelle ?

a S'approprier Analyser / Raisonner Proposez une méthode permettant de répondre à la problématique.

On détermine le volume de compost disponible.....

Puis, on calcule la surface qu'il peut recouvrir sur une épaisseur de 1 cm.....

Enfin, on compare avec la surface de la parcelle.....

b Réaliser Mettez en œuvre votre méthode.

Le volume du bac à compost : $V_{\text{bac}} = 2 \times 2 \times 1,2 = 4,8 \text{ m}^3$

Le volume de compost : $V_{\text{compost}} = \frac{1}{3} V_{\text{bac}} = \frac{4,8}{3} = 1,6 \text{ m}^3$

L'étalement du compost correspond à un parallélépipède d'épaisseur e de 1 cm.....

$1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$

$S_{\text{compost}} = \frac{V_{\text{compost}}}{e} = \frac{1,6}{0,01} = 160 \text{ m}^2$

$S_{\text{parcelle}} = 15 \times 5,5 - 2 \times 2 = 78,5 \text{ m}^2$

c Valider Communiquer Répondez à la problématique.

$S_{\text{compost}} > S_{\text{parcelle}}$

Donc, Léa aura suffisamment de compost à épandre sur sa parcelle.....



Suite de votre parcours :

☐ Activités 1 et 2 pages 139 - 140

☐ Investigation 2 page 138

Investigation 2

Électricité d'origine éolienne

Les pales d'une éolienne produisent de l'électricité lorsque le vent provoque leur rotation.

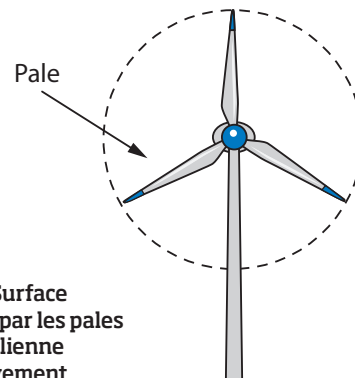
La puissance théorique d'une éolienne dépend en partie de la longueur de ses pales. Elle est proportionnelle à l'aire du disque décrit par les pales lorsqu'elles tournent.

Ainsi, une éolienne dont les pales mesurent 30 m de long pourra produire une puissance théorique de 250 kW.



Problématique

Quelle puissance théorique produira une éolienne dont les pales mesurent 45 m de long ?



► Doc. Surface balayée par les pales d'une éolienne en mouvement

a S'approprier Analyser / Raisonner **Proposez** une méthode permettant de répondre à la problématique.

On calcule le coefficient d'agrandissement entre l'éolienne dont les pales mesurent 30 m par rapport à celle dont les pales mesurent 45 m...
Puis on applique ce coefficient à la puissance théorique de l'éolienne...

DÉFI

Essayez de déterminer la puissance théorique sans calculer l'aire des disques.

b Réaliser **Mettez** en œuvre votre méthode.

$$k = \frac{45}{30} = 1,5$$

Si les dimensions d'une figure sont multipliées par k , son aire est multipliée par k^2 .

La puissance est proportionnelle à l'aire. Donc, l'effet de l'agrandissement sur la puissance vaut k^2 .

$$P'_{th} = k^2 \times P_{th}$$

$$k^2 = 1,5^2 = 2,25$$

$$P'_{th} = 2,25 \times 250 = 562,5 \text{ kW}$$

c Valider Communiquer **Répondez** à la problématique.

La puissance théorique produite par une éolienne dont les pales mesurent 45 m de long est 562,5 kW.



Suite de votre parcours :

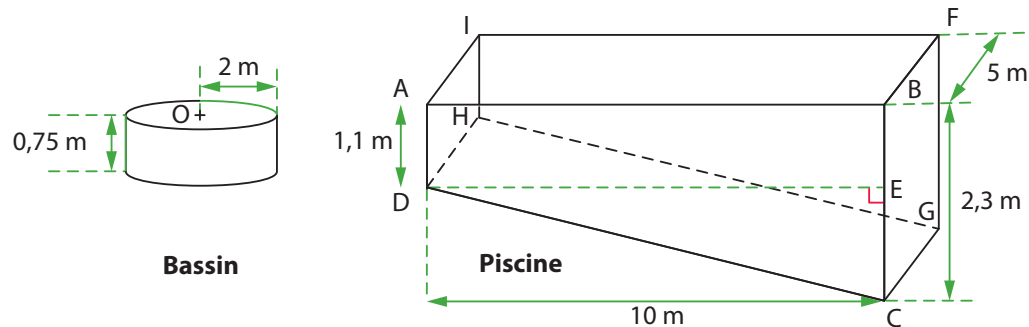
☐ Activités 3 et 4  pages 141 - 142

☐ Exercices  page 143

Activité 1

Calculer la longueur d'un cercle et l'aire d'une surface

Une entreprise spécialisée doit installer, dans le jardin de Myriam, un bassin circulaire et une piscine dont les dimensions sont données par le schéma ci-après. Le fond de la piscine et du bassin ainsi que les parois verticales seront carrelés. L'entreprise propose un modèle de carrelage à 16,80 € le paquet qui permet de couvrir une surface de 1,25 m².



Problématique

Myriam ne veut pas dépasser un budget de 1 500 € pour le carrelage. Pourra-t-elle garder le carrelage proposé par l'entreprise ?

a S'approprier Décrivez toutes les surfaces qu'il faut carrelé.

Disque : fond du bassin ; **rectangles** : AIHD, DHGC, FBCG ;

trapèzes : ABCD et IFGH ; **paroi latérale du bassin** : rectangle

de longueur p où p est le périmètre du bassin.



Vous pouvez vous aider de la partie « Je fais le point » page 140.

b Analyser / Raisonner Réaliser Calculez le périmètre p du bassin et les longueurs EC et CD.

Arrondissez au cm.

$$p = 2\pi R = 2\pi \times 2 = 4\pi \approx 12,57 \text{ m} ; EC = BC - BE = 2,3 - 1,1 = 1,2 \text{ m}.$$

$$CD = \sqrt{DE^2 + EC^2} = \sqrt{10^2 + 1,2^2} \approx 10,07 \text{ m}.$$

c Réaliser Calculez l'aire de la surface totale à carrelé. Arrondissez à l'unité supérieure.

$$S_{\text{carrelée}} = 5 \times 1,1 + 5 \times 10,07 + 5 \times 2,3 + 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 10 \times (1,1 + 2,3) \right) + \pi \times 2^2 + 12,57 \times 0,75$$

$$S_{\text{carrelée}} \approx 123,34 \text{ m}^2 ; \text{soit } S_{\text{carrelée}} \approx 124 \text{ m}^2.$$

d Analyser / Raisonner Réaliser Calculez le nombre de paquets de carrelage nécessaire.

$$n = S_{\text{carrelée}} / 1,25, \text{ soit } n = 124 / 1,25 = 99,2 \text{ paquets}.$$

e Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Il faut 100 paquets pour carrelé la totalité de la surface de la piscine et du bassin pour un coût de

1 680 €. ($100 \times 16,80 = 1 680$). On a $1 680 > 1 500$. Donc Myriam ne pourra pas garder la proposition

de l'entreprise.

Exercices 3, 4 et 5 page 143

Activité 2

Calculer le volume d'un parallélépipède rectangle



Pour éviter que l'eau ne stagne dans le bassin et la piscine de l'activité 1 de la page 139, il est nécessaire de la faire circuler grâce à une pompe. Pour préserver sa qualité, toute l'eau de la piscine et du bassin doit être renouvelée entièrement en moins de six heures par la pompe. On prendra 9 m^3 pour volume d'eau du bassin.

L'entreprise propose les quatre modèles de pompes suivants (voir Doc.).

Référence de l'appareil	O1	O2	UF1	UF2
Débit de la pompe (en m^3/h)	8,5	12,5	18	25

▲ Doc. Modèles de pompes à eau

Problématique

Quel(s) modèle(s) peut (peuvent) convenir pour faire circuler l'eau de la piscine et du bassin ?

a S'approprier Réaliser **Calculez** le volume total de la piscine.

$$V_{\text{piscine}} = 1,1 \times 5 \times 10 + \frac{1}{2} \times (5 \times 10 \times 1,2) \dots\dots\dots V_{\text{piscine}} = 85 \text{ m}^3$$

b Analyser / Raisonner Réaliser **Calculez** le volume d'eau qu'il faut renouveler en une heure.

$$V_{\text{total}} = V_{\text{piscine}} + V_{\text{bassin}} = 85 + 9 = 94 \text{ m}^3. \text{ Il faut renouveler les } 94 \text{ m}^3 \text{ en 6 heures.}$$

$$\text{Soit un débit de : } \frac{94}{6} \approx 15,67 \text{ m}^3/\text{h.}$$

c Valider Communiquer **Répondez** à la problématique.

Il y a deux modèles qui conviennent, UF1 et UF2.

En effet, les débits de ces modèles sont supérieurs à $15,67 \text{ m}^3/\text{h}$.

Le prisme, de base DEC, est la moitié d'un parallélépipède rectangle.

Exercices 6 et 7 page 144

JE FAIS LE POINT

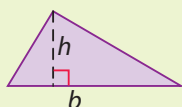
• Longueur du **cercle** de rayon R : $p = 2 \times \pi \times R$.

• Aire du **carré**



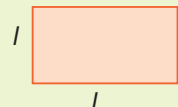
$$A_{\text{carré}} = c^2$$

Aire du **triangle**



$$A_{\text{triangle}} = \frac{1}{2}bh$$

Aire du **rectangle**



$$A_{\text{rectangle}} = L \times l$$

Aire du **disque**



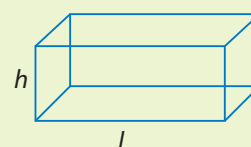
$$A_{\text{disque}} = \pi \times R^2$$

• Volume du **cube**



$$V = a^3$$

Volume du **parallélépipède rectangle** (ou **pavé droit**)



$$V = L \times l \times h$$

Exemple

Une gomme en forme de pavé droit a pour dimensions :

$L = 5,8 \text{ cm}$; $l = 0,9 \text{ cm}$; $h = 1,8 \text{ cm}$.

Le volume de la gomme est :

$$V = 5,8 \times 0,9 \times 1,8, \text{ soit } V = 9,396 \text{ cm}^3.$$

Exemple

Un DVD a pour rayon 6 cm . Donc, $p = 2 \times \pi \times 6$, soit $p \approx 37,7 \text{ cm}$; $A = \pi \times 6^2$, soit $A \approx 113,1 \text{ cm}^2$.

Activité 3

Calculer l'effet d'un agrandissement sur les aires

Grâce aux dernières générations d'imprimantes, il est possible d'imprimer facilement des photos de haute qualité. Dans l'impression d'une photo, ce qui coûte le plus cher est l'encre. Actuellement une photo de haute qualité au format standard 10×15 cm peut coûter jusqu'à 12 centimes. Le coût de l'encre est proportionnel à la surface de papier utilisée.

Des formats d'« agrandissements » habituels pour les photos sont 20×30 et 30×45 .



Problématique

Pour une photo dont les dimensions sont doublées, le coût en encre est-il doublé ?
De même, si on triple les dimensions, le coût en encre est-il triplé ?

a Réaliser Calculez le coefficient d'agrandissement pour chaque format d'agrandissement par rapport au format standard.

Format 20×30 : $k_1 = 2$, car $20 = 2 \times 10$ et $30 = 2 \times 15$.

Format 30×45 : $k_2 = 3$, car $30 = 3 \times 10$ et $45 = 3 \times 15$.

b Réaliser On trouve également comme format d'« agrandissement » habituel le format 13×19 . Déterminez si ce format correspond à un agrandissement du format standard 10×15 .

$13 / 10 = 1,3$ et $19 / 15 \approx 1,2667$. La longueur et la largeur ne sont pas multipliées par le même coefficient. ...
Ce n'est donc pas un agrandissement du format standard.

c Réaliser Calculez les aires des photos agrandies pour chacun des formats.

Pour le format 20×30 , $A_1 = 20 \times 30 = 600 \text{ cm}^2$.

Pour le format 30×45 , $A_2 = 30 \times 45 = 1\,350 \text{ cm}^2$.

d Valider Comparez les aires des photos agrandies avec l'aire de la photo standard.

L'aire du format 20×30 est ☐ 2 ☒ 4 ☐ 8 fois l'aire du format standard.
L'aire du format 30×45 est ☐ 3 ☒ 9 ☐ 27 fois l'aire du format standard.

e Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Non, car $4 = k_1^2$ et $9 = k_2^2$.

Donc, si les dimensions doublent le coût en encre ne double pas, mais quadruple ;

si les dimensions triplent le coût nonuple (est multiplié par 9).

Activité 4

Calculer l'effet d'un agrandissement sur un volume

Le conseil municipal a décidé de regrouper les trois conteneurs parallélépipédiques à verre identiques de 4 m^3 éparpillés dans le village en un seul. Pour cela, il fait l'acquisition d'un conteneur parallélépipédique dont les dimensions sont 45 % plus grandes. Des habitants sont sceptiques. Il leur semble que le nouveau conteneur ne sera pas plus grand que les anciens et ne sera donc pas suffisant pour remplacer les trois conteneurs.



Problématique

Qui du conseil municipal ou des habitants a raison ?

a Analyser / Raisonner **Déterminez** le coefficient d'agrandissement permettant de passer des dimensions du petit conteneur au grand conteneur.

$$1 + \frac{45}{100} = 1,45. \text{ Donc, } k = 1,45.$$

b Analyser / Raisonner **Exprimez** les dimensions (L' , l' , h') du grand conteneur en fonction de celles (L , l , h) du petit conteneur.

$$L' = 1,45 L ; l' = 1,45 l \text{ et } h' = 1,45 h.$$

c Réaliser **Exprimez** le volume du grand conteneur en fonction du volume d'un ancien conteneur.

$$V' = L' \times l' \times h' = 1,45 L \times 1,45 l \times 1,45 h$$

$$V' = (1,45)^3 \times L \times l \times h \approx 3,05 V \text{ où } V \text{ est le volume d'un ancien conteneur.}$$

d Valider Communiquer **Répondez** à la problématique.

$$V' > 3V, \text{ car } 3,05 > 3, \text{ donc c'est le conseil municipal qui a raison.}$$

Exercices 8c et 9 page 144

JE FAIS LE POINT

- Lors d'un agrandissement ou d'une réduction de **rapport k** :
- les **longueurs** sont **multipliées par k** ;
- les **aires** des surfaces sont **multipliées par k^2** ;
- les **volumes** sont **multipliés par k^3** .
- Si $k > 1$, c'est un agrandissement.
- Si $k < 1$, c'est une réduction.

Exemple

Le solide A est un parallélépipède rectangle de dimensions L , l , h .

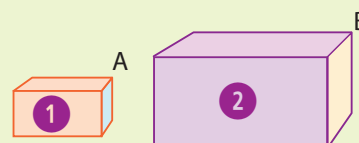
L'aire de la face ① vaut $L \times h$.

Le volume du solide A vaut $L \times l \times h$.

Le solide B est obtenu en multipliant toutes les dimensions du solide A par $k = 2$.

L'aire de la face ② vaut (2^2) fois l'aire de la face ①. $2L \times 2h = 2^2 \times L \times h$.

Le volume du solide B vaut (2^3) fois le volume du solide A. $2L \times 2l \times 2h = 2^3 \times L \times l \times h$.



Exercices



1 Cochez la bonne réponse parmi les trois propositions.

a. Les côtés d'un pavé droit mesurent 4 m, 1,25 m et 50 cm. Son volume vaut :

☐ 250 m³ ☐ 25 m³ ☒ 2,5 m³

b. La longueur d'un cercle de rayon 7 cm vaut :

☐ 49π cm ☐ 154 cm ☒ 14π cm

c. Si l'aire d'un disque est divisée par 25, alors le coefficient de réduction est :

☒ k = 0,2 ☐ k = 0,25 ☐ k = 0,5

d. Si on divise par 2 la largeur d'un rectangle, son aire est divisée par :

☒ 2 ☐ 4 ☐ 8



2 Répondez par « vrai » ou « faux » à chacune des affirmations suivantes et justifiez votre choix.

a. Les côtés d'un triangle rectangle mesurent 5 cm, 12 cm et 13 cm.

Affirmation : son aire est 78 cm².

☐ Vrai ☒ Faux

Les côtés de l'angle droit mesurent 12 cm et 5 cm. Donc, l'aire du triangle vaut :

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30 \text{ cm}^2.$$

b. Le rayon d'un disque de 18 cm² d'aire est doublé.

Affirmation : l'aire du nouveau disque est égale à 72 cm².

☒ Vrai ☐ Faux

Comme k = 2, l'aire du disque agrandi est multipliée par k² = 4.

$$\text{Soit } 4 \times 18 = 72 \text{ cm}^2.$$

Détermination de la longueur d'un cercle

3 Milla se trouve sur l'équateur et ses yeux sont à 1,50 m du sol. À l'équateur, le rayon de la Terre est de 6 378 km. En supposant que Milla puisse parcourir l'équateur, calculez la longueur parcourue par ses yeux. Arrondissez votre résultat au mètre.

$$p = 2\pi R \text{ avec } R = 6\,378,0015 ; p \approx 40\,074,165 \text{ km.}$$

Détermination de l'aire d'une surface

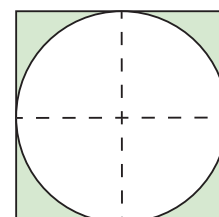
4 Le terrain de football idéal pour les finales de matchs internationaux mesure 105 m sur 68 m. Calculez l'aire de ce terrain.

$$A_{\text{terrain}} = 105 \times 68 = 7\,140 \text{ m}^2$$

5 Calculez l'aire de la partie coloriée inscrite dans un carré de 3,5 cm de côté. Arrondissez au mm².

$$A_{\text{carré}} = 3,5^2 ; A_{\text{disque}} = \pi \times 1,75^2$$

$$A_{\text{coloriée}} = A_{\text{carré}} - A_{\text{disque}} \approx 2,63 \text{ cm}^2$$



Détermination du volume d'un solide

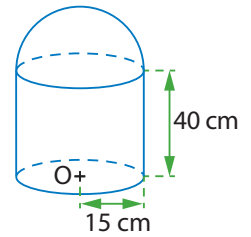
- 6** Une borne en béton antistationnement de 55 cm de hauteur est représentée ci-contre en perspective cavalière.

On rappelle : $V_{\text{cylindre}} = \pi R^2 h$; $V_{\text{boule}} = \frac{4\pi R^3}{3}$

a. Identifiez précisément les différents solides constituant ce modèle de borne.

La borne est constituée d'un cylindre de hauteur 40 cm et de rayon 15 cm

ainsi que d'une demi-sphère de rayon 15 cm.



b. Déterminez le volume de béton nécessaire pour fabriquer cette borne.

$$V_{\text{borne}} = \pi \times 15^2 \times 40 + \frac{1}{2} \times \frac{4\pi \times 15^3}{3} = 11\,250\pi$$

$$V_{\text{borne}} \approx 35\,343 \text{ cm}^3$$

- 7** Une boîte parallélépipédique a pour dimensions extérieures $L = 18 \text{ cm}$; $l = 9 \text{ cm}$; $h = 4,3 \text{ cm}$. L'épaisseur des différentes faces est $e = 3 \text{ mm}$. **Calculez** le volume intérieur de cette boîte.

L'intérieur de la boîte est également de forme parallélépipédique. Ses dimensions sont :

$$L' = 18 - 2 \times 0,3 = 17,4 \text{ cm} ; l' = 9 - 2 \times 0,3 = 8,4 \text{ cm} ; h' = 4,3 - 2 \times 0,3 = 3,7 \text{ cm}$$

$$\text{Le volume intérieur est : } V' = 17,4 \times 8,4 \times 3,7 = 540,792 \text{ cm}^3$$

Détermination de l'effet d'un agrandissement ou d'une réduction

- 8** Soit une sphère dont on multiplie le rayon par 0,75.

a. Est-ce un agrandissement ou une réduction ?

$k = 0,75 < 1$, donc c'est une réduction.

b. Par quel nombre est multipliée son aire ?

Son aire est multipliée par k^2 avec $k^2 = 0,75^2 = 0,5625$.

c. Par quel nombre est multiplié son volume ?

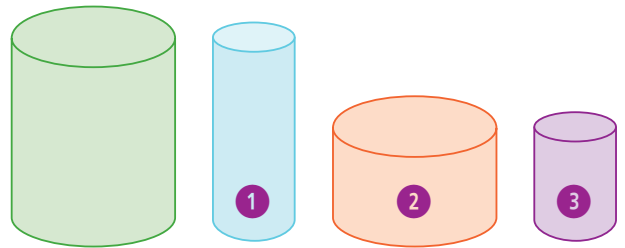
Son volume est multiplié par k^3 avec $k^3 = 0,75^3 = 0,421875$.

- 9** On dispose d'une boîte de conserve verte.

La boîte **1** est obtenue en réduisant le rayon de la boîte verte de moitié.

La boîte **2** est obtenue en réduisant la hauteur de la boîte verte de moitié.

La boîte **3** est obtenue en réduisant la hauteur et le rayon de la boîte verte de moitié.



a. Pour les boîtes 1, 2 et 3, par quel nombre est multipliée l'aire du couvercle par rapport à celle de la boîte verte ?

Boîte **1** : Par $k^2 = 0,25$, car le rayon du couvercle est diminué de moitié.

Boîte **2** : L'aire du couvercle est inchangée, car le rayon du couvercle est inchangé.

Boîte **3** : Par $k^2 = 0,25$, car le rayon du couvercle est diminué de moitié.

b. Pour les boîtes 1, 2 et 3, par quel nombre est multiplié le volume par rapport à celui de la boîte verte ?

Boîte **1** : Par $k^2 = 0,25$, car seule l'aire du couvercle est modifiée.

Boîte **2** : Par $k = 0,5$, car seule la hauteur est modifiée.

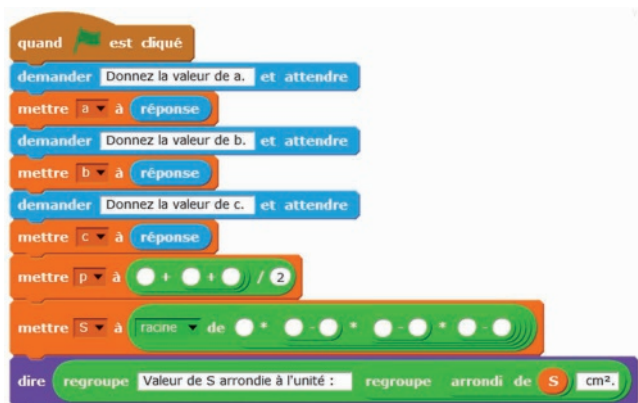
Boîte **3** : Par $k^3 = 0,125$, car toutes les dimensions de la boîte sont modifiées.

Problèmes

- 10** **Scratch** Héron d'Alexandrie (I^{er} s. après J.-C.) a exprimé, par une formule qui porte son nom, l'aire S d'un triangle dont les côtés ont pour longueur a , b et c :

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ où p est le demi-périmètre du triangle.

- Exprimez le demi-périmètre p du triangle en fonction de a , b et c .
- À l'aide de cette formule, calculez l'aire d'un triangle ABC dont les côtés mesurent $AB = 3$ cm, $BC = 4$ cm et $AC = 5$ cm.
- Vérifiez votre résultat avec la formule de l'aire d'un triangle.
- Le script ci-dessous permet de calculer le demi-périmètre du triangle ainsi que son aire à l'aide de la formule de Héron.

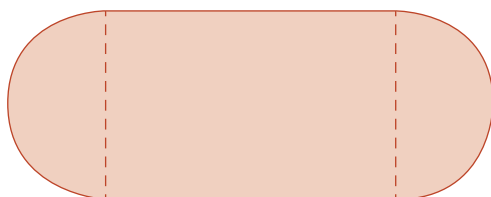


Ouvrez le fichier « **10_exercice10.sb2** ».

Complétez le script dans le fichier.

- Vérifiez à l'aide de ce script votre réponse à la question **b.**.
- Calculez, à l'aide de ce script, l'aire d'un triangle MNP dont les côtés mesurent $MN = 7$ cm, $NP = 9$ cm, $MP = 11$ cm.

- 11** Une citerne est formée d'un cylindre de longueur 5,6 m et de deux demi-sphères de diamètre 1,2 m.



- Déterminez le rayon de chacune des demi-sphères et déterminez le rayon de la base du cylindre.

- On doit peindre cette citerne. Calculez l'aire, en m^2 , de la citerne. On donne : $A_{\text{sphère}} = 4\pi R^2$.

- Calculez le volume, en m^3 , puis en litres, de la citerne.

Rappel : $1 m^3 = 1\,000 L$

- 12** Un rectangle a une longueur de 8 cm et une largeur de 6 cm. On augmente de 25 % sa longueur et on diminue de 25 % sa largeur.
- Le rectangle retrouve-t-il son périmètre et son aire initial ?

- 13** Les boules de bowling sont classées par catégories en fonction de leur masse exprimée en livres anglaises lb (ou pound).

Catégorie	Enfants			Femmes			Hommes			
Masse (lb)	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

Chaque boule de bowling a un diamètre constant de 21,6 cm. C'est la nature du matériau synthétique avec lequel la boule est fabriquée qui permet de faire varier la



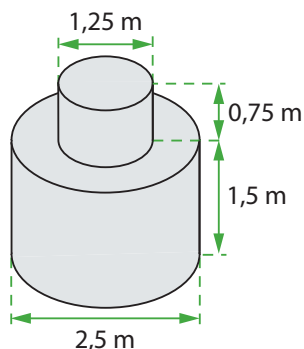
masse de la boule. On s'intéresse à une boule dont la masse volumique du matériau synthétique utilisé est $\rho = 0,96 \text{ g/cm}^3$. On cherche dans ce problème à déterminer si cette boule est prévue pour un enfant, une femme ou un homme.

- Déterminez le volume de cette boule.
- Déduisez-en le volume réel V sachant que les trous pour les doigts représentent 100 cm^3 .
- Déduisez de la question **b.** la masse M , en kg, de cette boule.
- Sachant que $1 \text{ lb} = 0,453\,592\,37 \text{ kg}$, quelle est la masse, en lb, de la boule ? Arrondissez le résultat à l'unité.
- Concluez sur le type de boule dont il s'agit.

Rappel :

la masse volumique est la grandeur physique qui caractérise la masse d'un matériau par unité de volume : $\rho = \frac{M}{V}$.

- 14 Une cuve est formée de deux cylindres dont voici les dimensions ci-contre :



a. Observez les dimensions des deux cylindres constitutifs de la cuve. Déduisez-en le rapport d'agrandissement entre le petit cylindre et le grand cylindre.

b. Calculez le volume du petit cylindre.

c. Déduisez des questions précédentes le volume du grand cylindre sans utiliser la formule du calcul du volume.

d. Déduisez-en le volume de la cuve.

- 15 Dans des événements rassemblant beaucoup de monde, des verres en plastique sont souvent utilisés. On trouve des verres à cocktail coniques en plastique. Hauteur : 15 cm, largeur : 10 cm. Contenance : 15,5 cL - rainure à 10 cL.

Le diamètre intérieur est 9,5 cm et la hauteur du cône de 8 cm.

On cherche à déterminer la position de la rainure sur le verre.



a. Schématisez le verre à cocktail de l'énoncé.

b. Le cône formé par le liquide est une réduction du verre conique. Rappelez l'effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur les volumes. Puis calculez le coefficient de réduction entre la contenance totale du verre et sa contenance prévue pour les cocktails.

c. Proposez une méthode permettant de déterminer la position de la rainure sur le verre.

d. Déduisez-en la position de la rainure sur le verre en mettant en œuvre la méthode de la question c.

Investigations

- 16 Les lingots d'or dits « Good Delivery » détenus comme réserve d'or par les banques centrales pèsent 12,4 kg. Un lingot d'or est représenté ci-dessous en perspective.

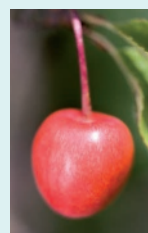
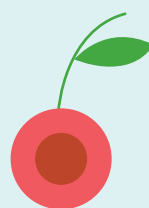


La face avant est constituée d'un trapèze de grande base 8 cm et de petite base 6,5 cm et de hauteur 3,7 cm. La profondeur du lingot est 24 cm. L'or constituant le lingot est pur à 99,95 %.

La masse volumique de l'or est $\rho_{\text{or}} = 19,27 \text{ g/cm}^3$.

Problématique > Est-ce que ce lingot est bien un lingot « Good Delivery » ?

- 17 La chair d'une cerise entoure son noyau d'une couche de même épaisseur que celui-ci. Par exemple, une cerise de 14 mm de diamètre a un noyau de 7 mm de diamètre.



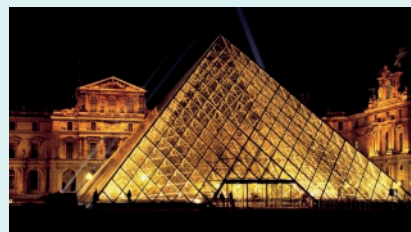
DÉFI

Essayez de répondre à la problématique mentalement.

On considère que le noyau et la cerise sont de forme sphérique.

Problématique > De combien de fois le volume de la chair de la cerise est supérieur au volume de son noyau ?

- 18 L'architecte Ieoh Ming Pei a conçu la pyramide du Louvre comme étant une réduction de la pyramide de Kheops en Égypte.



La pyramide du Louvre est une pyramide régulière à base carrée de 35,42 m de côté et de 21,64 m de hauteur.

La pyramide de Kheops est aussi une pyramide régulière à base carrée de 230 m de côté et de 140 m de hauteur.

Problématique > Comment prouver que Ieoh Ming Pei s'est bien inspiré de la pyramide de Kheops pour concevoir celle du Louvre ?

Compétences	Attendus	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✓	✓	✓
S'approprier	J'identifie les données de l'énoncé correspondant aux dimensions de la table.	1a			
Analyser/Raisonner	Je propose une méthode de résolution adaptée.	2a			
Réaliser	Je calcule la longueur de la bande de protection.	1a			
	Je calcule l'aire du plateau.	1b			
	Je calcule le volume de résine nécessaire.	1c			
	J'effectue les calculs nécessaires.	2b			
Valider	Je compare le résultat aux propositions des apprentis.	2c			
Communiquer	J'explique ma démarche au professeur.	2c			
	Je rédige la conclusion en employant le vocabulaire correct.	2c			

EXERCICE 1

Léa veut remplacer le plateau de sa table de jardin qui est cassé. Elle veut le faire en résine pour sa légèreté. Elle veut également le recouvrir d'une mosaïque et garnir le tour d'une bande de protection en gomme molle.

Le plateau de la table de jardin est un cylindre de diamètre 120 cm et de hauteur 3 cm.



a **S'approprier** **Réaliser** **Calculez** la longueur minimum de bande de protection que doit prévoir Léa.

Arrondissez au millimètre.

$p = 2\pi R$ avec pour rayon du plateau de la table de jardin 60 cm (120 / 2).

$p = 2\pi \times 60 = 120\pi \approx 376,99$ cm. Léa doit prévoir une bande de protection de 377 cm.

b **Réaliser** **Calculez** l'aire du plateau à recouvrir. **Arrondissez** au cm^2 .

$A = \pi R^2 = \pi \times 60^2 = 3\,600\pi \approx 11\,309,73$ cm^2 .

L'aire du plateau à recouvrir vaut 11 310 cm^2 .

c **Réaliser** **Calculez** le volume minimum de résine que Léa doit prévoir. **Arrondissez** au cm^3 .

$V = \pi R^2 h = \pi \times 60^2 \times 3 = 10\,800\pi \approx 33\,929,2$ cm^3 .

Le volume de résine à prévoir vaut 33 929 cm^3 .

EXERCICE 2

Soraya fait des pièces montées pour des fêtes de famille et des mariages. Le modèle classique est constitué de trois étages de même épaisseur et est prévu pour 29 personnes. Le premier étage, prévu pour 4 personnes, est un cylindre de rayon R , le second étage de rayon $1,5R$ et le troisième étage de rayon $2R$.

Elle reçoit une commande pour une pièce montée de 100 personnes. Elle demande à ses deux apprentis si le fait de doubler le rayon est suffisant. L'un répond que cela sera insuffisant, car la pièce montée permettra de faire 58 parts ; l'autre répond que cela sera suffisant et qu'en plus il y aura du « rab » !



Problématique

Lequel des deux apprentis a raison ?

a Analyser / Raisonner Proposez une méthode permettant de répondre à la problématique.

On détermine l'effet de l'agrandissement du rayon d'un étage de la pièce montée.

On en déduit l'effet sur la pièce montée.

Puis on compare le nombre de parts obtenues avec la proposition de chaque apprenti.

On conclut.



Appeler le professeur pour lui expliquer votre méthode.

b Réaliser Mettez en œuvre votre méthode.

Sur proposition de Soraya, on double le rayon ; donc on agrandit la pièce montée d'un coefficient $k = 2$.

L'agrandissement du rayon multiplie l'aire de chaque étage par k^2 . Soit $k^2 = 2^2 = 4$.

Chaque étage a une aire quadruple du modèle classique. La pièce montée aura donc une aire quadruple du modèle classique et on pourra faire quatre fois plus de parts.

$4 \times 29 = 116$. La nouvelle pièce montée permettra d'obtenir 116 parts.

$116 \neq 58$ et $116 > 100$.

c Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Comme il est possible de faire plus de 100 parts, c'est l'apprenti qui répond « il y aura du rab » qui a raison.

Évaluation 1

Une peinture de qualité

> Chapitres traités : 1 • 3 • 6 / Durée : 45 min

Nom

Prénom

Classe Date

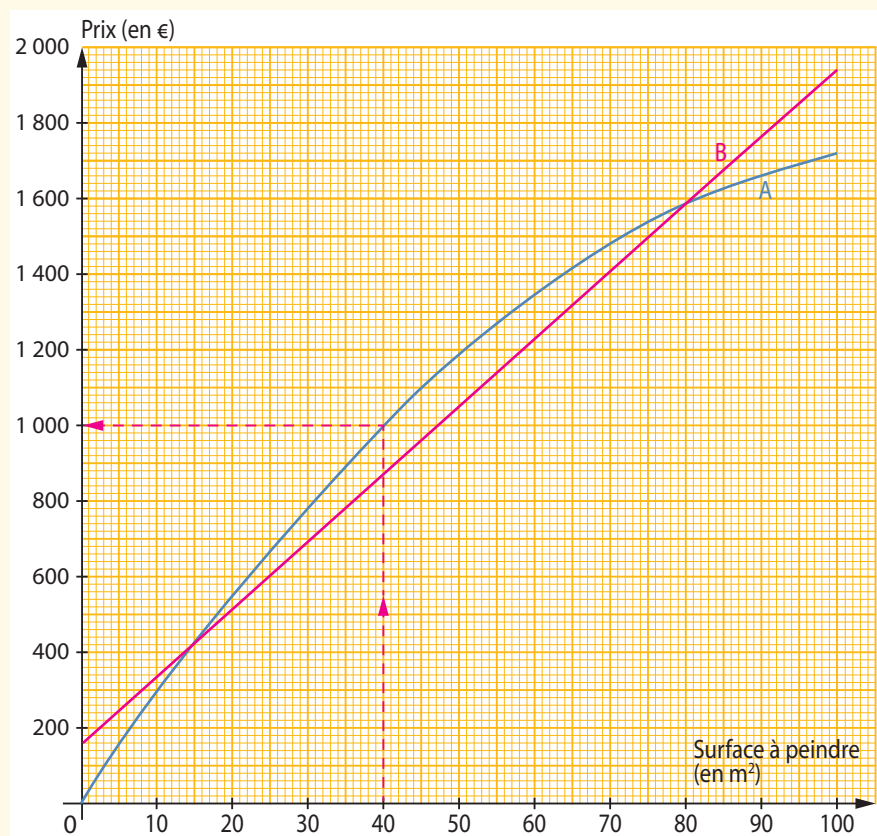
Vie sociale & loisirs

Situation 1

Mathieu doit réaliser des travaux de peinture dans sa maison. Il étudie les tarifs de deux entreprises, les entreprises A et B.

Entreprise A

Le graphique ci-dessous représente le prix, en euros, demandé par l'entreprise A en fonction du nombre de mètres carrés à peindre.



S'approprier		
✓	✓	✓
Valider		
✓	✓	✓
Communiquer		
✓	✓	✓

a Lisez graphiquement le prix pour 40 m². Laissez les traits de lecture.

Le prix pour 40 m² à peindre est environ 1 000 €.

b Le prix est-il proportionnel au nombre de mètres carrés à peindre ? Justifiez.

Le graphique qui représente la situation passe par l'origine, mais n'est pas une droite. Donc le prix à payer n'est pas proportionnel au nombre de mètres carrés à peindre.

La courbe de la page précédente est la représentation graphique de la fonction f qui donne, pour l'entreprise A, le prix y (en €) en fonction du nombre x de m^2 à peindre. La fonction f est définie par $f(x) = -0,125x^2 + 29,875x$ sur l'intervalle $[0 ; 100]$.

Analyser/
Raisonnement


✓ ✓ ✓

c Complétez à l'aide du graphique. Les résultats attendus sont des valeurs approchées « au mieux ».

$f(20) \approx 550$; $f(64) \approx 1\,400$. L'image de 30 par f est : 780. Un antécédent de 1 000 est 40.

Réaliser

✓ ✓ ✓

d  **Complétez** le tableau de valeurs ci-dessous de la fonction f à l'aide de la fonction Table de la calculatrice ou d'un tableur.

x	0	20	40	60	80	100
$f(x)$	0	547,5	995	1 342,5	1 590	1 737,5

Entreprise B

L'entreprise B facture son travail 18 € le m^2 , plus un forfait de 150 €.

Réaliser

✓ ✓ ✓

e Calculez la somme facturée pour une surface peinte de $60 m^2$.

$18 \times 60 + 150 = 1\,230$. L'entreprise B facture 1 230 €.

On note g la fonction qui donne le prix demandé par l'entreprise B en fonction du nombre x de m^2 à peindre. La fonction g est définie sur l'intervalle $[0 ; 100]$.

Valider

✓ ✓ ✓

f Cochez la réponse exacte.

☐ $g(x) = 18x$

☒ $g(x) = 18x + 150$

☐ $g(x) = 18x - 150$

Valider

✓ ✓ ✓

g La fonction g est-elle une fonction affine ? **Justifiez.** La fonction g est une fonction affine, car son expression algébrique est de la forme $ax + b$ avec $a = 18$ et $b = 150$.

Analyser/
Raisonnement

✓ ✓ ✓


h **Donnez** le sens de variation de la fonction g . **Justifiez.**

La fonction affine g est croissante, car le coefficient a est positif.

Comparaison des tarifs des entreprises A et B

Réaliser

✓ ✓ ✓

i  **Représentez** sur le même graphique les courbes représentatives des fonctions f et g .

Méthode au choix : papier, calculatrice, logiciel.

Voir graphique page précédente et voir fichier « eval1_questioni_C.ggb ».

Valider

✓ ✓ ✓

j À l'aide de ce graphique, **dites** pour quel(s) nombre(s) de m^2 à peindre le prix facturé par les deux entreprises est le même.

Le prix facturé par les deux entreprises est le même pour $15 m^2$ et pour $80 m^2$. Ce sont les abscisses des deux points d'intersection des deux courbes.

Valider

✓ ✓ ✓

k Mathieu estime la surface à peindre à $90 m^2$. **Indiquez** l'entreprise la moins chère. **Justifiez.**

$f(90) = 1\,676,2$; $g(90) = 1\,770$.

L'entreprise A est un peu moins chère que l'entreprise B, car $1\,676,2 < 1\,770$.

Situation 2

Une entreprise produit des pots de peinture de contenance 3 L, soit 300 cL. Melvin, responsable de la qualité, contrôle la quantité de peinture par pot sur un échantillon de 200 pots.

Quantité de peinture (en cL)	297	298	299	300	301	302	303
Nombre de pots	6	12	34	64	50	20	14



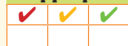
Melvin considère que la qualité est satisfaisante si les trois conditions suivantes sont remplies :

- la quantité moyenne est supérieure à 299 cL ;
- la quantité médiane est égale à 300 cL ;
- l'écart interquartile $Q_3 - Q_1$ est strictement inférieur à 2 cL.

Problématique

La qualité de la production est-elle satisfaisante ?

S'approprier

Analyser/
Raisonner

a Proposez une méthode permettant de répondre à la problématique.

.. On détermine la moyenne, la médiane et les quartiles Q_1 et Q_3 en utilisant les fonctions statistiques de la calculatrice ou à l'aide d'un tableur.

.. Puis on calcule l'écart interquartile $Q_3 - Q_1$.

.. On regarde ensuite si les valeurs obtenues pour les différents indicateurs respectent les conditions données.

⚠ Appelez le professeur pour lui expliquer votre méthode.

b Mettez en œuvre votre méthode.

$\bar{x} = 300,28 \text{ cL} > 299 \text{ cL}$. La moyenne est supérieure à 299 cL. La première condition est donc remplie.

$Me = 300 \text{ cL}$. La médiane est égale à 300 cL. La deuxième condition est donc remplie.

$Q_1 = 299$; $Q_3 = 301$; $Q_3 - Q_1 = 2$. L'écart interquartile n'est pas strictement inférieur à 2. La troisième condition n'est donc pas remplie.

c Répondez à la problématique.

Les deux premières conditions sont remplies, mais pas la troisième.

La qualité de la production n'est donc pas satisfaisante.


Communiquer



1. Liste des capacités, connaissances et attitudes évaluées

Capacités	<ul style="list-style-type: none"> • Reconnaître une situation de proportionnalité. • Utiliser une calculatrice ou un tableur pour obtenir un tableau de valeurs d'une fonction ou la représentation graphique d'une fonction donnée. • Exploiter une représentation graphique d'une fonction. • Représenter une fonction affine. • Déterminer le sens de variation d'une fonction affine. • Pour une série statistique donnée, déterminer les indicateurs de tendance centrale et les indicateurs de dispersion à l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur.
Connaissances	<ul style="list-style-type: none"> • Vocabulaire sur les fonctions. • Fonction affine : sens de variation, représentation graphique. • Indicateurs de tendance centrale : moyenne et médiane. • Indicateurs de dispersion : quartiles.
Attitudes	<ul style="list-style-type: none"> • Goût de chercher et de raisonner • Rigueur et précision • Esprit critique

2. Évaluation

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✓	✓	✓
S'approprier	<ul style="list-style-type: none"> • Rechercher, extraire et organiser l'information. 	1a 2a			
Analyser / Raisonner	<ul style="list-style-type: none"> • Émettre une conjecture, une hypothèse. • Proposer une méthode de résolution, un protocole expérimental. 	1c 1h 2a			
Réaliser	<ul style="list-style-type: none"> • Choisir une méthode de résolution, un protocole expérimental. • Exécuter une méthode de résolution, expérimenter, simuler. 	1d 1e 1i 2b			
Valider	<ul style="list-style-type: none"> • Contrôler la vraisemblance d'une conjecture, d'une hypothèse. • Critiquer un résultat, argumenter. 	1b 1f 1g 1j 1k 2b			
Communiquer	<ul style="list-style-type: none"> • Rendre compte d'une démarche, d'un résultat, à l'oral ou à l'écrit. 	 1b 1k 2c			
			/10		

Évaluation 2

Des groupes sanguins à la Lune

> Chapitres traités : 2 • 3 / Durée : 45 min

Nom

Prénom

Classe Date

Prévention,
Santé
et Sécurité

Situation 1

Le sang humain se classe en quatre groupes distincts : A, B, AB et O.

En 2017, la répartition de ces groupes dans la population mondiale est la suivante.

Groupe	A	B	AB	O	TOTAL
Nombre de personnes (en milliards)	3	0,75	0,375	3,375	7,5

Dans un village reculé d'Australie, on a trouvé, sur 50 habitants, 29 personnes du groupe O.



Réaliser



S'approprier



Réaliser



a Complétez la dernière colonne du tableau et **donnez** la signification de ce résultat pour l'année 2017.

En 2017, la population mondiale était de 7,5 milliards de personnes.

b Déterminez les fréquences f_A , f_B , f_{AB} et f_O de chacun des groupes sanguins A, B, AB et O. **Écrivez** le détail de vos calculs.

$$f_A = 3 / 7,5 = 0,4 \text{ soit } 40 \%$$

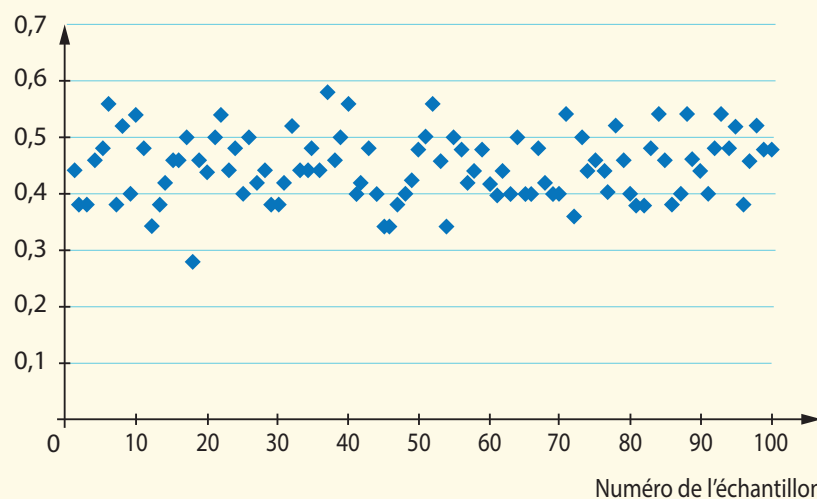
$$f_{AB} = 0,375 / 7,5 = 0,05 \text{ soit } 5 \%$$

$$f_B = 0,75 / 7,5 = 0,1 \text{ soit } 10 \%$$

$$f_O = 3,375 / 7,5 = 0,45 \text{ soit } 45 \%$$

c On simule le prélèvement aléatoire d'échantillons de taille 50 dans une population où la fréquence de personnes du groupe O est égale à 0,45. Les fréquences d'apparition des personnes du groupe O sont présentées dans le graphique suivant.

Fréquence d'apparition des personnes du groupe O



Analyser/ Raisonner

✓	✓	✓
---	---	---

S'approprier

✓	✓	✓
---	---	---

Valider

✓	✓	✓
---	---	---

Valider

✓	✓	✓
---	---	---

Réaliser

✓	✓	✓
---	---	---

Valider

✓	✓	✓
---	---	---

Communiquer

✓	✓	✓
---	---	---

Expliquez pourquoi la taille des échantillons est égale à 50 et pourquoi on a choisi une fréquence d'apparition de personnes du groupe O égale à 0,45.

Dans le village reculé d'Australie, on a réalisé une étude sur 50 habitants d'où une taille d'échantillon égale à 50. Et dans la population mondiale, on a montré que la fréquence de personnes du groupe O est égale à 0,45.

d **Cochez** le nombre d'échantillons qui ont été prélevés :

☐ 45 ☐ 50 ☒ 100

e **Cochez** la ligne d'instruction qui permet, avec un tableur, de simuler le prélèvement aléatoire d'échantillons de taille 50 dans une population où la fréquence de personnes du groupe O est égale à 0,45.

☒ =ENT(ALEA()+0,45) ☐ =ENT(ALEA()+0,50) ☐ =ENT(0,45*ALEA())

f En vous aidant du graphique, **reliez** chaque fréquence f de personnes du groupe O au terme qui convient.

$f \approx 0,43$	•	•	Très inhabituel (moins de 2 fois)
$f \approx 0,56$	•	•	Inhabituel (moins de 5 fois)
$f \approx 0,28$	•	•	Habituel (plus de 10 fois)

g **Calculez** la fréquence $f_{\text{Australie}}$ de personnes du groupe O dans ce village d'Australie.

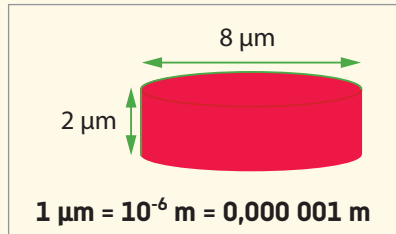
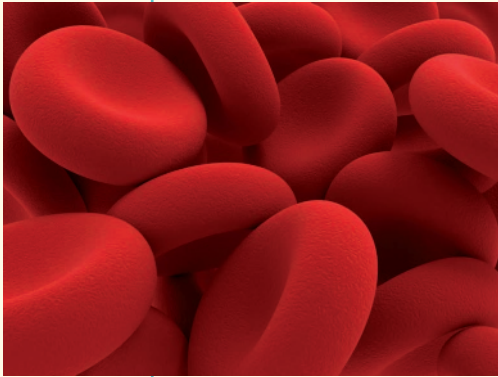
$f_{\text{Australie}} = 29 / 50 = 0,58 = 58\%$

h Comment peut-on qualifier la fréquence observée dans ce village d'Australie ?

On peut dire que la fréquence observée dans ce village d'Australie est très inhabituelle.

Situation 2

Le sang circule dans les artères et les veines sous l'impulsion du cœur. Il irrigue tous les tissus de l'organisme. Le corps d'un adulte contient en moyenne 5 L de sang. Les globules rouges transportent l'oxygène des poumons vers les tissus et captent le dioxyde de carbone. Il y a 5 millions de globules rouges par mm^3 de sang.



$1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m} = 0,000\,001 \text{ m}$
▲ Doc. 1 Dimensions d'un globule rouge

$1 \text{ L} = 1\,000\,000 \text{ mm}^3$

▲ Doc. 2 Conversion



Rayon : $R \approx 1\,750 \text{ km}$
Circonférence : $C = 2\pi R$

▲ Doc. 3 Dimensions de la Lune

Problématique

Si on empilait tous les globules rouges contenus dans le sang d'un adulte les uns sur les autres, quelle hauteur obtiendrait-on en kilomètres ? Combien de fois cette hauteur représente-t-elle la circonférence de la Lune ?

S'approprier		
✓	✓	✓
Analyser/Raisonner		
✓	✓	✓

Réaliser		
✓	✓	✓

Valider		
✓	✓	✓
Communiquer		
✓	✓	✓

a Proposez une méthode permettant de répondre à la problématique.

1. Calculer le nombre de globules rouges dans le sang.
2. Calculer la hauteur en m, puis en km de ces globules ($2 \mu\text{m}$ de hauteur pour 1 globule).
3. Calculer, en km, la circonférence de la Lune en utilisant la formule $C = 2\pi R$.
4. Calculer le coefficient multiplicateur entre la hauteur des globules et la circonférence de la Lune.

⚠ **Appelez** le professeur pour lui expliquer votre méthode.

b Mettez en œuvre votre méthode.

1. Dans notre corps, il y a 5 L de sang soit $5 \times 1\,000\,000 = 5\,000\,000 \text{ mm}^3$ de sang et il y a 5 000 000 globules rouges par mm^3 de sang, d'où : $5\,000\,000 \times 5\,000\,000 = 25\,000\,000\,000\,000 = 2,5 \times 10^{13}$; il y a $2,5 \times 10^{13}$ globules rouges dans les 5 L de sang d'un adulte.
2. La hauteur d'un globule rouge est de $2 \mu\text{m} = 2 \times 10^{-6} \text{ m}$ d'où : $2,5 \times 10^{13} \times 2 \times 10^{-6} = 50\,000\,000 \text{ m}$; les globules rouges représentent une hauteur de 50 000 000 m soit 50 000 km.
3. $C = 2\pi R = 2 \times \pi \times 1\,750 \approx 10\,996 \text{ km}$. La circonférence de la Lune est d'environ 10 996 km.
4. $50\,000 / 10\,996 \approx 4,5$. Le rapport entre la hauteur des globules et la circonférence de la Lune est égal à environ 4,5.


c Répondez à la problématique.

Si on empilait tous les globules rouges contenus dans le sang d'un adulte les uns sur les autres, on obtiendrait une hauteur de 50 000 km soit à peu près 4,5 fois la circonférence de la Lune.

1. Liste des capacités, connaissances et attitudes évaluées

Capacités	<ul style="list-style-type: none"> • Faire preuve d'esprit critique face à une situation aléatoire simple. • Résoudre un problème dans une situation de proportionnalité clairement identifiée. • Utiliser les TIC pour traiter des problèmes de proportionnalité.
Connaissances	<ul style="list-style-type: none"> • Tirage au hasard de n éléments dans une population où la fréquence p relative à un caractère est connu. • Proportions.
Attitudes	<ul style="list-style-type: none"> • Goût de chercher et de raisonner • Rigueur et précision • Esprit critique

2. Évaluation

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✓	✓	✓
S'approprier	<ul style="list-style-type: none"> • Rechercher, extraire et organiser l'information. 	1b 1d 2a			
Analyser / Raisonner	<ul style="list-style-type: none"> • Émettre une conjecture, une hypothèse. • Proposer une méthode de résolution, un protocole expérimental. 	1c 2a			
Réaliser	<ul style="list-style-type: none"> • Choisir une méthode de résolution, un protocole expérimental. • Exécuter une méthode de résolution, expérimenter, simuler. 	1a 1b 1g 2b			
Valider	<ul style="list-style-type: none"> • Contrôler la vraisemblance d'une conjecture, d'une hypothèse. • Critiquer un résultat, argumenter. 	1e 1f 1h 2c			
Communiquer	<ul style="list-style-type: none"> • Rendre compte d'une démarche, d'un résultat, à l'oral ou à l'écrit. 	1h  2c			
			/10		

Évaluation 3

Du pluviomètre au château d'eau

> Chapitres traités : 6 • 9 • 10 / Durée : 45 min

Nom

Prénom

Classe Date



Développement durable

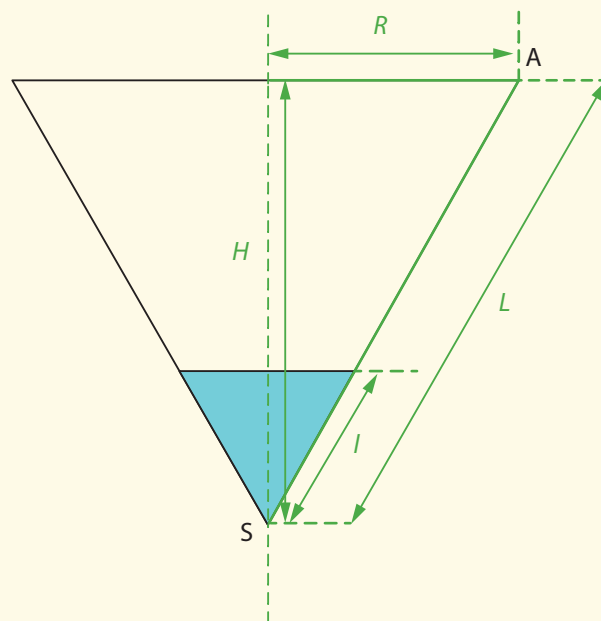
Situation 1

Malik construit un pluviomètre à partir d'un cône en plastique translucide de rayon $R = 10$ cm et de hauteur $H = 24$ cm. Une génératrice d'un cône est un segment qui joint le sommet S du cône et un point A du cercle de la base du cône. Malik gradue la génératrice SA du cône à l'aide d'une règle graduée en millimètres.

Volume d'eau de pluie dans le cône

Le schéma ci-contre représente le pluviomètre de Malik.

Il a plu et Malik veut mesurer le volume d'eau de pluie recueilli par le pluviomètre. Il contient de l'eau jusqu'à une graduation l sur la génératrice du cône à 10 cm du point S .



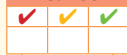
S'approprier



Réaliser



Réaliser



a Calculez la longueur L de la génératrice du cône.

À l'aide du théorème de Pythagore, on obtient

$$L = \sqrt{H^2 + R^2} = \sqrt{24^2 + 10^2}$$

$$L = 26 \text{ cm.}$$

b Calculez, en cm^3 , le volume $V_{\text{cône}}$ du cône. Arrondissez au centième.

$$\text{On donne : } V_{\text{cône}} = \frac{\pi \times R^2 \times H}{3}$$

$$V_{\text{cône}} = \frac{\pi \times 10^2 \times 24}{3} = 800\pi \approx 2\,513,27 \text{ cm}^3.$$

Réaliser

- c Le coefficient de réduction k permettant de passer du cône représentant le pluviomètre au cône représentant l'eau contenue dans le pluviomètre vaut $\frac{5}{13}$.

Déduisez-en le volume V_{eau} d'eau contenue dans le pluviomètre. Arrondissez au centième de cm^3 .

L'effet de la réduction sur le volume vaut k^3 .

$$\text{Donc } V_{\text{eau}} = k^3 \times V_{\text{cône}} = \left(\frac{5}{13}\right)^3 \times V_{\text{cône}} \quad V_{\text{eau}} = \left(\frac{5}{13}\right)^3 \times 800\pi \approx 142,99 \text{ cm}^3.$$

Hauteur d'eau de pluie

La quantité d'eau de pluie tombée correspond à l'épaisseur d'eau recouvrant la surface du sol durant un intervalle de temps donné. Elle se mesure généralement en millimètres d'eau. Si l'on prend un pluviomètre de forme cylindrique, on peut directement lire cette hauteur h d'eau de pluie, mais la lecture est moins précise qu'avec un pluviomètre de forme conique.

Pour un pluviomètre de forme conique, la hauteur h de précipitation, en mm, se calcule à l'aide de la formule $h = \frac{l^3 \times H}{3L^3} \times 10$.

S'approprier

- d Pour le pluviomètre de Malik, de hauteur $H = 24 \text{ cm}$ et de génératrice $L = 26 \text{ cm}$, calculez, en mm, pour $l = 10 \text{ cm}$ la hauteur d'eau de pluie tombée. Arrondissez au dixième.

$$h = \frac{10^3 \times 24}{3 \times 26^3} \times 10 \approx 4,6 \text{ mm}.$$

La hauteur d'eau de pluie tombée est 4,6 mm.

Réaliser

- e Malik construit une table de correspondance arrondie au dixième, à partir de l'expression donnée à la question d., entre l et h pour quelques valeurs de l .

Complétez le tableau de correspondance ci-dessous à l'aide de la fonction Table de la calculatrice.

l (en cm)	8	10	12	14	16	18	20	22	24
h (en mm)	2,3	4,6	7,9	12,5	18,6	26,5	36,4	48,5	62,9

Comparaison avec un relevé de la station météorologique de proximité

Pour que le pluviomètre soit fiable, il faut le placer de telle sorte qu'il recueille l'eau de pluie sans être gêné par son environnement proche.

- f Une station météorologique proche de chez Malik indique qu'il est tombé 12 mm de pluie. Pour ce même jour, Malik a relevé une valeur de 11,2 cm pour l .

Malik doit-il choisir un nouvel emplacement pour son pluviomètre ?

Le tableau de correspondance nous indique que pour une valeur de 12 cm de l , soit plus que la valeur relevée par Malik, cela correspond à une hauteur de pluie de 7,9 mm.

Ce qui correspond à une différence importante avec les 12 mm de pluie relevés par la station météorologique.

Donc Malik doit choisir un nouvel emplacement qui permettra de mieux recueillir l'eau tombée.

Valider

Communiquer

Situation 2

Trois communes souhaitent contribuer à l'implantation d'un nouveau château d'eau pour protéger les pompes de la station d'assainissement et faire face aux demandes exceptionnelles. Chacune aimerait que cela soit sur son territoire. Avant d'aller plus avant dans ce projet d'aménagement, les maires souhaitent connaître l'emplacement idéal de ce château d'eau qui lui permettrait d'être à égale distance des trois mairies.



Les mairies des trois communes forment un triangle ABC tel que :

- la commune A est à 10 km de la commune B et à 7,5 km de la commune C,
- la commune B est à 8 km de la commune C.

Problématique

Comment déterminer l'emplacement idéal du château d'eau pour les trois communes ?

S'approprier

✓	✓	✓
---	---	---

Analyser/
Raisonner

✓	✓	✓
---	---	---

Réaliser

✓	✓	✓
---	---	---

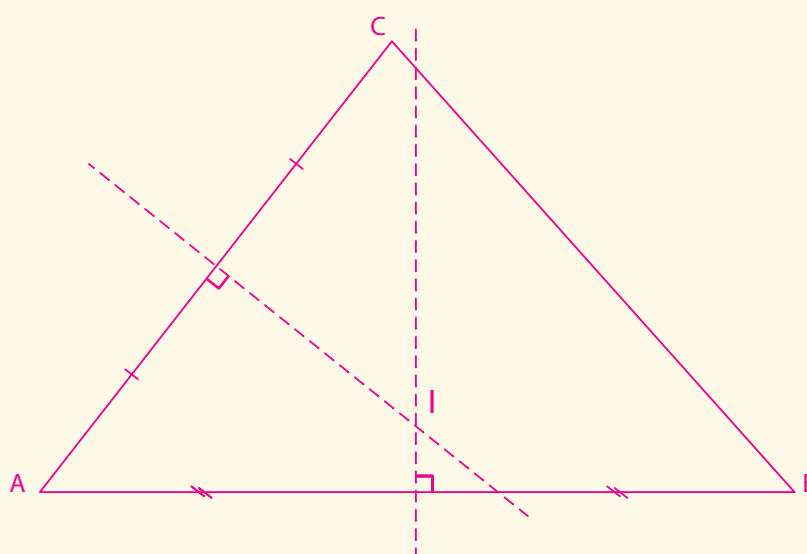
- a Proposez** une méthode permettant de répondre à la problématique.

On trace le triangle ABC à l'échelle 1/100 000.

Le château d'eau est à égale distance des trois mairies. L'ensemble des points à égale distance des extrémités d'un segment se trouve sur la médiatrice de ce segment. Donc, on obtient l'emplacement idéal du château d'eau en traçant deux des trois médiatrices des côtés du triangle ABC.

- Appellez** le professeur pour lui expliquer votre méthode.

- b Mettez** en œuvre votre méthode.



- c Répondez** à la problématique.

Le château d'eau doit être placé au point d'intersection I des médiatrices du triangle ABC du schéma précédent.


Communiquer

✓	✓	✓
---	---	---

1. Liste des capacités, connaissances et attitudes évaluées

Capacités	<ul style="list-style-type: none"> • Utiliser les théorèmes et les formules pour : <ul style="list-style-type: none"> – calculer la longueur d'un segment ; – calculer le volume d'un solide. • Déterminer les effets d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs, les aires et les volumes. • Utiliser une calculatrice ou un tableur grapheur pour obtenir, sur un intervalle : <ul style="list-style-type: none"> – l'image d'un nombre réel par une fonction donnée (valeur exacte ou arrondie) ; – un tableau de valeurs d'une fonction donnée (valeurs exactes ou arrondies).
Connaissances	<ul style="list-style-type: none"> • Solides usuels : le cylindre droit, le cône de révolution. • Le théorème de Pythagore. • Droites particulières dans le triangle.
Attitudes	<ul style="list-style-type: none"> • Goût de chercher et de raisonner • Rigueur et précision • Esprit critique

2. Évaluation

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			✓	✓	✓
S'approprier	<ul style="list-style-type: none"> • Rechercher, extraire et organiser l'information. 	1a 1d 2a			
Analyser / Raisonner	<ul style="list-style-type: none"> • Émettre une conjecture, une hypothèse. • Proposer une méthode de résolution, un protocole expérimental. 	2a			
Réaliser	<ul style="list-style-type: none"> • Choisir une méthode de résolution, un protocole expérimental. • Exécuter une méthode de résolution, expérimenter, simuler. 	1a 1b 1c 1d 1e 2b			
Valider	<ul style="list-style-type: none"> • Contrôler la vraisemblance d'une conjecture, d'une hypothèse. • Critiquer un résultat, argumenter. 	1f			
Communiquer	<ul style="list-style-type: none"> • Rendre compte d'une démarche, d'un résultat, à l'oral ou à l'écrit. 	 1f 2c			
			/10		

LES NOUVEAUX

CAHIERS

Maths

Bac
Pro 2^{de}

Corrigé des problèmes

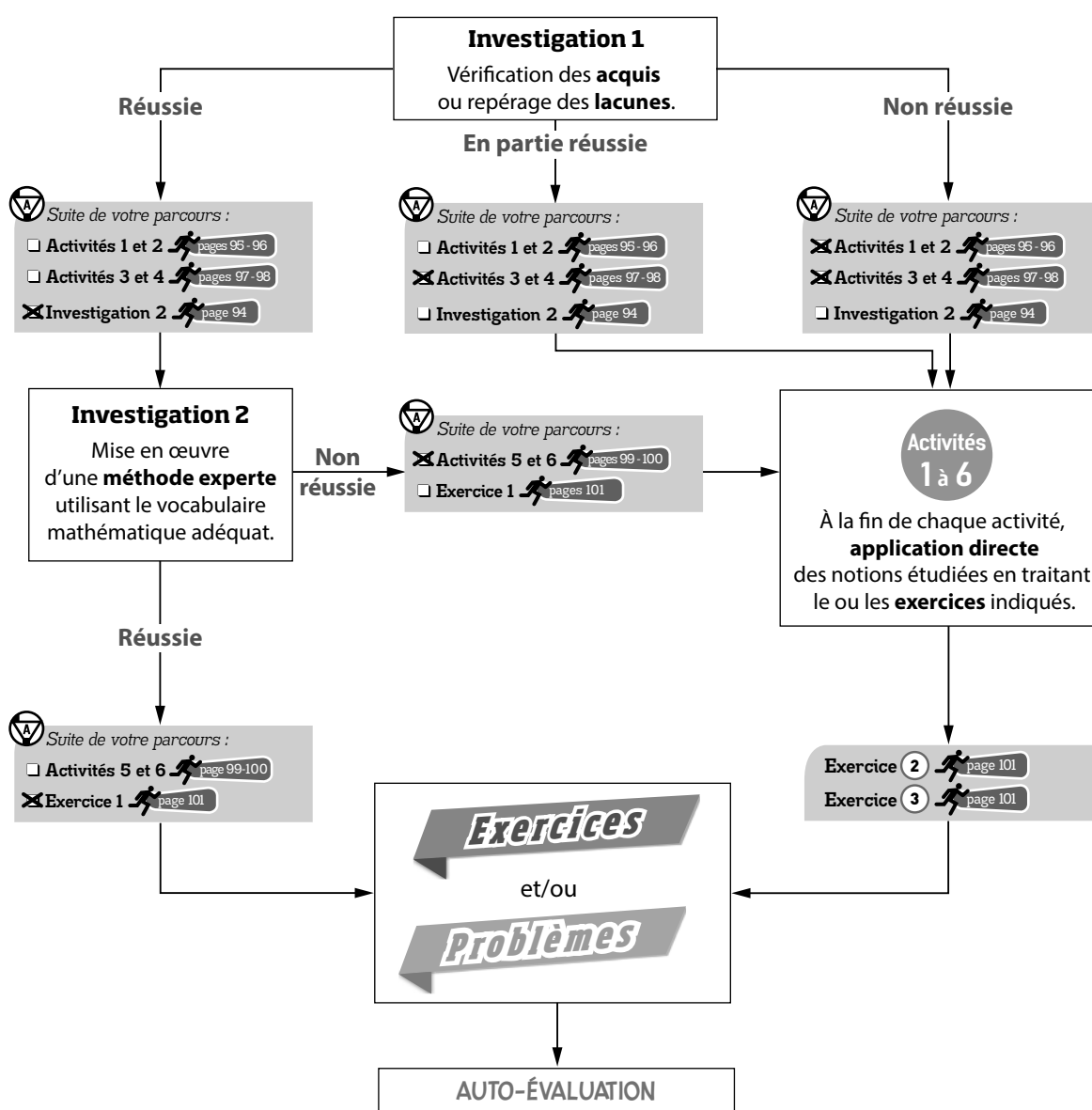


Comment personnaliser le parcours des élèves ?

Ce livre offre aux professeurs la **possibilité de différencier le travail** des élèves, il permet ainsi de mieux répondre à leurs attentes quant à la gestion d'un groupe classe hétérogène. Mais il peut aussi être utilisé de façon classique, selon les habitudes de chacun.

Le professeur peut proposer à l'élève un travail **adapté à son niveau**. Chaque encart « Suite de votre parcours » mène à des activités ou des investigations permettant de travailler sur des capacités encore non abordées, en cours d'acquisition ou non acquises.

Exemple de progression à l'intérieur d'un chapitre



Chapitre 1 Graphiques et indicateurs statistiques

7 a.

Tarif (en euros)	Nombre de familles
]150 ; 200]	4
]200 ; 250]	8
]250 ; 300]	16
]300 ; 350]	12
]350 ; 400]	8
]400 ; 450]	2
]450 ; 500]	4
Total	54

b. 16 familles dépensent entre 250 et 300 euros pour faire garder leur enfant.

c. 22,2 % des familles paient moins de 250 euros par mois pour la garde de leur enfant.

$$\frac{4+8}{54} \times 100 = 22,2$$

d. Le montant mensuel moyen peut être estimé à : $\bar{x} \approx 306,48$ € en affectant à chaque classe la valeur du centre de classe.

e. Il y a 40 familles qui payent moins de 350 € par mois ($4 + 8 + 16 + 12$), ce qui correspond à 74 %.

$$\frac{40}{54} \times 100 = 74$$

Trois quarts correspondent à 75 % ; ici il n'y a que 74 % au lieu de 75 %. Donc Madame Lenfan a tort puisqu'il y a moins de 75 % des familles qui paient moins de 350 € par mois pour faire garder leur enfant à la crèche.

8 a. Cette semaine Louka a vendu 21 radiateurs : $2 + 8 + 6 + 1 + 4 = 21$.

Le prix moyen des radiateurs vendus est : 246,14 €. Louka a bien vendu plus de 20 radiateurs cette semaine avec un prix moyen de vente supérieur à 200 €, il va donc toucher une prime.

b. La prime s'élève à 2 % du montant des ventes.

Montant total des ventes :

$$2 \times 159 + 8 \times 199 + 6 \times 259 + 1 \times 309 + 4 \times 349 = 5\,169, \text{ soit } 5\,169 \text{ euros}$$

$$\text{Montant de la prime : } 5\,169 \times \frac{2}{100} = 103,38$$

Louka va toucher une prime de 103,38 €.

9 a. Médaille d'or : 6,03 m Brésil
Médaille d'argent : 5,98 m France
Médaille de bronze : 5,85 m États-Unis

b. Hauteur moyenne des sauts : $\bar{x} \approx 5,68$ m

c. La hauteur médiane est la 6^e valeur lorsque les sauts sont rangés dans l'ordre croissant :

$$5,50 - 5,50 - 5,50 - 5,50 - 5,50 - \underline{5,65} - 5,75 - 5,75 - 5,85 - 5,98 - 6,03$$

Le Chinois Changrui Xue a donc réalisé un saut de 5,65 m.

10 a. Les tiges conformes sont celles qui appartiennent à l'intervalle $[7,7 ; 8,2]$:

$$5 + 7 + 9 + 12 + 9 + 4 = 46. \text{ Il y a } 46 \text{ tiges conformes.}$$

b. Le diamètre moyen des tiges est $\bar{x} = 7,9$ cm arrondi au dixième.

c. La qualité de l'échantillon n'est pas satisfaisante, car il ne respecte aucune des deux contraintes :

– seulement 92 % des pièces sont conformes

$$\left(\frac{46}{50} \times 100 = 92\right), \text{ ce qui est inférieur à } 95 \% ;$$

– le diamètre moyen n'est pas égal à 8,0 cm.

11 a. 66 clients ont testé et noté ce sandwich. La note moyenne obtenue par le sandwich est $\bar{x} \approx 7,38$:

$$\bar{x} = \frac{2 \times 2 + 4 \times 3 + 5 \times 6 + 6 \times 5 + 7 \times 14 + 8 \times 16 + 9 \times 15 + 10 \times 5}{66} \approx 7,38$$

b. Il y a 36 clients qui ont proposé une note supérieure ou égale à 8 ($16 + 15 + 5$), ce qui correspond à plus de la moitié des clients ayant testé le sandwich ($36 > 33$).

Dany pourra inscrire le nouveau sandwich au poulet sur la carte puisque la note moyenne obtenue est supérieure à 7 ($7,38 > 7$) et plus de la moitié des clients ont attribué une note supérieure ou égale à 8.

12 a. Le coach a relevé les distances parcourues par 24 sportifs.

S'il propose un entraînement supplémentaire aux 25 % des sportifs courant le moins vite, cela va concerner 6 sportifs ($0,25 \times 24 = 6$).

b. On recherche la distance correspondant au 1^{er} quartile : $Q_1 = 2\,900$ m.

Les sportifs ayant couru 20 min (soit 1 200 s), on peut calculer la vitesse correspondante à l'aide de la formule $v = \frac{d}{t}$.

$$v = \frac{2\,900}{1\,200} = 2,42 \text{ m/s}$$

Cette vitesse peut être convertie en km/h : $2,42 \times 3,6 \approx 8,7$, ce qui correspond à une vitesse de 8,7 km/h. Le coach proposera un entraînement supplémentaire aux 6 sportifs dont la vitesse moyenne était inférieure ou égale à 8,7 km/h.

13 a. $\bar{x} = \frac{(13+12+15) \times 2 + 18 + 16}{8} = 14,25$

La note moyenne est 14,25.

b. Si Nelly a 15 de moyenne, alors :

$$\bar{x} = \frac{(13+12+15+x) \times 2 + 18 + 16}{10} = 15$$

On résout l'équation et on trouve $x = 18$.

Pour obtenir au moins 15 de moyenne, Nelly doit avoir une note supérieure ou égale à 18.

14 Pour chaque jouet étudié, on doit déterminer la note moyenne, la note médiane ainsi que le pourcentage de notes inférieures ou égales à 4.

– Jeu « MégaCube » : $\bar{x} = 7,06$; Med = 8. Une seule note sur 16 est inférieure ou égale à 4, soit un pourcentage de 6,25 %.

$$\frac{1}{16} \times 100 = 6,25$$

– Jeu « MégaPôle » : $\bar{x} = 7,43$; Med = 8. Deux notes sur 120 sont inférieures ou égales à 4, soit un pourcentage de 1,67 %.

$$\frac{2}{120} \times 100 \approx 1,67$$

– Jeu « MégaCar » : $\bar{x} = 6,85$; Med = 7. Cinq notes sur 48 sont inférieures ou égales à 4 soit un pourcentage de 10,42 %.

$$\frac{5}{48} \times 100 \approx 10,42$$

Les jouets « MégaCube » et « MégaPôle » recevront le label « Jouet Plus », car la moyenne des notes pour chacun est supérieure à 7, la médiane des notes obtenues est 8, ce qui signifie que plus de la moitié des notes est supérieure ou égale à 8, et le pourcentage de notes inférieures ou égales à 4 est inférieur à 25 %.

Le jouet « MégaCar » ne recevra pas le label, car la médiane des notes obtenues est 7, ce qui signifie que la moitié des notes obtenues n'est pas supérieure ou égale à 8.

Chapitre 2

Fluctuations d'une fréquence et probabilités

9 Il y a 16 boules dans la première urne et 7 dans la seconde.

1^{re} urne : $p(\text{boule bleue}) = \frac{12}{16} = 0,75$ soit 75 %.

2^e urne : $p(\text{boule bleue}) = \frac{5}{7} \approx 0,71$ soit 71 %.

On a le plus de chances de tirer une boule bleue dans la 1^{re} urne.

10 a. Les bateaux occupent un total de 20 cases, car $1 \times 4 + 2 \times 3 + 3 \times 2 + 4 \times 1 = 20$.

La probabilité p que l'adversaire touche un bateau est donc : $p = \frac{20}{100} = 0,2$ soit 20 %.

b. Il y a 4 bateaux d'une case, donc 4 possibilités de couler un bateau en un tir.

La probabilité p que l'adversaire coule un bateau en un tir est donc : $p = \frac{4}{100} = 0,04$ soit 4 %.

c. Les bateaux occupent un total de 20 cases. Il y a donc 80 cases non occupées par un bateau.

La probabilité p que l'adversaire ne touche aucun bateau est donc : $p = \frac{80}{100} = 0,8$ soit 80 %.

11 a.

		Faces du dé n° 1					
Faces du dé n° 2	+	1	2	3	4	5	6
	1						X
	2					X	
	3				X		
	4			X			
	5		X				X
	6	X				X	

b. Il y a 8 combinaisons gagnantes.

c. Il y a 36 combinaisons possibles.

d. $p = \frac{8}{36} \approx 0,22$ soit 22 %. La probabilité de gagner à cette variante du jeu de Craps est d'environ 22 %.

12 a. Une simulation de 10 expériences de 4 lancers d'une pièce de monnaie a permis d'obtenir les résultats suivants : 0 ; -4 ; -2 ; 0 ; -2 ; 0 ; 0 ; 4 ; -2 ; 2.

b. Le résultat le plus fréquent est 0.

c. On réalise une autre simulation à l'aide du fichier « 02_exercice12.xls ».

d.

Abscisse	-4	-2	0	2	4
Nombre d'apparitions	17	60	72	42	9
Fréquences	8,5 %	30 %	36 %	21 %	4,5 %

e. Voir tableau, réponse d.

f. La bille a le plus de chances de tomber sur la case n° 0.

13 a. La variable « Nombre de lancers » affiche le nombre total de simulations.

La variable « Nombre de 7 » affiche le nombre de fois où la somme des dés vaut 7.

La variable « Dé1 » affiche le chiffre obtenu sur la face supérieure du 1^{er} dé.

La variable « Dé2 » affiche le chiffre obtenu sur la face supérieure du 2^e dé.

La variable « Somme des dés » affiche la somme des nombres indiqués par les deux dés.

La variable « Fréquence » affiche la fréquence d'obtention d'un total de 7.

b. Leïla a écrit ce script afin d'obtenir pour 1 000 000 de tirages la fréquence d'obtention d'une somme égale à 7 avec 2 dés.

c. Les résultats sont variables selon les simulations. On peut constater que la fréquence se stabilise vers la valeur de 0,1667, qui est donc la probabilité théorique d'obtenir une somme des nombres indiqués par les deux dés égale à 7.

d. Modification du script afin d'avoir une estimation de la probabilité d'obtenir une somme égale à 12 : il faut créer une nouvelle variable : « Nombre de 12 ».

Voir fichier « 02_exercice13_C.sb2 ».

Les résultats sont variables selon les simulations. On peut constater que la fréquence se stabilise vers la valeur de 0,02277, qui est donc la probabilité théorique d'obtenir une somme des nombres indiqués par les deux dés égale à 12.

e. Six combinaisons permettent d'obtenir une somme de deux dés égale à 7 tandis qu'une seule combinaison permet d'obtenir une somme de deux dés égale à 12. Ceci explique la probabilité plus élevée de l'une par rapport à l'autre.

14 On ne peut pas conclure. La victoire de Lola au cross du lycée n'est pas une expérience aléatoire : les participantes ne gagnent pas au hasard, mais en fonction de leurs aptitudes sportives.

15 D'après les résultats obtenus, le jeu semble truqué, car le chiffre 5 a tendance à sortir davantage que les autres chiffres.

Cependant, en fonction de la taille de l'échantillon, les fréquences calculées sont susceptibles de fluctuer et donc de s'écarter de la fréquence théorique qui est de $\frac{1}{9}$ soit environ 0,11.

On ne peut donc rien conclure.

Il faudrait vérifier que les fréquences données ont été calculées sur un échantillon de taille suffisamment grande pour avoir une bonne estimation de la probabilité d'apparition de chaque numéro.

16 1^{er} choix : relancer un seul dé soit 1 chance sur 6 de gagner.

On a donc $p(1^{\text{er}} \text{ choix}) = \frac{1}{6}$.

2^e choix : relancer 2 dés. 6 doubles possibles sur 36 combinaisons soit 6 chances sur 36 de gagner.

On a donc $p(2^{\text{e}} \text{ choix}) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

Les deux choix ont la même probabilité de gagner !

17 Avec 1 dé

Un seul résultat fait gagner Quentin. Il doit réaliser un 5.

Il y a 6 résultats possibles en tout.

La probabilité de gagner est donc $p_{1\text{ dé}} = \frac{1}{6}$ soit environ 17 %.

Avec 2 dés

4 combinaisons font gagner Quentin. Pour cela, il doit réaliser une des combinaisons suivantes : 1 + 4 ou 2 + 3 ou 3 + 2 ou 4 + 1.

Il y a $6 \times 6 = 36$ combinaisons possibles en tout.

La probabilité de gagner est donc $p_{2\text{ dés}} = \frac{4}{36}$ soit environ 11 %.

Avec 3 dés

6 combinaisons font gagner Quentin. Pour cela il doit réaliser une des combinaisons suivantes : 1 + 1 + 3 ou 1 + 2 + 2 ou 1 + 3 + 1 ou 2 + 1 + 2 ou 2 + 2 + 1 ou 3 + 1 + 1.

Il y a $6 \times 6 \times 6 = 216$ combinaisons possibles en tout.

La probabilité de gagner est donc $p_{3\text{ dés}} = \frac{6}{216}$ soit environ 3 %.

Quentin doit donc choisir de lancer un seul dé pour avoir le plus de chances de réaliser un total de 21 points.

Chapitre 3

Situation de proportionnalité

10 a.

Distance (en m)	1 500	?
Temps (en s)	1	2,5

b. $1\,500 \times 2,5 = 3\,750$ m ; l'épave du Titanic se trouve à une profondeur de 3 750 m.

11 a. Le volume d'eau liquide est proportionnel au volume de glace, car tous les points du graphique sont alignés sur une droite qui passe par l'origine du repère.

b. Graphiquement, on peut lire qu'il faut 5 L d'eau liquide pour préparer 5,5 L de glace.

c. Le graphique ne permet pas de faire une lecture pour 15 L d'eau liquide, mais il est possible de construire un tableau de proportionnalité.

Volume d'eau liquide (en L)	5	15
Volume de glace (en L)	5,5	?

$\frac{5,5 \times 15}{5} = 16,5$ L. Il faut 16,5 L de glace pour obtenir 15 L d'eau liquide.

d. On réutilise le tableau proposé à la question c.

Volume d'eau liquide (en L)	5	?
Volume de glace (en L)	5,5	15

$\frac{5 \times 15}{5,5} \approx 13,64$ L. On obtient 13,64 L d'eau liquide avec 15 L de glace.

12 a. Au bout de 20 s, l'ordinateur a transféré 12 % du fichier : $\frac{529 \times 12}{100} = 63,48$; au bout de 20 s, l'ordinateur a transféré 63,48 Mo.

b.

Nombre de Mo transférés	63,48	529
Temps (en s)	20	?

$\frac{20 \times 529}{63,48} \approx 167$ s.

Pour transférer l'intégralité du fichier, l'ordinateur mettra 167 s, soit 2 min et 47 s.

13 a. $\frac{23 \times 5,5}{100} \approx 1,27$ € ; le montant de la TVA est de 1,27 €.

b. $23 + 1,27 \approx 24,27$ € ; le prix toutes taxes comprises est de 24,27 €.

14 a. La longueur du trajet est de 18,5 cm sur la carte.

b. D'après les indications de la carte, on peut voir que 1,7 cm sur la carte représente 500 m dans la réalité.

Longueur sur la carte (en cm)	1,7	18,5
Longueur réelle (en m)	500	?

$\frac{500 \times 18,5}{1,7} = 5\,441,18$ m. La longueur réelle de la balade est de 5 441,18 m, soit environ 5,4 km.

c. Marguie marche à une vitesse moyenne de 4 km/h et fait un arrêt de 30 min.

Distance (en km)	4	5,4
Temps (en min)	60	?

$\frac{60 \times 5,4}{4} = 81$ min

$81 + 30 = 111$ min

La balade de Marguie dure 111 min, soit 1 h 51 min.

d. D'après les indications de la carte, on sait que 1,7 cm sur la carte représente 500 m dans la réalité, soit 50 000 cm.

Longueur sur la carte (en cm)	1,7	1
Longueur réelle (en cm)	50 000	?

$\frac{1 \times 50\,000}{1,7} \approx 29\,412$

L'échelle de cette carte est donc de $\frac{1}{29\,412}$.

Ce qui signifie que sur la carte, 1 cm représente 29 412 cm en réalité, soit environ 294 m.

15 Hugo pèse 16 kg et il faut 15 mg de paracétamol par kg : $16 \times 15 = 240$ mg = 0,240 g. Hugo doit donc prendre 0,240 g de paracétamol. D'après les indications, dans 100 mL de sirop, il y a 2,4 g de paracétamol.

Quantité de sirop (en mL)	100	?
Quantité de paracétamol (en g)	2,4	0,240

$\frac{0,240 \times 100}{2,4} = 10$

Hugo devra donc boire 10 mL de ce sirop, soit 2 cuillères à café de 5 mL chacune.

16 a. Voir le fichier « 03_miel_C.sb2 ».

b. D'après le fichier Scratch,

- 350 g (= 0,350 kg) de miel coûtent 4,20 €.
- 500 g (= 0,500 kg) de miel coûtent 6 €.
- 6 kg de miel coûtent 72 €.

17

Distance (en miles)	1	65
Distance (en km)	1,609	?

$$1,609 \times 65 = 104,585 \approx 105 \text{ km/h.}$$

Une vitesse de 65 mph aux États-Unis correspond à une vitesse d'environ 105 km/h en France.

18 Pour la cuisine

Montant de la TVA : $1\,648,90 - 1\,499 = 149,90 \text{ €}$.

$$\frac{149,90}{1\,499} = 0,1 = \frac{10}{100}$$

Le taux de TVA pour la cuisine est 10 %.

Pour le poêle à bois

Montant de la TVA : $1\,000,14 - 948 = 52,14 \text{ €}$.

$$\frac{52,14}{948} = 0,055 = \frac{5,5}{100}$$

Le taux de TVA pour la cuisine est 5,5 %.

José n'a donc pas bénéficié du même taux de TVA pour sa cuisine et son poêle à bois.

19 Du 1^{er} janvier 2015 au 1^{er} janvier 2016, le nombre d'adhérents est passé de 150 à $150 \times 1,4 = 210$ adhérents.

Du 1^{er} janvier 2016 au 1^{er} janvier 2017, le nombre d'adhérents est passé de 210 à $210 \times 0,9 = 189$ adhérents.

Si le nombre d'adhérents avait augmenté de 30 % entre le 1^{er} janvier 2015 et le 1^{er} janvier 2017, on aurait au 1^{er} janvier 2017 : $150 \times 1,3 = 195$ adhérents.

En conclusion, on ne peut pas dire que le nombre d'adhérents a augmenté de 30 % entre le 1^{er} janvier 2015 et le 1^{er} janvier 2017 puisque $189 \neq 195$.

20 $40 \times 70 = 2\,800$; la surface de la façade de la cathédrale est de $2\,800 \text{ m}^2$.

$2\,800 \times 0,85 = 2\,380$; les surfaces découpées représentent 85 % de la surface totale soit $2\,380 \text{ m}^2$.

$2\,800 - 2\,380 = 420$; les surfaces planes représentent 420 m^2 .

$2\,380 \times 170 + 420 \times 45 = 423\,500$; le coût du nettoyage de la façade de la cathédrale s'élève à $423\,500 \text{ €}$.

Chapitre 4 Équations et inéquations

9 a. Volume restant dans la perfusion de Sophie : $750 - 5x$.

b. Volume restant dans la perfusion de Mathilde : $450 - 2x$.

c. L'équation demandée est : $750 - 5x = 450 - 2x$.

d. $750 - 450 = 5x - 2x$; $300 = 3x$; $x = 100$. La solution de l'équation est 100.

e. Camille doit venir faire le contrôle au bout de 100 minutes, c'est-à-dire 1 heure 40 minutes.

10 a. L'écriture décimale de 30 % est 0,3, car $\frac{30}{100} = 0,3$.

b. Nombre de clients ayant réglé par chèque : $0,3x$.

c. Nombre de clients ayant réglé par carte bancaire :

$$\square \frac{4}{7} + x \quad \square \frac{4}{7}x \quad \square \frac{7}{4}x$$

d. L'équation qui traduit l'énoncé est :

$$0,3x + \frac{4}{7}x + 36 = x.$$

e. On multiplie tous les termes de l'équation par 7. $2,1x + 4x + 252 = 7x$; $252 = 7x - 6,1x$; $252 = 0,9x$;

$$x = \frac{252}{0,9} ; x = 280$$

f. Il y a eu 280 clients ce jour-là.

11 a. $\frac{9 \times 10 - 4}{2} = \frac{86}{2} = 43$. Si Marie choisit le nombre 9 au départ, elle obtient 43 à la fin.

b. $\frac{-2 \times 2 + 4}{10} = \frac{0}{10} = 0$. Pour obtenir -2 comme résultat final, il faut choisir 0 comme nombre de départ.

$$\text{c. } \frac{10x - 4}{2} = \frac{10x}{2} - \frac{4}{2} = 5x - 2$$

d. Il faut résoudre l'équation $5x - 2 = (x + 4)3$.

$$5x - 2 = 3x + 12 ; 2x = 14 ; x = 7$$

Si on choisit le nombre 7, les deux programmes donnent le même résultat 33.

12 a. La masse du téléphone seul s'écrit : $x + 55$.

b. La phrase se traduit par l'équation : $x + x + 55 = 185$.

$$\text{c. } 2x = 185 - 55 ; x = \frac{130}{2} ; x = 65$$

d. La housse du téléphone pèse 65 g et le téléphone seul 120 g ($65 + 55$).

13 a. Salaire d'Armand avec le contrat A : $45x + 740$

b. Salaire d'Armand avec le contrat B : $70x$

c. L'énoncé peut se traduire par l'inéquation :
 $45x + 740 > 70x$.

d. $740 > 70x - 45x$; $740 > 25x$; $x < \frac{740}{25}$; $x < 29,6$

e. Le salaire d'Armand sera plus élevé avec le contrat A pour un nombre d'aspirateurs inférieur ou égal à 29.

14 On note x le nombre d'élèves dans la classe.
L'énoncé peut se traduire par l'équation :

$$\frac{1}{3}x + 0,4x + 8 = x.$$

On multiplie tous les termes de l'équation par 3.

$$x + 1,2x + 24 = 3x ; 24 = 3x - 2,2x ; 24 = 0,8x ; x = \frac{24}{0,8} ; x = 30. \text{ Il y a 30 élèves dans la classe.}$$

15 On appelle x la note d'Agathe au 4^e devoir.

$$12,5 \times 3 + x = 13 \times 4$$

$$x = 52 - 37,5 ; x = 14,5$$

Agathe doit avoir 14,5 au 4^e devoir.

16 Soit x le nombre d'heures de travail de Justine.

$$8x < 5x + 90 ; 3x < 90 ; x < 30$$

Pour un nombre d'heures de travail inférieur à 30, la formule la plus intéressante est la formule P2.
Pour 30 heures de travail, les deux salaires sont les mêmes.

Pour un nombre d'heures de travail supérieur à 30, la formule la plus intéressante est la formule P1.

17 Soit x le prix d'un pain aux céréales.

Un pain de campagne coûte $x + 0,3$.

$$8(x + 0,3) + 5x < 20 ; 8x + 2,4 + 5x < 20 ;$$

$$13x < 20 - 2,4 ; 13x < 17,6 ; x < \frac{17,6}{13} ; x < 1,353.$$

On sait aussi que $x > 1,3$.

Les prix possibles pour un pain aux céréales sont :
1,31 € ; 1,32 € ; 1,33 € ; 1,34 € ; 1,35 €.

18 Soit x le nombre de membres de l'équipe.

L'énoncé peut se traduire par l'équation :

$$8x = 10(x - 2).$$

$$8x = 10x - 20 ; 20 = 2x ; x = 10$$

Il y a 10 membres dans l'équipe et le cadeau coûte 80 €.

19 Soit x le nombre de jetons jaunes à retourner.

Au début du jeu, il y a 60 jetons jaunes et 4 jetons rouges.

On doit avoir : $60 - x = 3(4 + x)$.

$$60 - x = 12 + 3x ; 60 - 12 = 3x + x ; 48 = 4x ; x = \frac{48}{4} ; x = 12. \text{ Il faut retourner 12 jetons jaunes.}$$

20 On note c la mesure, en cm, du côté des carrés bleus.

Somme des périmètres des quatre carrés bleus :
 $4 \times 4c = 16c$.

Longueur du rectangle rose : $30 - 2c$.

Largeur du rectangle rose : $24 - 2c$.

Périmètre du rectangle rose :

$$2 \times (30 - 2c + 24 - 2c) = 2 \times (54 - 4c) = 108 - 8c.$$

On écrit l'équation qui permet de répondre à la problématique.

$$16c = 108 - 8c ; 16c + 8c = 108 ; 24c = 108 ; c = \frac{108}{24} ; c = 4,5 \text{ cm}$$

Si le côté des carrés mesure 4,5 cm, le périmètre du rectangle rose est égal à la somme des périmètres des quatre carrés bleus.

Chapitre 5

Système de deux équations

9 a. Le système qui traduit cet énoncé est :

$$\begin{cases} 12x + 18y = 264 \\ x = y - 3 \end{cases}$$

b. Résolution par la méthode de substitution.

$$\begin{cases} 12(y - 3) + 18y = 264 \\ x = y - 3 \end{cases} ; \begin{cases} 12y - 36 + 18y = 264 \\ x = y - 3 \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} 30y = 300 \\ x = y - 3 \end{cases} ; \begin{cases} y = 10 \\ x = 7 \end{cases}$$

c. Mathilde achète 7 bandes dessinées et 10 livres.

10 a. Le prix d'une chaise après réduction est $0,90x$.

b. Le prix d'un fauteuil après réduction est $0,92y$.

c. Le système qui traduit l'énoncé est :

$$\begin{cases} 12x + 7y = 3\,590 \\ 12 \times 0,9x + 7 \times 0,92y = 3\,271,60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12x + 7y = 3\,590 \\ 10,8x + 6,44y = 3\,271,60 \end{cases}$$

Ce système peut se résoudre par addition, mais les nombres ne sont pas simples.

Il est possible d'utiliser la calculatrice.

$$\begin{cases} 77,28x + 45,08y = 23\,119,6 \\ -75,6x - 45,08y = -22\,901,2 \end{cases}$$

$$1,68x = 218,4 ; x = \frac{218,4}{1,68} ; x = 130$$

$12 \times 130 + 7y = 3\,590$; $7y = 2\,030$; $y = 290$
 La solution du système est le couple (130 ; 290).

e. Le prix initial d'une chaise est 130 € ; celui d'un fauteuil est 290 €.

- 11 a.** Si le volume total contient 10 % de White Spirit®, le volume initial représente 90 % du volume total.
 Volume initial de peinture : $5 \times 0,9 = 4,5$ litres.

b. La première équation porte sur les volumes de peinture. La seconde est la traduction immédiate de la phrase « volume peinture jaune = $\frac{2}{3}$ × volume peinture rouge ».

c. Résolution par substitution

$$\begin{cases} x+y=4,5 \\ y=\frac{2}{3}x \end{cases} ; \begin{cases} x+\frac{2}{3}x=4,5 \\ y=\frac{2}{3}x \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} \frac{5}{3}x=4,5 \\ y=\frac{2}{3}x \end{cases} ; \begin{cases} x=4,5 \times \frac{3}{5}=2,7 \\ y=\frac{2}{3} \times 2,7=1,8 \end{cases}$$

d. Le peintre utilise 2,7 litres de peinture rouge et 1,8 litre de peinture jaune.

- 12 a.** Un carré a 4 côtés ; un triangle a 3 côtés.

b. Soit x le nombre de carrés dans le tableau et y le nombre de triangles.

L'énoncé se traduit par le système : $\begin{cases} x+y=45 \\ 4x+3y=168 \end{cases}$

c. Résolution par la méthode d'addition par exemple.

$$\begin{cases} -4x-4y=-180 \\ 4x+3y=168 \end{cases}$$

$$-y=-12 ; y=12$$

$$x=45-12=33$$

Le couple (33 ; 12) est solution du système.

d. Eva a dessiné 33 carrés et 12 triangles.

- 13 a.** La lettre x représente le nombre de fromages vendus 2,50 € et y le nombre de fromages vendus 3,10 €.

$$\begin{cases} x+y=30 \\ 2,5x+3,1y=82,2 \end{cases}$$

Réolvons ce système par substitution.

$$\begin{cases} x=30-y \\ 2,5(30-y)+3,1y=82,2 \end{cases} ; \begin{cases} x=30-y \\ 75-2,5y+3,1y=82,2 \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} x=30-y \\ 0,6y=7,2 \end{cases} ; \begin{cases} x=30-12 \\ y=12 \end{cases} ; \begin{cases} x=18 \\ y=12 \end{cases}$$

La solution du système est le couple (18 ; 12).

c. Madame Seguin a vendu 18 fromages de 145 g à 2,5 € et 12 fromages de 200 g à 3,1 €.

d. L'équation $x+y=30$ est équivalente à $y=30-x$. La variable R représente la recette.

e. La vérification confirme le résultat.

- 14** On remplace U et I par leur valeur dans la formule donnée. On obtient le système :

$$\begin{cases} 7,5=E-r \times 2 \\ 1,5=E-r \times 6 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} E-2r=7,5 \\ E-6r=1,5 \end{cases}$$

Résolution par substitution par exemple

$$\begin{cases} E=2r+7,5 \\ 2r+7,5-6r=1,5 \end{cases} ; \begin{cases} E=2r+7,5 \\ -4r=-6 \end{cases} ; \begin{cases} E=2 \times 1,5+7,5 \\ r=1,5 \end{cases}$$

$$\text{On arrive à : } \begin{cases} E=10,5 \\ r=1,5 \end{cases}$$

La solution du système est le couple (10,5 ; 1,5).

La force électromotrice est égale à 10,5 volts ; la résistance interne est égale à 1,5 ohm.

- 15** Le dessin permet d'exprimer de deux façons la longueur 8,5 cm du côté du carré.

On obtient le système $\begin{cases} 4x+3y=8,5 \\ 6x+2y=8,5 \end{cases}$ qu'on peut résoudre par addition.

$$\begin{cases} -8x-6y=-17 \\ 18x+6y=25,5 \end{cases}$$

$$10x=8,5 ; x=\frac{8,5}{10} ; x=0,85$$

$$4 \times 0,85 + 3y = 8,5 ; 3y = 5,1 ; y = \frac{5,1}{3} ; y = 1,7$$

La solution du système est le couple (0,85 ; 1,7).

Le rayon des trous est 0,85 cm et la longueur des espaces est 1,7 cm.

- 16** On note x le prix d'un ticket pour un adulte et y le prix d'un ticket pour un enfant.

L'énoncé se traduit par le système $\begin{cases} 8x+3y=39,5 \\ 7x+9y=50,5 \end{cases}$ qu'on peut résoudre par addition.

$$\begin{cases} -24x-9y=-118,5 \\ 7x+9y=50,5 \end{cases}$$

$$-17x=-68 ; x=\frac{-68}{-17} ; x=4$$

$$8 \times 4 + 3y = 39,5 ; 3y = 7,5 ; y = \frac{7,5}{3} ; y = 2,5$$

La solution du système est le couple (4 ; 2,5).

Le prix d'un ticket adulte est 4 € et celui d'un ticket enfant est 2,50 €.

- 17** Soit x le nombre de menus à 15 € et y le nombre de menus à 20 € servis le mardi.

L'énoncé se traduit par le système :

$$\begin{cases} 15x + 20y = 520 \\ 15 \times 2x + 20(y - 8) = 540 \end{cases}$$

On écrit le plus simplement possible la deuxième

équation : $\begin{cases} 15x + 20y = 520 \\ 30x + 20y = 700 \end{cases}$

Résolution par addition

$$\begin{cases} -15x - 20y = -520 \\ 30x + 20y = 700 \end{cases}$$

$$15x = 180 ; x = \frac{180}{15} ; x = 12$$

$$30 \times 12 + 20y = 700 ; 20y = 340 ;$$

$$y = \frac{340}{20} ; y = 17$$

La solution du système est le couple (12 ; 17).

Le mardi, 12 repas à 15 € et 17 repas à 20 € ont été servis.

Le mercredi, 24 repas à 15 € et 9 repas à 20 € ont été servis.

- 18** On note B , I , C et P les masses respectives, en kg, de Bubulle, Icare, Caramel et Pâquerette.

$$B = 1\,200 ; P = 600$$

L'énoncé fournit deux égalités : $C + I = 1\,200$; $I = C + 600$.

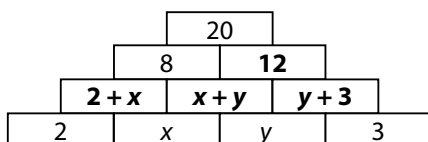
On peut résoudre le système $\begin{cases} C + I = 1\,200 \\ I = C + 600 \end{cases}$, mais on

peut aussi répondre directement.

$$\text{En effet, } B + I + C + P = 1\,200 + 1\,200 + 600 = 3\,000 < 3\,200.$$

Donc l'éleveur peut transporter tous les animaux ensemble.

19



On résout le système $\begin{cases} 2+x+x+y=8 \\ x+y+y+3=12 \end{cases}$

En réduisant dans chaque membre, on obtient

$$\begin{cases} 2x + y = 6 \\ x + 2y = 9 \end{cases}$$

Résolution par substitution

$$\begin{cases} y = -2x + 6 \\ x + 2(-2x + 6) = 9 \end{cases} ; \begin{cases} y = -2x + 6 \\ -3x = -3 \end{cases} ; \begin{cases} y = -2 \times 1 + 6 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 4 \\ x = 1 \end{cases}$$

On obtient donc $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$

- 20** On note x le prix du meuble haut et y le prix du meuble bas.

Chacune des compositions conduit à une équation.

D'où le système : $\begin{cases} 2x + 2y = 234 \\ x + 3y = 162 \end{cases}$

Résolution par addition

$$\begin{cases} 2x + 2y = 234 \\ -2x - 6y = -324 \end{cases}$$

$$-4y = -90 ; y = \frac{-90}{-4} ; y = 22,5$$

$$x + 3 \times 22,5 = 162 ; x = 162 - 67,5 ; x = 94,5$$

La solution du système est le couple (94,5 ; 22,5).

Le meuble haut coûte 94,50 € ; le meuble bas coûte 22,50 €.

Prix de la troisième composition :

$$94,50 \times 3 + 22,50 \times 2 = 328,50 \text{ €}.$$

Chapitre 6

Notion de fonction – Fonction affine

- 10 a.** Cet algorithme permet de calculer des images par la fonction h d'expression $h(x) = 0,001x^2 + 4x + 10\,000$ pour des valeurs de x allant de 0 à 9 000 par pas de 1 000.

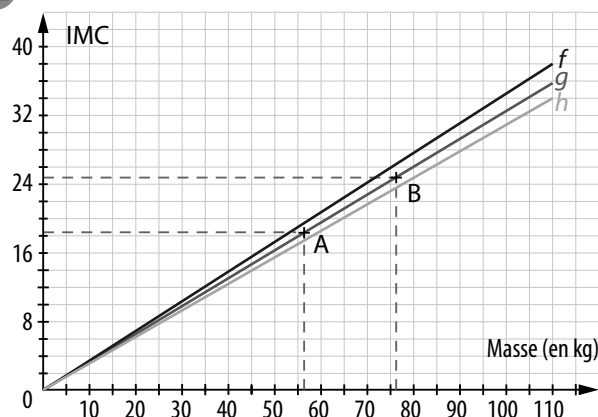
b.

x	0	1 000	3 000
$h(x)$	10 000	15 000	31 000

x	6 000	8 000	9 000
$h(x)$	70 000	106 000	127 000

- c.** D'après le tableau de valeurs de la fonction h , on remarque que cette fonction est strictement croissante sur l'intervalle $[0 ; 9\,000]$. On peut donc en déduire que pour un maximum de 9 000 hamburgers, plus on produit de hamburgers, plus le coût de fabrication augmente.

- 11 a.**



b. Pour que Jules qui mesure 1,75 m soit classé « masse normale », sa masse doit se situer dans l'intervalle [56 ; 76]. Il doit donc peser entre 56 et 76 kg environ.

12 Il y a plusieurs possibilités pour résoudre ce problème.

– À partir d'un tableau de valeurs

x	0	1	2	3
f(x)	1,08	1,04	1	0,96

x	4	5	6	7
f(x)	0,92	0,88	0,84	0,8

– À partir de la représentation graphique de la fonction f

f est une fonction affine ; sa représentation graphique sur l'intervalle [0 ; 7] est donc un segment de droite. On cherche la valeur de x pour laquelle f(x) = 0,8.

– Par résolution de l'équation $0,8 = 1,08 - 0,04x$

$$\text{soit } x = \frac{1,08}{0,04} = 7$$

La pression partielle retrouve sa valeur normale de 0,8 bar au bout de 7 h. Il faut en effet attendre 7 h pour prendre l'avion en toute sécurité après avoir plongé à 42 m.

13 On construit le tableau de valeurs de la fonction V sur l'intervalle [0 ; 20] par pas de 1 et on cherche la valeur de x pour laquelle V(x) est strictement inférieure à 0,29 puisque le volume de l'aquarium ne doit pas descendre en dessous de 0,29 m³.

x	0	1	2	3	4
V(x)	0,35	0,345	0,34	0,335	0,33

x	5	6	7	8	9
V(x)	0,325	0,32	0,315	0,31	0,305

x	10	11	12	13	14	15
V(x)	0,3	0,295	0,29	0,285	0,28	0,275

x	16	17	18	19	20
V(x)	0,27	0,265	0,26	0,255	0,25

D'après le tableau de valeurs, on constate que V(x) = 0,29 pour x = 12.

On peut en déduire que Zoéline peut partir en vacances au maximum 12 jours sans problème pour les poissons.

Remarque : Il est aussi possible de répondre à la problématique de cet exercice en résolvant l'inéquation $V(x) < 0,29$.

Chapitre 7

Utilisation des fonctions de référence

9 a. $A_c = x \times x = x^2$

b. $A_R = 4 \times (4 - x) = 16 - 4x$

c. $A_c > A_R$

d. On trace les représentations graphiques des fonctions f et g sur l'intervalle [0 ; 4].

Voir fichier « 07_exercice9_C.ggb ».

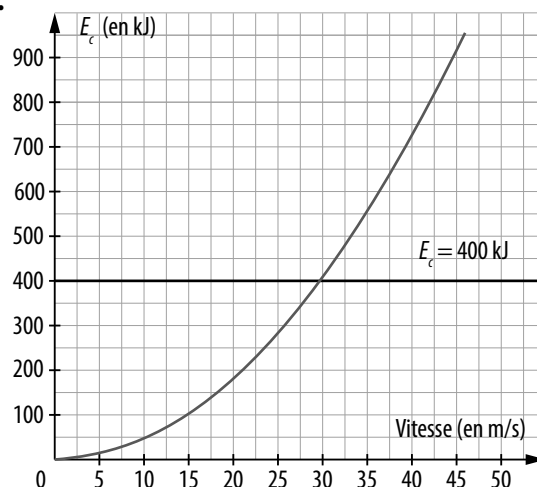
e. Sur l'intervalle [0 ; 4], on trouve graphiquement que f(x) > g(x) pour x > 2,47.

f. L'aire du carré rose est modélisée par la fonction f sur l'intervalle [0 ; 4] et l'aire du rectangle bleu est modélisée par la fonction g sur le même intervalle. On déduit de l'étude précédente que l'aire du carré rose sera supérieure à l'aire du rectangle bleu pour des valeurs de x supérieures à 2,47 cm, mais inférieures à 4 cm.

10 a. Si l'énergie cinétique et la vitesse du véhicule étaient des grandeurs proportionnelles, la courbe représentative serait un segment de droite passant par l'origine du repère ; ce n'est pas le cas, les deux grandeurs ne sont pas proportionnelles.

b. La courbe est un arc de parabole, l'expression de l'énergie cinétique est obtenue à partir de celle de la fonction carré.

c.



Graphiquement, on trouve que la vitesse permettant d'avoir une énergie cinétique de 400 kJ est 30 m/s.

d. $E_c = 0,450 \times v^2$

11 a. Voir fichier « 07_exercice11_C.sb2 ».

b. L'aire d'un carré de 50 cm de côté est $2\,500\text{ cm}^2$.
L'aire du nouveau carré obtenu avec un coefficient d'agrandissement de 6,8 est $115\,600\text{ cm}^2$.

c. L'aire d'un carré de 10 cm de côté est 100 cm^2 .
L'aire du nouveau carré obtenu avec un coefficient de réduction de 0,7 est 49 cm^2 .

12 a. $A(x) = 2x \times x = 2x^2$

b. La longueur ne doit pas dépasser 80 cm, donc

$2x \leq 80$ soit $x \leq \frac{80}{2}$ d'où $x \leq 40$. La valeur x_{\max} à ne pas dépasser est 40 cm.

c. On trace la courbe représentative de la fonction A sur l'intervalle $[0 ; 40]$ à l'aide de la calculatrice ou d'un logiciel de géométrie dynamique.

Voir fichier « 07_exercice12_C.ggb ».

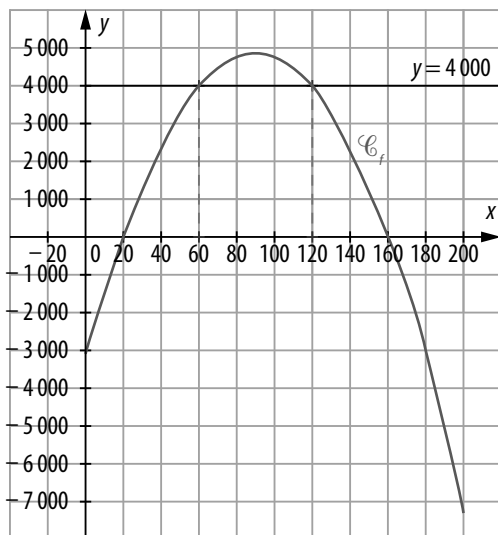
d. On résout graphiquement $A(x) = 2\,000$ en traçant la droite d'équation $y = 2\,000$, on recherche l'abscisse du point d'intersection de la droite et de la courbe, on trouve $x \approx 31,62$.

Les dimensions du terrain sur lequel Tarek va installer sa maquette de maison sont : largeur de 31,62 cm et longueur de 63,24 cm.

13 Pour trouver la masse de produit vendu qui permet d'obtenir un bénéfice supérieur à 4 000 euros, on résout graphiquement l'inéquation $f(x) > 4\,000$.

Par lecture graphique on trouve $f(x) > 4\,000$ pour x appartenant à l'intervalle $]60 ; 120[$.

Si l'on souhaite un bénéfice supérieur à 4 000 €, il faut vendre entre 60 et 120 kilogrammes du produit.

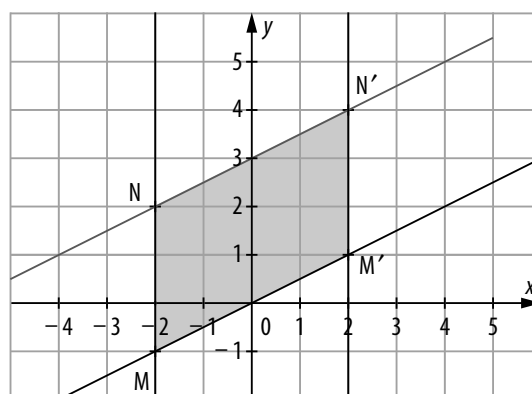


14 Les droites D_f et D_g sont des droites parallèles puisque $g(x) = f(x) + 3 = 0,5x + 3$. Les segments $[MM']$ et $[NN']$ sont parallèles.

Les points M et N ont pour abscisse -2 , les points M' et N' ont pour abscisse 2 . Les côtés $[MN]$ et $[M'N']$ sont donc des segments verticaux.

Le quadrilatère $MNN'M'$ a donc ses côtés parallèles deux à deux, c'est un parallélogramme.

Illustration graphique :



15 L'équation de la parabole est de la forme $y = ax^2 + b$.

Le sommet S de la parabole a pour coordonnées $(0 ; -3,5)$ et la parabole passe par le point $A(2 ; 4,5)$.

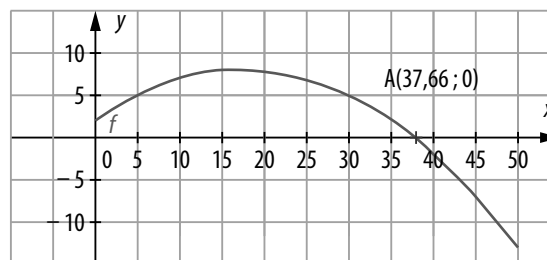
On remplace les coordonnées du point S dans l'équation : $-3,5 = a \times 0^2 + b$ d'où $b = -3,5$.

On remplace les coordonnées de A dans l'équation : $4,5 = a \times 2^2 - 3,5$.

On résout l'équation obtenue : $4,5 = 4a - 3,5$ d'où $a = 2$.

L'équation de la parabole est $y = 2x^2 - 3,5$.

16 On commence par tracer la représentation graphique de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 50]$. Le point qui correspond à l'endroit où le javelot touche le sol est le point dont l'ordonnée est égale à zéro ; on résout graphiquement l'équation $f(x) = 0$. On compare la valeur trouvée à la valeur du record. On trouve $f(x) = 0$ pour $x = 37,66$; l'élève de seconde ne bat pas le record du lancer de javelot du lycée.



Chapitre 8

Des solides aux figures planes

- 13 a.** De gauche à droite : tétraèdre, hexaèdre, octaèdre, dodécaèdre.

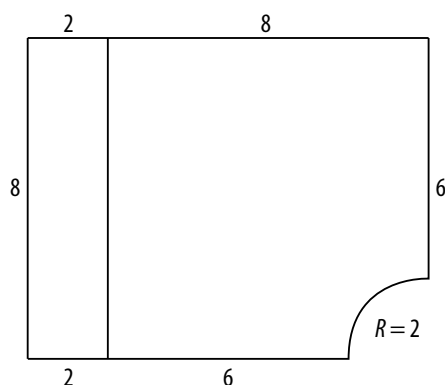
b. Tétraèdre : 4 faces, 4 sommets.

Hexaèdre : 6 faces. Celui du dessin est un parallélépipède rectangle à 8 sommets.

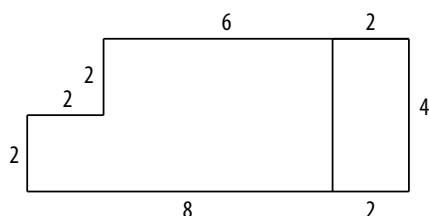
Octaèdre : 8 faces. Celui du dessin semble être un octaèdre régulier à 6 sommets.

Dodécaèdre : 12 faces. Celui du dessin semble être un dodécaèdre régulier à 20 sommets.

- 14 a.** Dessin à l'échelle 1/2



- b.** Dessin à l'échelle 1/2



- 15 a.** On obtient la section du cône par le plan qui le coupe. Elle est tracée en rouge.

b. On obtient un cercle.

c. Le cercle se déplace et son rayon varie.

d. On obtient un arc d'hyperbole.

e. On obtient un triangle isocèle.

f. Voir fichier « 08_exercice15_C.ggb ».

On obtient une ellipse.

g. Pour obtenir un cercle comme section, on coupe le cône par un plan parallèle à sa base.

h. Pour obtenir un triangle isocèle comme section, on doit couper le cône par un plan vertical passant par son sommet.

- 16** Un tétraèdre a 4 sommets et 6 arêtes.

Lorsqu'on découpe les coins, le nombre de sommets est multiplié par 3. On obtient donc 12 sommets. On obtient aussi 3 arêtes supplémentaires à chaque sommet.

$6 + 4 \times 3 = 18$. On a donc 18 arêtes.

- 17** Le 1 est opposé au 6, le 2 est opposé au 5, le 3 est opposé au 4.

En observant le patron, on voit que Y est opposé au 3, Z au 2 et X au 1.

Donc $X = 6$.

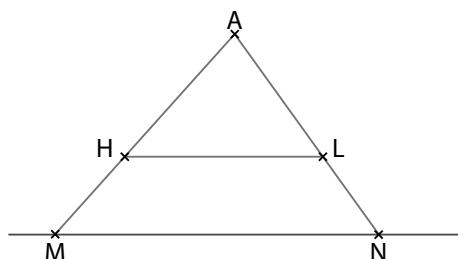
Chapitre 9

Longueurs et angles dans un triangle

- 9 a.** D'après le théorème de Pythagore, diagonale² = $1,4^2 + 1,4^2 = 3,92$; diagonale = $\sqrt{3,92} \approx 2$ m (arrondi au cm).

b. La nappe recouvrira tout juste la table au niveau de la diagonale.

- 10**



a. « Les deux hélicoptères se situent à la même altitude et que le peloton des coureurs roule sur une route horizontale et droite. »

b. On applique le théorème de Thalès dans le triangle AMN pour calculer MN.

$$\frac{AH}{AM} = \frac{AL}{AN} = \frac{HL}{MN} ; \frac{720}{1000} = \frac{270}{MN} ;$$

$$MN = \frac{1000 \times 270}{720} = 375 \text{ m}$$

La distance entre les deux motos est 375 m.

- 11 a.** D'après le théorème de Thalès, $\frac{PC}{PM} = \frac{CT}{MW}$;

$$\frac{3,78}{4,20} = \frac{CT}{3,40} ; CT = \frac{3,78 \times 3,40}{4,20} = 3,06 \text{ m}$$

$$\text{b. } \frac{PC}{PW} = \frac{3,78}{4,20} = 0,9; \frac{PT}{PW} = \frac{1,88}{2,30} \approx 0,817$$

Donc $\frac{PC}{PW} \neq \frac{PT}{PW}$. Les droites (CT) et (MW) ne sont pas parallèles.

$$12 \text{ a. } 2,8 \text{ km} = 2\,800 \text{ m}$$

$$\text{b. } HB = 470 - 250 = 220 \text{ m}$$

$$\text{c. } \tan \widehat{HAB} = \frac{BH}{AH} = \frac{220}{2\,800} \approx 0,0785$$

d. Pente de la route : 7,85 %

e. Romain ne pourra pas emprunter cette portion de route, car la pente est supérieure à 7 %.

$$13 \text{ a. Dans le triangle ADC rectangle en C, on a :}$$

$$\tan \widehat{ADC} = \frac{AC}{CD} = \frac{324}{100} = 3,24. \text{ D'où } \widehat{ADC} \approx 73^\circ.$$

b. Dans le triangle BDC rectangle en C, on a :

$$\cos \widehat{BDC} = \frac{CD}{BC}. \text{ En remplaçant les mesures connues par leur valeur, on obtient : } \cos 49^\circ = \frac{100}{BC}.$$

$$BC = \frac{100}{\cos 49^\circ} \approx 152 \text{ m.}$$

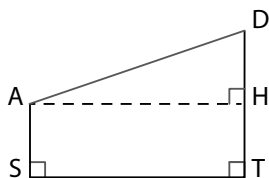
$$\text{c. } \frac{\widehat{ADC}}{2} = \frac{73}{2} = 36,5^\circ. \text{ Or } \widehat{BDC} = 49^\circ. \text{ Donc la demi-droite [BD) n'est pas bissectrice de l'angle } \widehat{ADC}.$$

$$14 \text{ a. Voir fichier « 09_exercice14_C.sb2 ».$$

b. Le triangle est rectangle.

c. Corrigez les exercices 2b et 4 si nécessaire.

$$15 \text{ On note H le pied de la perpendiculaire abaissée de A sur (DT).}$$



Le quadrilatère AHTS est un rectangle, car il a 3 angles droits d'après les données.

Donc $ST = AH = 25 \text{ m}$ et $AS = HT = 1,5 \text{ m}$.

On cherche la longueur DT.

Calculons d'abord DH.

On applique le théorème de Pythagore dans le triangle ADH rectangle en H.

$$AD^2 = AH^2 + DH^2$$

$$DH^2 = AD^2 - AH^2 = 26^2 - 25^2 = 51$$

$$DH = \sqrt{51} \approx 7,14 \text{ m}$$

$$DT = DH + HT = 1,50 + 7,14 = 8,64 \text{ m}$$

La plate-forme de départ est à 8,64 m au-dessus du sol, elle est donc à moins de 10 m au-dessus du sol.

$$16 \text{ Il faut connaître la longueur CA pour pouvoir répondre.}$$

On applique le théorème de Thalès dans le triangle ABE pour calculer la longueur BC.

$$\frac{BC}{BA} = \frac{CD}{AE}. \text{ En remplaçant les mesures connues par}$$

$$\text{leur valeur, on obtient : } \frac{BC}{3,5} = \frac{1,5}{2,625}.$$

$$BC = \frac{1,5 \times 3,5}{2,625} = 2 \text{ m ; } AC = 3,5 - 2 = 1,5 \text{ m}$$

Le point C doit être à 1,5 m du sol.

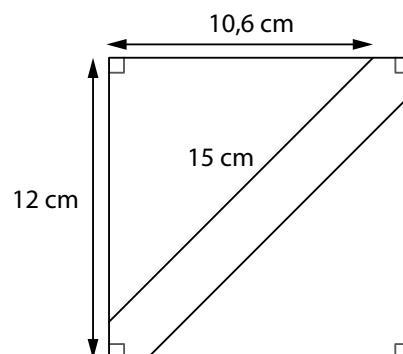
$$17 \text{ Côté } c \text{ des triangles rectangles isocèles :}$$

$$c^2 + c^2 = 15^2 \text{ (théorème de Pythagore)}$$

$$2 \times c^2 = 225; c^2 = 112,5; c = \sqrt{112,5} \approx 10,6 \text{ cm}$$

Comme $10,6 \text{ cm} < 12 \text{ cm}$, on pourra découper deux de ces triangles dans chaque carré.

Dessin à l'échelle 1/3



Chapitre 10

Aires, volumes, agrandissement et réduction

$$10 \text{ a. } p = \frac{1}{2}(a + b + c)$$

$$\text{b. } p = \frac{1}{2}(3 + 4 + 5) = 6 \text{ cm}$$

$$S = \sqrt{6(6-3)(6-4)(6-5)} = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}^2$$

c. Le triangle ABC est un triangle rectangle en B.

$$S = \frac{3 \times 4}{2} = 6 \text{ cm}^2$$

d. Voir fichier « 10_exercice10_C.sb2 ».

e. On obtient les mêmes réponses.

f. À l'aide du script, on obtient les réponses $p = 13,5$ cm et $S = 31,419\,54$ cm². Ce que l'on peut vérifier ainsi :

$$p = \frac{1}{2}(7+9+11) = 13,5 \text{ cm}$$

$$S = \sqrt{13,5(13,5-7)(13,5-9)(13,5-11)} = \sqrt{987,187\,5} \approx 31,42 \text{ cm}^2$$

- 11 a. Le rayon des demi-sphères est 0,6 m.
Le rayon de la base du cylindre est 0,6 m.

b. Aire de la citerne :

$$A = 2\pi \times 0,6 \times 5,6 + 4\pi \times 0,6^2 = 8,16\pi \approx 25,64 \text{ m}^2$$

c. Volume de la citerne :

$$V = \pi \times 0,6^2 \times 5,6 + \frac{4}{3}\pi \times 0,6^3 \approx 7,238 \text{ m}^3 = 7\,238 \text{ L}$$

- 12 Rectangle initial : $p_i = 2(8 + 6) = 28$ cm
et $A_i = 8 \times 6 = 48$ cm².

Rectangle avec variations :

$$p_r = 2(8 \times 1,25 + 6 \times 0,75) = 29 \text{ cm}$$

$$\text{et } A_r = 8 \times 1,25 \times 6 \times 0,75 = 45 \text{ cm}^2.$$

Donc, après une augmentation d'une dimension de 25 %, puis une diminution de 25 % de l'autre dimension, le rectangle ne retrouve ni son périmètre initial, ni son aire initiale.

- 13 a. $r = \frac{21,6}{2} = 10,8$ cm

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times 10,8^3 = 5\,276,7 \text{ cm}^3$$

$$\text{b. } V_{\text{boule}} = V - 100 = 5\,276,7 - 100 = 5\,176,7 \text{ cm}^3$$

$$\text{c. } M = \rho \times V_{\text{boule}} ; M = 0,96 \times 5\,176,7 = 4\,969,632 \text{ g, soit } M = 4,970 \text{ kg.}$$

$$\text{d. } 4,970 \text{ kg correspond à } \frac{4,970}{0,453\,592\,37} = 10,961\,3 \text{ lb. Soit } M = 11 \text{ lb.}$$

e. Il s'agit d'une boule pour femme.

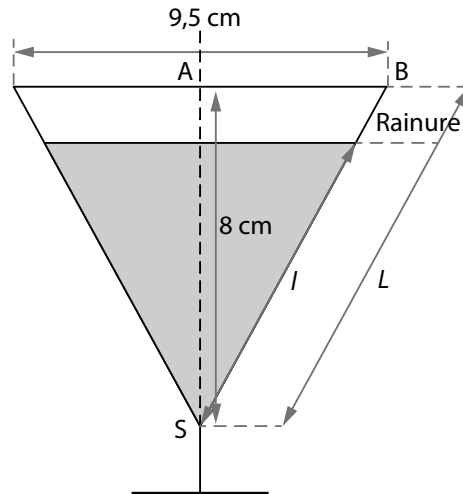
- 14 a. $k = 2$

$$\text{b. } V_1 \approx 0,92 \text{ m}^3 \text{ (valeur arrondie au centième)}$$

$$\text{c. } k^3 = 8. V_2 = 8 \times 0,92 = 7,36 \text{ m}^3$$

$$\text{d. } V = V_1 + V_2 = 8,28 \text{ m}^3$$

- 15 a.



b. L'effet de la réduction porte sur les volumes. Donc, les volumes nous permettent d'obtenir la

$$\text{valeur de } k^3 : k^3 = \frac{10}{15,5}. \text{ Donc } k = \sqrt[3]{\frac{10}{15,5}} \approx 0,864.$$

c. Le coefficient obtenu à la question b. nous permet de connaître l'effet obtenu pour chaque dimension du cône de liquide. Cela correspond à la réduction de la longueur de la génératrice du verre conique.

On prend pour origine de la mesure le sommet S du cône. On cherche la longueur l.

Pour cela, il nous faut connaître la longueur de la génératrice du verre conique. On peut appliquer le théorème de Pythagore dans un triangle rectangle.

d. Longueur de la génératrice SB :

$$SB = \sqrt{AB^2 + AS^2} = \sqrt{4,75^2 + 8^2}$$

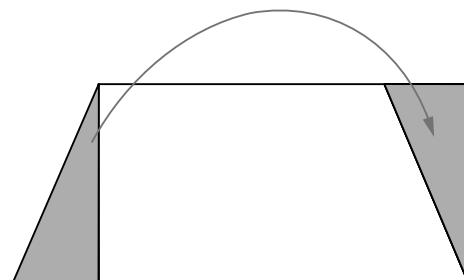
$$\text{avec } AB = \frac{9,5}{2} = 4,75 \text{ cm. } SB \approx 9,3 \text{ cm.}$$

On applique le coefficient de réduction :

$$l = k \times SB = 0,864 \times 9,3 = 8,0352. \text{ Soit } l = 8 \text{ cm.}$$

Donc, la rainure sur le verre se trouve à 8 cm du sommet du cône que représente le verre à cocktail.

- 16 Si on regarde la face avant du lingot, on peut la découper et la réarranger pour obtenir un rectangle.



Ce qui permet de calculer le volume du lingot à partir de la formule du volume d'un parallélépipède rectangle.

Avant, il faut déterminer la largeur du lingot :

$$l = \frac{8 + 6,5}{2} = 7,25 \text{ cm.}$$

Le volume du lingot :

$$V = l \times h \times p = 7,25 \times 3,7 \times 24 = 643,8 \text{ cm}^3.$$

Si le lingot était constitué d'or pur, sa masse serait :

$$M_{\text{lingot}} = \rho_{\text{or}} \times V = 19,27 \times 643,8 = 12\,406,026 \text{ g} \\ \approx 12,406 \text{ kg.}$$

Sachant que l'or est pur à 99,95 %, la masse du lingot est $0,999\,5 \times 12,406 = 12,399\,797$. Soit une masse de 12,4 kg.

Le lingot est bien un lingot « Good Delivery ».

17 $k = \frac{14}{7} = 2$

Le volume total de la cerise est de $k^3 = 8$ fois le volume du noyau.

Donc le volume de la chair est 7 fois plus important que le volume du noyau.

18 Le coefficient de réduction permettant à partir des dimensions de la base de la pyramide de Kheops d'obtenir les dimensions de la base de la

pyramide du Louvre est : $k_b = \frac{35,42}{230} = 0,154$.

Le coefficient de réduction permettant de passer de la hauteur de la pyramide de Kheops à la hauteur de

la pyramide du Louvre est $k_h = \frac{21,64}{140} \approx 0,154\,6$.

Les deux coefficients de réduction sont très proches. Leur différence peut s'expliquer par des contraintes techniques.

Si on applique k_b à la hauteur :

$0,154 \times 140 = 21,56 \text{ m}$; la pyramide du Louvre devrait avoir une hauteur de 21,56 m. Soit une différence de 8 cm avec la hauteur réelle.

Si on applique k_h à la base :

$0,154\,6 \times 230 = 35,558 \text{ m}$; la pyramide du Louvre devrait avoir une base carrée de 35,558 m. Soit une différence de 13,8 cm avec la longueur de la base réelle.

Ces données permettent d'affirmer que leoh Ming Pei s'est bien inspiré de la pyramide de Kheops pour concevoir celle du Louvre.