

**CONCOURS EXTERNE POUR L'ACCÈS AU GRADE  
D'INSPECTEUR DES FINANCES PUBLIQUES**

**ANNÉE 2017**

---

**ÉPREUVE ÉCRITE D'ADMISSIBILITÉ N°2**

*Durée : 3 heures - Coefficient : 5*

---

**Mathématiques**

---

*Toute note inférieure à 5/20 est éliminatoire.*

---

***Recommandations importantes***

*Le candidat trouvera au verso la manière de servir la copie dédiée.*

*Sous peine d'annulation de sa copie, le candidat ne doit porter aucun signe distinctif (nom, prénom, signature, numéro de candidature, etc.) en dehors du volet rabattable d'en-tête.*

*Il devra obligatoirement se conformer aux directives données.*



**Tournez la page S.V.P**

**Le candidat devra compléter l'intérieur du volet rabattable des informations demandées et se conformer aux instructions données**

**Nom de naissance**

**Prénom usuel**

**Jour, mois et année**

**Signature obligatoire**

**Numéro de candidature**

*Nom :  
Prénom :  
Date de naissance :  
N° de candidature :  
(si absence de code barre)  
Signature :*

Faire comme ceci

Ne pas faire

Étiquette d'identification

Axe de lecture code à barres candidat

**À compléter par le candidat**

**Ne rabattre le cache qu'en présence d'un membre de la commission de surveillance**

Concours externe - interne - professionnel - ou examen professionnel <sup>(1)</sup>  
<sup>(1)</sup> Rayer les mentions inutiles

**Concours externe**

Pour l'emploi de : **Inspecteur des Finances publiques**

Épreuve n° : **2**

Matière : **030**

Date : **0 6 0 9 2 0 1 6**

Nombre d'intercalaires supplémentaires :

**Préciser éventuellement le nombre d'intercalaires supplémentaires**

### À L'ATTENTION DU CANDIDAT

En dehors de la zone d'identification rabattable, les copies doivent être totalement anonymes et ne comporter aucun élément d'identification tel que nom, prénom, signature, paraphe, localisation, initiale, numéro, ou toute autre indication même fictive étrangère au traitement du sujet.

Il est demandé aux candidats d'écrire et de souligner si nécessaire au stylo bille, plume ou feutre, de couleur noire ou bleue uniquement. Une autre couleur pourrait être considérée comme un signe distinctif par le jury, auquel cas la note de zéro serait attribuée. De même, l'utilisation de crayon surligneur est interdite.

Les étiquettes d'identification codes à barres, destinées à permettre à l'administration d'identifier votre copie, ne doivent être détachées et collées dans les deux cadres prévus à cet effet qu'en présence d'un membre de la commission de surveillance.

**Suivre les instructions données pour les étiquettes d'identification**

**NOTE / 20**

### RÉSERVÉ À L'ADMINISTRATION

#### À L'ATTENTION DU CORRECTEUR

**Pour remplir ce document :**  
 Utilisez un stylo ou une pointe feutre de couleur **NOIRE** ou **BLEUE**.

**EXEMPLE DE MARQUAGE :**

Faire comme ceci :

Ne pas faire :

Pour porter votre note, cochez les gélules correspondantes.

Reportez la note dans les zones **NOTE / 20** et dans le cadre **A**

En cas d'erreur de codification dans le report des notes cochez la case **erreur** et reportez la note dans le cadre **B**.

#### Cadre A réservé à la notation

20	19	18
17	16	15
14	13	12
11	10	09
08	07	06
05	04	03
02	01	00
Décimales		
,00	,25	,50
		,75

#### Cadre B réservé à la notation rectificative

20	19	18
17	16	15
14	13	12
11	10	09
08	07	06
05	04	03
02	01	00
Décimales		
,00	,25	,50
		,75
Erreur		

**NOTE / 20**

**EN AUCUN CAS, LE CANDIDAT NE FERMERA LE VOLET RABATTABLE AVANT D'Y AVOIR ÉTÉ AUTORISÉ PAR LA COMMISSION DE SURVEILLANCE**

**SUJET**  
**MATHÉMATIQUES**

Code matière : 030

*Les candidats sont autorisés à utiliser les calculatrices non programmables sans mémoire alphanumérique et les calculatrices avec mémoire alphanumérique et/ou avec écran graphique qui disposent d'une fonctionnalité « mode examen ».*

*Les téléphones portables sont interdits y compris pour leur fonctionnalité accessoire de calculatrice.*

*L'utilisation de tout autre document ou matériel est interdite.*

**EXERCICE 1**

Soit une matrice

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ -5 & 4 & 0 \\ -8 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Déterminer le polynôme caractéristique et les valeurs propres de  $A$ .
2.  $A$  est-elle diagonalisable ?
3. Déterminer les sous-espaces propres.
4. Déterminer une base de  $\mathbb{R}^3$  formée de vecteurs propres de  $A$ .
5. Calculer  $A^n$  pour tout entier naturel.

**EXERCICE 2**

Soit  $z$  un nombre complexe non nul. Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont vraies, lesquelles sont fausses et pourquoi ?

1. Le module de  $z$  est égal au module de son conjugué.
2. L'argument de  $z$  est l'opposé de l'argument de son conjugué.
3. Le produit de  $z$  par une racine  $n$ -ième de l'unité a le même module que  $z$ .

4. L'argument de  $-z$  est l'opposé de l'argument de  $z$ .
5. Si la partie imaginaire de  $z$  est positive, alors son argument est compris entre 0 et  $\pi$ .
6. L'argument de  $z^2$  est le double de l'argument de  $z$ .
7. L'argument de  $\frac{z}{\bar{z}}$  est égal à l'argument de  $z^2$ .

### EXERCICE 3

La comète de Halley a une période de 76 ans, cela signifie que cette comète passe au plus près du soleil tous les 76 ans. La comète de Herschel-Rigollet a une période de 155 ans. Les derniers passages de ces comètes près du Soleil datent de 1986 pour la comète de Halley et 1939 pour la comète de Herschel-Rigollet. En quelle année ces deux comètes seront-elles, à nouveau, au plus près du soleil en même temps ? *Nous supposons que les comètes ont une période constante et seront suffisamment stables dans le futur.*

### EXERCICE 4

Démontrer que pour tout  $n$ , entier naturel supérieur à 2 :

$$2 \cos\left(\frac{\pi}{2^n}\right) = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{2}}}$$

(avec un certain nombre de racines carrées)

### EXERCICE 5

Dans cet exercice, on pourra utiliser l'encadrement suivant :  $2 < e < 3$

#### Partie I : Étude d'une fonction

On considère l'application  $\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \phi(x) = x^2 e^x - 1$

1. Dresser le tableau de variations de  $\phi$ , en précisant la limite de  $\phi$  en  $-\infty$ , sa valeur en 0 et sa limite en  $+\infty$
2. Etablir que l'équation  $e^x = \frac{1}{x^2}$ , d'inconnue  $x \in ]0; +\infty[$ , admet une solution et une seule, notée  $\alpha$  et que  $\alpha$  appartient à l'intervalle  $]\frac{1}{2}; 1]$ .

On considère l'application  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x) = x^3 e^x$ ,

et la suite réelle  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par :  $u_0 = 1$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n)$ .

## Partie II : Étude d'une suite

3. Montrer :  $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \geq 1$  .
4. Etablir que la suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est croissante.
5. Quelle est la limite de  $U_n$  lorsque  $n$  tend vers l'infini ?

## Partie III : Étude d'une série

6. Montrer que la série  $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{f(n)}$  converge. On note  $S = \sum_{n \geq 1} \frac{1}{f(n)}$  .
7. Montrer :  $\left| S - \sum_{k=1}^n \frac{1}{f(k)} \right| \leq \frac{1}{(e-1)e^n}$





