

**CONCOURS EXTERNE POUR L'ACCÈS AU GRADE
D'INSPECTEUR DES FINANCES PUBLIQUES**

ANNÉE 2015

ÉPREUVE ÉCRITE D'ADMISSIBILITÉ N° 2

Durée : 3 heures - Coefficient : 5

Économétrie et statistique

Toute note inférieure à 5/20 est éliminatoire.

Recommandations importantes

Le candidat trouvera au verso la manière de servir la copie dédiée.

Sous peine d'annulation de sa copie, le candidat ne doit porter aucun signe distinctif (nom, prénom, signature, numéro de candidature, etc.) en dehors du volet rabattable d'en-tête.

Il devra obligatoirement se conformer aux directives données.



Tournez la page S.V.P.

**Le candidat devra compléter l'intérieur du volet rabattable des informations demandées
et se conformer aux instructions données**

Nom de naissance


Prénom usuel

Jour, mois et année

Signature obligatoire

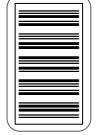
Numéro de candidature

*Nom :
Prénom :
Date de naissance :
N° de candidature :
(si absence de code barre)
Signature :*

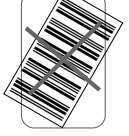


ÉTIQUETTE D'IDENTIFICATION

Faire comme ceci



Ne pas faire



ÉTIQUETTE D'IDENTIFICATION

Axe de lecture code à barres candidat

À compléter par le candidat

Ne rabattre le cache qu'en présence d'un membre de la commission de surveillance

Concours externe - interne - professionnel - ou examen professionnel ⁽¹⁾

⁽¹⁾ Rayer les mentions inutiles

externe

Pour l'emploi de : **Inspecteur des Finances publiques**

Épreuve n° : **2**

Matière : **027 – Économétrie et statistique**

Date : **0 9 0 9 2 0 1 4**

Nombre d'intercalaires supplémentaires :

**Préciser éventuellement le nombre
d'intercalaires supplémentaires**

À L'ATTENTION DU CANDIDAT

En dehors de la zone d'identification rabattable, les copies doivent être totalement anonymes et ne comporter aucun élément d'identification tel que nom, prénom, signature, paraphe, localisation, initiale, numéro, ou toute autre indication même fictive étrangère au traitement du sujet.

Il est demandé aux candidats d'écrire et de souligner si nécessaire au stylo bille, plume ou feutre, de couleur noire ou bleue uniquement. Une autre couleur pourrait être considérée comme un signe distinctif par le jury, auquel cas la note de zéro serait attribuée. De même, l'utilisation de crayon surligneur est interdite.

Les étiquettes d'identification codes à barres, destinées à permettre à l'administration d'identifier votre copie, ne doivent être détachées et collées dans les deux cadres prévus à cet effet qu'en présence d'un membre de la commission de surveillance.

**Suivre les instructions données
pour les étiquettes
d'identification**

NOTE / 20

RÉSERVÉ À L'ADMINISTRATION

À L'ATTENTION DU CORRECTEUR

Pour remplir ce document :

**Utilisez un stylo ou une pointe feutre
de couleur NOIRE ou BLEUE.**

**EXEMPLE DE
MARQUAGE :**

Faire comme ceci

Ne pas faire

Pour porter votre note, cochez
les gélules correspondantes.

Reportez la note dans les zones **NOTE / 20** et dans
le cadre **A**

En cas d'erreur de codification dans le report des
notes cochez la case **erreur** et reportez la note
dans le cadre **B**.

Cadre A réservé à la notation

20	19	18
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
17	16	15
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14	13	12
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11	10	09
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
08	07	06
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
05	04	03
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
02	01	00
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Décimales

,00	,25	,50	,75
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Cadre B réservé à la notation rectificative

20	19	18
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
17	16	15
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14	13	12
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11	10	09
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
08	07	06
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
05	04	03
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
02	01	00
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Décimales

,00	,25	,50	,75
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Erreur

☐

NOTE / 20

**EN AUCUN CAS, LE CANDIDAT NE FERMERA LE VOLET RABATTABLE
AVANT D'Y AVOIR ÉTÉ AUTORISÉ PAR LA COMMISSION DE SURVEILLANCE**

SUJET

ECONOMETRIE ET STATISTIQUE

Code matière : 027

Les candidats sont autorisés à utiliser les matériels et documents suivants :

- calculatrices électroniques, y compris programmables et alphanumériques à fonctionnement autonome sans imprimante, à entrée unique par clavier ;
- règles à calcul ;
- tables de logarithmes ne comportant aucune formule algébrique, géométrique ou trigonométrique.

Le candidat traitera obligatoirement les six exercices ci-dessous :

Exercice 1

Un usager a la possibilité de faire une réclamation auprès d'un service après vente par trois moyens différents : internet, le téléphone, ou le courrier classique.

S'il rédige un courrier, la durée de préparation est estimée à 30 minutes avec un écart type de 3 minutes. On suppose que la durée de préparation X suit une loi normale.

- 1) Quelle est la loi suivie par X ?
- 2) Quelle est la probabilité que le temps de préparation soit supérieur à 36 minutes ?
- 3) Quelle est la probabilité que le temps de préparation soit inférieur à 27 minutes ?
- 4) Quelle est la probabilité que le temps de préparation soit compris entre 27 et 36 minutes ?
- 5) En utilisant internet, la durée nécessaire au dépôt d'une réclamation est en moyenne de 25 minutes avec un écart type de 8 minutes et suit aussi une loi normale. Sachant que l'utilisateur dispose de 36 minutes pour effectuer sa réclamation, quel mode de contact doit-il privilégier pour avoir la probabilité la plus forte de respecter son horaire ?
- 6) En effectuant sa réclamation par téléphone, le temps moyen de dépôt est de 20 minutes. Dans 10% des cas, il dure plus de 40 minutes. On suppose ici également que la durée D de dépôt suit une loi normale.
 - a) Calculer l'écart type de D .
 - b) On suppose que l'utilisateur dispose de 36 minutes pour effectuer sa réclamation. Le dépôt par téléphone permet-il d'améliorer la probabilité qu'à l'utilisateur de respecter son horaire ?

Exercice 2

- 1) Donner la formule de Bienaymé-Tchebychev.
- 2) Expliquer le principe de linéarisation de modèles non linéaires en économétrie.
- 3) Enoncer le théorème central limite. Quelle est sa signification ?

Exercice 3

Douze personnes sont inscrites à une formation. Au début de la formation, ces stagiaires subissent une épreuve A notée sur 20. A la fin de la formation, elles subissent une épreuve B de niveau équivalent. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

Epreuve A	3	4	6	7	9	10	9	11	12	13	15	4
Epreuve B	8	9	10	13	15	14	13	16	13	19	6	19

- 1) Représenter le nuage de points. Déterminer la droite de régression. Calculer le coefficient de corrélation.
- 2) Deux stagiaires semblent se distinguer des autres. En les supprimant, déterminer la droite de régression sur les dix personnes restantes. Calculer le coefficient de corrélation. Commenter.

Exercice 4

Une entreprise d'électronique vend 3 types de produits, A, B et C et souhaite mieux connaître sa clientèle. Pour cela, elle effectue une enquête sur un échantillon de 91 clients choisis au hasard pendant une semaine.

A. Soit p la proportion de clients choisissant un produit A ou B.

	Nombre	Fréquence (%)	Fréquence cumulée (%)
Produit A	23	25,3	25,3
Produit B	32	35,1	60,4
Produit C	36	39,6	100
Total	91	100	

- 1) Donner le modèle statistique permettant d'étudier la proportion p .
- 2) Donner une estimation de p .

B. Les stocks de l'entreprise se répartissent de la manière suivante :

50% de produits A

1/8 de produits B

3/8 de produits C

L'entreprise sait par ailleurs que dans son stock, 13% des produits A sont rouges, 5% des produits B sont rouges et 10% des produits C le sont aussi.

On choisit au hasard un produit dans le stock de l'entreprise (les résultats seront donnés sous forme de fractions) :

- 1) Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un produit C ?
- 2) Quelle est la probabilité qu'il soit rouge sachant que c'est un produit B ?
- 3) Quelle est la probabilité que le produit choisi ne soit pas rouge ?
- 4) Après examen, on s'aperçoit que le produit choisi est rouge.
Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un produit A ?

Exercice 5

Soit un couple de variables aléatoires (X, Y) tel que $X(\Omega) = \{-2, 0, 1\}$ et $Y(\Omega) = \{-1, 1, 2\}$, dont la loi jointe est donnée par le tableau suivant :

$P(X=x, Y=y)$	$y=-1$	$y=1$	$y=2$
$x=-2$	0,2	0,2	α
$x=0$	0,1	0,1	0,05
$x=1$	0,2	0	0,1

- 1) Donner l'unique valeur possible pour α en justifiant la réponse.
- 2) Calculer les lois marginales pour X et Y.
- 3) Montrer que X et Y ne sont pas indépendantes.
- 4) Calculer la loi conditionnelle de X sachant $Y=1$. En déduire $E(X|Y=1)$.
- 5) Calculer l'espérance conditionnelle de X sachant que $Y \neq 2$.
- 6) Calculer $E(XY)$ et en déduire $\text{cov}(X, Y)$.

Exercice 6

Une administration est organisée selon des antennes territoriales dont l'objectif est de recevoir les usagers afin de les renseigner.

On a mesuré l'affluence des usagers dans chacun des sites.

Nombre d'usagers reçus par semaine (centaines)	$[0, 6[$	$[6 ; 10[$	$[10 ; 14[$	$[14 ; 16[$
Nombre de sites concernés	41	79	78	2

- 1) Quelle est la population étudiée ?
- 2) Quel est le caractère étudié ?
- 3) Quelle est la nature de ce caractère ?
- 4) Pourquoi a-t-on regroupé le nombre d'usagers reçus en classe ?
- 5) Déterminer la moyenne et l'écart type.
- 6) Tracer la courbe cumulative des fréquences.
- 7) Déterminer graphiquement la médiane et l'interpréter.

Document joint :

Annexe 1 – Table de la loi normale centrée réduite

Annexe 1 – Table de la loi normale centrée réduite

	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7793	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8906	0,8925	0,8943	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

